# ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ

УДК 621.372

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДОЦІЛЬНОСТІ ПРОЕКТУВАННЯ КОМБІНОВАНОЇ СИСТЕМИ



Державний університет “Львівська політехніка”, кафедра “Інформаційно-вимірювальна техніка“, вул. С. Бандери, 12, 79013, Львів, Україна

***Досліджуються доцільність проектування адаптивно-циклічної системи за критерієм зменшення вимог до пропускної здатності каналів зв’язку при заданій похибці відновлення сиґналів сукупності аналогових джерел вимірювальної інформації.***

***Исследуются целесообразность проектирования адаптивно-циклической системы по критерию минимизации требований к пропускной способности каналов связи при заданной погрешности восстановления сигналов системы обслуживания совокупности аналоговых источников измерительной информации.***

***The analog sources serving combine regular-adaptive type sstem designing practicability in the minimal channel capacity demands with the desired total renovation error sence is investigated in this paper.***

### Постановка задачі

Застосування методів компресування [1-4] у вимірювальних системах загалом дозволяє зменшити вимоги до швидкодії лінії зв'язку, проте необхідність адресування ненадлишкових повідомлень від сукупності джерел дещо знижує одержуваний ефект, а подекуди цілковито нівелює його [5]. Саме тому доцільно дослідити можливість створення комбінованої, адаптивно-циклічної системи [6-7], в якій одна частина джерел обслуговується адаптивно, а інша частина – циклічно. Перерозподіл джерел між окремими підсистемами за критерієм мінімальних вимог до пропускної здатності ліній зв'язку можна здійснити, аналізуючи внесок конкретного джерела у цільову функцію того чи іншого способу обслуговування, а саме: адаптивного чи реґулярного. Наслідки перерозподілу проаналізуємо за допомогою імітаційного моделювання [8], що, зокрема, дозволяє підвищити ефективність проектування [9].

### Математична модель джерела

Математичною моделлю кожного *i*-го джерела сукупності служить випадковий кусково-стаціонарний процес з коваріаційною функцією вигляду

$$K(\tau) = \sigma^2\left(1 + \alpha|\tau|\right)e^{-\alpha|\tau|}.$$

Друга похідна від коефіцієнта корелювання з протилежним знаком при часовому зміщенні $\tau = 0$ дає середньоквадратичну частоту [10]

$$\omega_{1j}^2 = -R''(0) = \frac{\int_0^\infty \omega_j^2 G(\omega)d\omega}{\int_0^\infty G(\omega)d\omega}.$$

Середньоквадратична частота *i*-го джерела означена для певного *r*-го інтервалу кускової стаціонарності із спектральною густиною потужності $G_r(\omega)$, проте випадкова при переході від одного інтервалу до іншого. Якщо щільність ймовірностей розподілу середньоквадратичної частоти *i*-го джерела відома, тоді з певною довірчою ймовірністю можна знайти

$$\omega_{1\max i} = M\omega_{1i} + a_i\sigma_{\omega 1i},$$

тут $M\omega_{1i}$ та $\sigma_{\omega 1i}$ – математичне очікування та середньоквадратичне відхилення середньоквадратичної частоти *i*-го процесу, відповідно, $a_i$ – коефіцієнт, що задається значенням довірчої ймовірності.

Можна знайти зв'язок між параметрами кореляційної функції та середньоквадратичною частотою. Зокрема, для коефіцієнта корелювання

$$R(\tau) = \left(1+\alpha|\tau|\right)e^{-\alpha|\tau|}, \qquad \text{тут} \qquad K(\tau) = \sigma^2 R(\tau),$$

параметр $\alpha=\omega_{ij}$. Тому, змінюючи в імітаційній моделі j-го джерела параметр $\alpha$, ми фактично змінюємо значення середньоквадратичної частоти, що відповідає переходові на інший інтервал кускової стаціонарності.

**Визначення вимог до швидкодії**

Похибка відновлення сиґналу аналогового джерела вимірювальної інформації має складові, зумовлені дискретизуванням в часі, квантуванням за рівнем, впливом завад у лінії зв'язку та неточністю засобів перетворення, тобто інструментальну.

Відносний середній квадрат похибки квантування

$$\delta_{\text{кв}} = \frac{\varepsilon}{2\sqrt{3}},$$

тут $\varepsilon = \Delta U/\sigma$ – відносний крок квантування за рівнем (де $\Delta U$ – абсолютний крок квантування за рівнем).

Відносний середній квадрат похибки дискретизування при реґулярному [11] та адаптивному з використанням адаптивного комутування [12] обслуговуванні, відповідно:

$$\delta_{\text{д}i} = \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_{1i}T_{oi} \text{ та } \delta_{\text{д}i} = \sqrt{\frac{2}{3\pi}}\omega_{\Sigma}T,$$

тут $\omega_{1i}$ та $\omega_{\Sigma}$ – середньоквадратична частота *i*-го джерела та сукупності джерел системи, відповідно; $T_{oi}$ та $T$ – період опитування *i*-го джерела та адаптивного комутатора, відповідно.

Відносний середній квадрат похибки, зумовленої діями завад у лінії зв'язку, оцінено, враховуючи стирання спотворених відліків, виявлених перевіркою парності кількості символів слова. Цю похибку можна розглядати як суму випадкових похибок дискретизування в часі, для якої кількість доданків – випадкове число з геометричним законом розподілу [13]. Отже:

$$\delta_{bi}^2 = \frac{1}{\sigma^2}M\left[\sum_{k=0}^{\infty}\left(\sum_{\chi=0}^{K}Z_{\text{д}i}\right)^2(1-P_{bi})P_{bi}^K\right] =$$

$$= \frac{1}{\sigma^2}M\left[\sum_{K=0}^{\infty}\left(\sum_{\chi=0}^{K}Z_{\text{д}i}^2 + \sum_{\chi=0}^{K-1}\sum_{l=\chi+1}^{K}Z_{\text{д}i}(\chi)Z_{\text{д}i}(l)\right)(1-P_{bi})P_{bi}^K\right] =$$

$$= \frac{1}{\sigma^2}\sum_{K}\left[\sum_{\chi}\overline{Z_{\text{д}i}^2} + \sum_{\chi}\sum_{l}\sigma_{\text{д}i}^2 R_{\chi l}\right](1-P_{bi})P_{bi}^K =$$

$$= \delta_{\text{д}i}^2\frac{P_{bi}(1+P_{bi})}{(1-P_{bi})^2} \approx \delta_{\text{д}i}^2 P_{bi},$$

тут прийняли некорельованість між $\chi$-им та l-им вибірковими значеннями *i*-го джерела, тобто $R_{\chi l} = 0$, $Z_{\text{д}i}$ та $\sigma_{\text{д}i}^2$ – поточне значення та дисперсія похибки дискретизування *i*-го джерела, відповідно.

Вибіркові значення *i*-го джерела стираються з ймовірністю

$$P_{bi} = 1 - P_{\text{н}} = 1-(1-p)^{m_c} \approx pm_c,$$

тут $P_{\text{н}}$ – ймовірність неспотворення жодного з $m_c$ символів, які припадають на одне вибіркове значення; $p$ – ймовірність спотворення одного двійкового символа. Отже,

$$\delta_{bi}^2 = \delta_{\text{д}i}^2 pm_c.$$

Враховуючи вирази для окремих складових сумарного середнього квадрату похибки (при некорельованості окремих складових), одержимо для системи з реґулярним та адаптивним опитуванням, відповідно:

$$\delta^2 = \frac{1}{3}(\omega_{oir}T_{oi})^2[1+pm_c^p] + \frac{\varepsilon^2}{12} + \delta_i^2$$

$$\text{та } \delta^2 = \frac{2}{3\pi}\left[1+pm_c^A\right] + \frac{\varepsilon^2}{12} + \delta_i^2,$$

тут $\delta_i$ – відносна інструментальна складова похибки.

Оскільки похибка від дискретизування пов'язана із періодом адаптивного комутування $T$ та дискретизування $T_{oi}$ (й тактом синхронного каналу зв'язку), а отже, з тривалістю одного елементарного символа $T = m_c\tau$, то необхідну швидкодію при реґулярному та адаптивному обслуговуванні можна оцінити, відповідно, за виразами

$$V_\tau^p \equiv m_c^p\omega_\Sigma^p\sqrt{\frac{1+pm_c^p}{3\left(\delta^2-\delta_i^2-\delta_{\text{кв}}^2\right)}}$$

$$\text{та } V_\tau^A = m_c^A\omega_\Sigma^A\sqrt{\frac{2}{3\pi}\left(\frac{1+pm_c^A}{\delta^2-\delta_i^2-\delta_{\text{кв}}^2}\right)}. \qquad (1)$$

Система з регулярним обслуговуванням розрахована на максимальні значення частот сукупності джерел системи.

У системі з адаптивним обслуговуванням середньоквадратичні частоти сукупності джерел (як випадкові величини) формують випадкове значення сумарної середньоквадратичної частоти. Оскільки кількість джерел сукупності значна, то згідно із законом великих чисел, можна припустити, що розподіл сумарної частоти добре апроксимується нормальним з першим початковим та другим центрованим моментами, відповідно:

$$M\omega_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} M\omega_{1i},$$

$$\sigma^2_{\omega\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} \sigma^2_{\omega 1i}.$$

Із заданою довірчою ймовірністю $P_{дов}$ можна записати відповідне значення сумарної середньоквадратичної частоти

$$\omega^A_{\Sigma} = M\omega_{\Sigma} + a\sigma_{\omega\Sigma}.$$

Отже, сумарна середньоквадратична частота сукупності визначатиметься, відповідно, при регулярному та адаптивному обслуговуванні співвідношеннями

$$\omega^p_{\Sigma} = \sum_i \left(M\omega_{1i} + a_i\sigma_{\omega 1i}\right) = \sum_i M\omega_{1i} + \sum_i a_i\sigma_{\omega 1i},$$

й, зокрема, при однаковому для всіх джерел коефіцієнтові $a_i$=a $\left(i = \overline{1,n}\right)$.

$$\omega^p_{\Sigma} = \sum_i M\omega_{1i} + a\sum_i \sigma_{\omega 1i}$$

$$\text{та } \omega^A_{\Sigma} = \sum_i M\omega_{1i} + a\sqrt{\sum_i \sigma^2_{\omega 1i}}. \qquad (2)$$

### Встановлення показника доцільності вибору певного способу обслуговування

Внесок кожного окремого джерела визначаємо, використовуючи співвідношення (2), за зміною оцінюваного значення швидкодії (1) при виведенні цього джерела із системи, а саме:

$$\Delta V_{\tau} = V'_{\tau} - V''_{\tau},$$

тут $V'_{\tau}$ – вимоги до швидкодії при обслуговуванні усіх джерел сукупності, $V''_{\tau}$ – після виведення *j*-го джерела з середньоквадратичною частотою $\omega_{1j}$.

При регулярному обслуговуванні:

$$\Delta V^p_{\tau} = m^p_c \omega_{1j}\sqrt{\frac{1 + pm^p_c}{3\left(\delta^2 - \delta^2_i - \delta^2_{кв}\right)}}. \qquad (3)$$

При адаптивному:

$$\Delta V^A_{\tau} = m^A_c \sqrt{\frac{2}{3\pi}\cdot\frac{\left(1 + pm^A_c\right)}{\left(\delta^2 - \delta^2_i - \delta^2_{кв}\right)}}\left(\omega^A_{\Sigma 1} - \omega^A_{\Sigma 2}\right),$$

тут $\omega^A_{\Sigma 1}$ та $\omega^A_{\sum 2}$ – сумарна середньоквадратична частота сукупності джерел при адаптивному обслуговуванні всіх джерел системи та без *j*-го, відповідно. Отже,

$$\Delta V^A_{\tau} = m^A_c \sqrt{\frac{2\left(1 + pm^A_c\right)}{3\pi\left(\delta^2 - \delta^2_i - \delta^2_{кв}\right)}} \times$$

$$\times\left[M\omega_{1j} + a\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sigma^2_{\omega 1i}} - \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1}\sigma^2_{\omega 1i}}\right)\right] = \qquad (4)$$

$$= m^A_c \sqrt{\frac{2\left(1 + pm^A_c\right)}{3\pi\left(\delta^2 - \delta^2_i - \delta^2_{кв}\right)}}\left[M\omega_{1j} + a\Delta\sigma\right]$$

Розглянемо складову $\Delta\sigma$ й припустимо, що вона пропорційна до зменшуваного або від'ємника з певним коефіцієнтом $k < 1$, тобто

$$\Delta\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sigma^2_{\omega 1i}} - \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1}\sigma^2_{\omega 1i}} \equiv k\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sigma^2_{\omega 1i}},$$

$$\text{або } \Delta\sigma \equiv k\sqrt{\sum_{i=1}^{n-1}\sigma^2_{\omega 1i}}.$$

Розв'язуючи ці рівності, знайдемо, що

$$k = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2_j}{\sum_{i=1}^{n}\sigma^2_{\omega 1i}} \text{ або } k = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2_j}{\sum_{i=1}^{n-1}\sigma^2_{\omega 1i}},$$

а отже,

$$\Delta\sigma = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sigma^2_{\omega 1i}}} \text{ або } \Delta\sigma = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n-1}\sigma^2_{\omega 1i}}}. \qquad (5)$$

Другий розв’язок створює жорсткіші умови порівняння для системи з адаптивним обслуговуванням. Тому, взявши його, сформуємо відношення змін (3) та (4),

$$\frac{\Delta V^A_{\tau}}{\Delta V^p_{\tau}} = \frac{m^A_c}{m^p_c}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sqrt{\left(\frac{1 + pm^A_c}{1 + pm^p_c}\right)}\left(\frac{M\omega_{1j} + a\Delta\sigma}{M\omega_{1j} + a\Delta\sigma_{\omega 1j}}\right) =$$

$$= k_s\sqrt{\frac{2}{\pi}\left[1 + \frac{1}{2}\left(k_s - 1\right)\frac{pm^p_c}{1 + pm^p_c}\right]}\left[\frac{1 + \left(a\Delta\sigma\right)/\left(M\omega_{1j}\right)}{1 + \left(a\sigma_{\omega 1j}\right)/\left(M\omega_{1j}\right)}\right],$$

тут $k_s = \dfrac{m_c^A}{m_c^P} = \dfrac{m_i + m_a + 2}{m_i + m_s + 1} > 1$.

Враховуючи вираз (5), необхідно знайти умову, при якій вимоги до пропускної здатності каналу зв'язку при адаптивному обслуговуванні будуть меншими, ніж при реґулярному. Для цього необхідно, щоби

$$k_s \left\{ \frac{1 + \dfrac{a\sigma_{\omega 1j}}{2M\omega_{1j}} \cdot \dfrac{\sigma_{\omega 1j}}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n-1} \sigma_{\omega 1j}^2}}}{1 + \dfrac{a\sigma_{\omega 1j}}{M\omega_{1j}}} \right\} < 1. \qquad (6)$$

Розв'яжемо цю нерівність, спершу розглянувши розв'язки відповідної рівності, враховуючи, що для фізичності середньоквадратичного відхилення необхідно мати $\sigma_{\omega 1j} > 0$, що забезпечується при

$$M\omega_{1j} < \frac{a\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n-1} \sigma_{\omega 1i}^2}}{2k_s(k_s - 1)}.$$

Наприклад, при $M\omega_{1j} = \dfrac{a\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n-1} \sigma_{\omega 1i}^2}}{2k_s^2}$ одержимо дві умови $\sigma_{1j} = (k_s - 1)\dfrac{M\omega_{1j}}{a}$ та $\sigma_{1j} = (3k_s + 1)\dfrac{M\omega_{1j}}{a}$

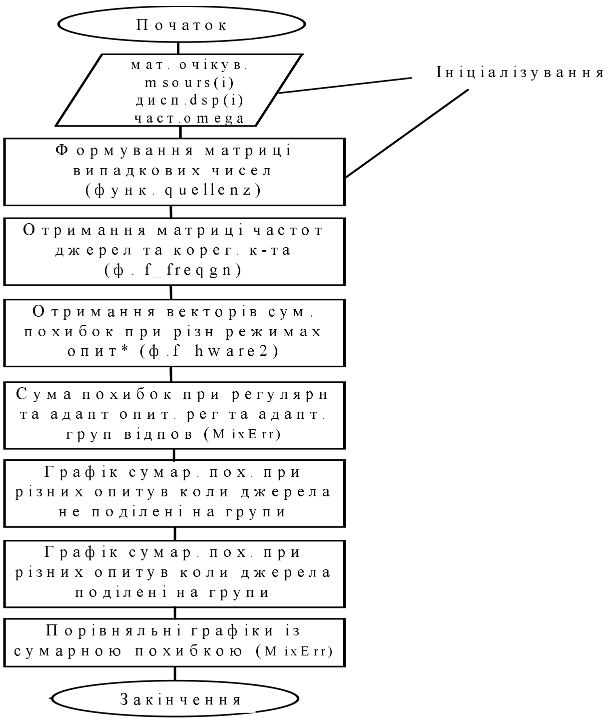


*Рис. 1. Імітаційна модель дослідження адаптивно- циклічної вимірювальної системи*

Візьмемо як розв'язок нерівності (6) жорсткішу умову, а саме:

$$\sigma_{1j} < (k_s - 1)\frac{M\omega_{1j}}{a} \quad \text{або} \quad \frac{\sigma_{\omega 1j}}{M\omega_{1j}} < \frac{k_s - 1}{a} \qquad (7)$$

Тобто, якщо показник нестаціонарності *j*-го джерела $\sigma_{\omega 1j} / M\omega_{1j}$ задовольняє нерівність (7), тоді це джерело менш вимогливе до пропускної здатності каналів зв'язку при його адаптивному обслуговуванні. За результатами перевірки нерівності усіх джерел сукупності можна здійснити їх розподіл між двома підсистемами – адаптивного та реґулярного обслуговування.

**Формування імітаційної моделі**

При порівнянні різних видів обслуговування безпосередньо прямі цільові функції – вимоги до пропускної здатності каналів зв'язку, не порівнювались. Було прийнято іншу цільову функцію, а саме: у формі суми квадратів поточних похибок дискретизування від усіх джерел системи при однакових швидкостях обслуговування – реґулярному, адаптивному та комбінованому.

Одержане співвідношення (7) було використано при формуванні аналогового джерела вимірювальної інформації в імітаційній моделі дослідження адаптивно- циклічної вимірювальної системи (рис. 1).

Отже, зміною параметра $\alpha$ досяглись такі зміни значення середньоквадратичної частоти *r*-го інтервалу кускової стаціонарності $\omega_{1jr}$, які дозволяли створити бажані умови експерименту через вплив на значення оцінок математичного очікування та дисперсії середньоквадратичної частоти *j*-го джерела

$$\hat{M} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\omega_{1ik} ,$$

$$\hat{\sigma}^2_{1\omega j} = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}(\omega_{1ik})^2 - N(M\hat{\sigma}_{1j})^2 . \quad (8)$$

А саме, використовуючи у нерівності (7) оцінки (8), одержимо

$$\frac{\left(\sum_k \omega_{1jk}\right)^2}{\left(\sum_k \omega^2_{1jk}\right)} > \frac{N}{1+\left(1-\frac{1}{N}\right)\left(\frac{k_s-1}{a}\right)^2},$$

де $N$ – кількість прийнятих при імітаційному моделюванні інтервалів кускової стаціонарності.

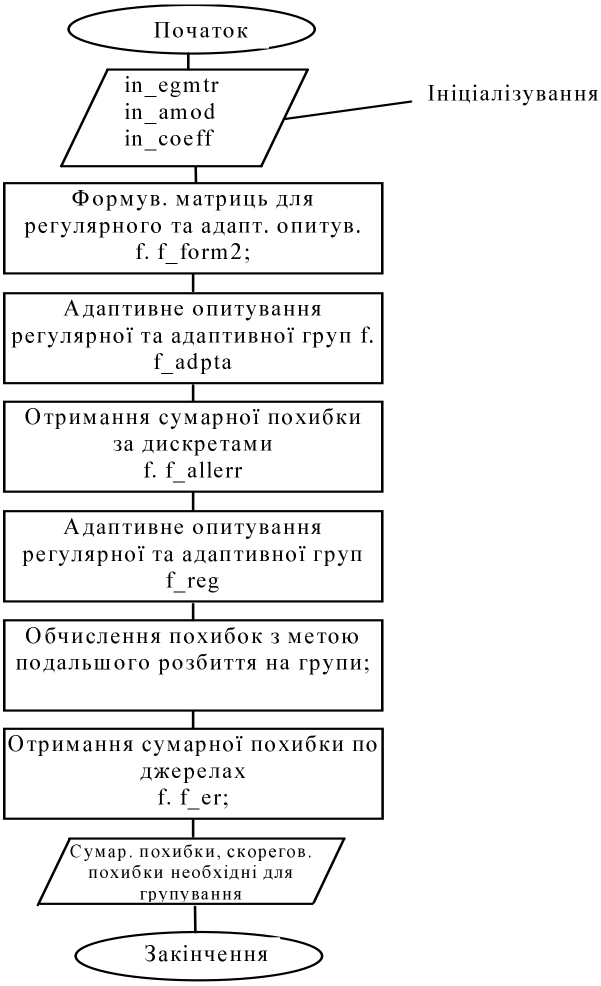


*Рис. 2. Функція обслуговування джерел*

У сформованій моделі функція $f_c freqqn$ формує набори середньоквадратичних частот для різних джерел системи на різних інтервалах кускової стаціонарності (з дисперсією dsp(i) та математичним очікуванням msours(i)).

Функція f_hware2 (рис.2) забезпечує реґулярне f_reg та адаптивне f_adapt обслуговування джерел f_hware, групування джерел f_group, визначення поточних похибок джерел та сумарної похибки джерел в групі (Mix Err).

Функція quellenz формує матриці сиґналів джерел за частотами з матриці in_omega.

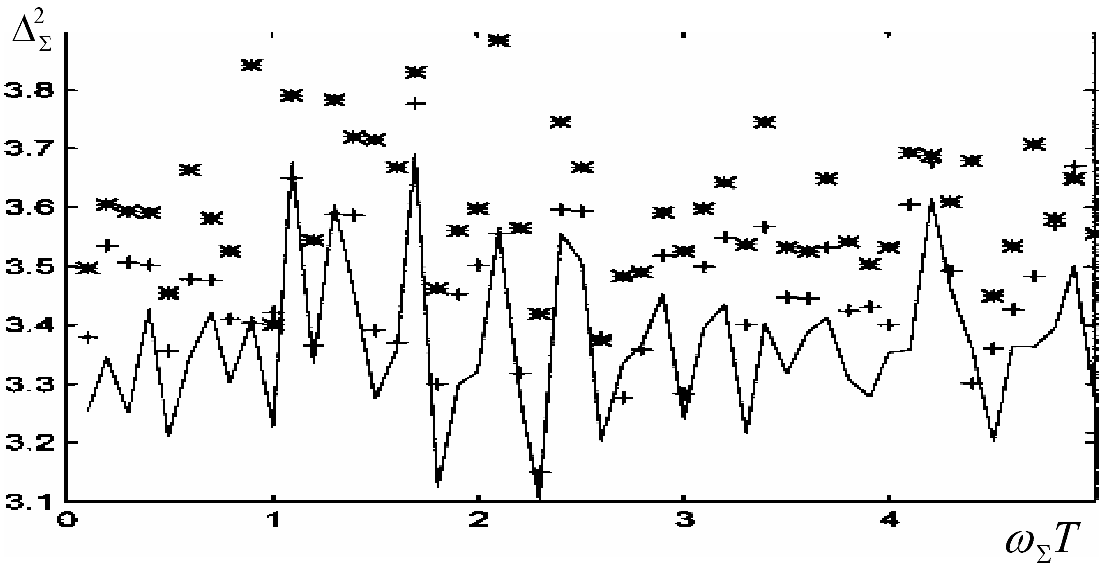


*Рис. 3. Залежність сумарної середньоквадратичної похибоки від добутку сумарної середньоквадратичної частоти на такт опитування при адаптивному (+), реґулярному (*) та комбінованому (-) обслуговуванні джерел системи*

**Висновки**

За результатами моделювання обчислено значення суми квадратів похибок дискретизування при адаптивному та реґулярному обслуговуванні всіх джерел системи і при реґулярно - адаптивному обслуговуванні комбінованої системи (рис. 3).

Аналіз графіків підтверджує ефективніше використання пропускної здатності каналів зв'язку комбінованою реґулярно - адаптивною системою порівняно із суто адаптивним чи суто реґулярним обслуговуванням сукупності джерел.

*1. Cover T., Thomas J. Elements of Information Theory // John Wiley & Sons, Inc., New York, / Chichester / Brisbane / Toronto / Singapore, 1991. 542 p. 2. Wilie F. Digital audio data comression. Electronics and Communication Engeneering Journal, February. 1995. PP. 5-10. 3. Abrahamson D.M. An adaptive dependency source model for data compression. Communications of the ACM, Jan. 1989. Vol. 32. № 1. PP. 77-83. 4. Holland J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems, MIT Press, 1992. 5. Василик Ю., Івахів О. Порівняння альтернативних принципів організації абонентського пункту вимірювально-обчислювальної мережі // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". № 283. Львів, 1994. С. 66-74. 6. Івахів О. Дослідження імітаційної моделі адаптивно-циклічної системи // Вимірювальна техніка та метрологія. 1999. № 54. С. 92-95. 7. Ivakhiv O., Kowalczyk A., Velgan R. Combined adaptive-regular type system // Proc. of the 7th International Methrologyst Seminar Lviv-Kamianec'-Podilskyi, Ukraine, June 29-July 7, Rzeszow, Poland, October 26-28, 1999. PP. 113-116. 8. Вельган Р., Віблий Р., Івахів О. Моделювання систем при проектуванні // Міжнародна НТК ТСЕТ '98, 23-28.02.98. С.72. 9. Nalepa J. Zastosowanie simulacji komputerowej w projektowaniu systemow pomiarowych // Prace Krajowego Kongresu Metrologii (KKM' 98) Gdansk 15-18.09. 1998. 10. Тихонов В.И., Статистическая радиотехника. М., 1966. 11. Івахів О. Система із зміною програм опитування // Вимірювальна техніка та метрологія. 1998. № 53. С. 153-159. 12. Калашников И., Степанов В., Чуркин А. Адаптивные системы сбора и передачи информации. М., 1975. 13. Сигорский В.П. Математический аппарат инжинера. К., 1975.*