

УДК 621.313.333.001

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВИМІРЮВАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА ПУСКОВОГО МОМЕНТУ З ТОРСІОННИМ ДАВАЧЕМ

© Володимир Поджаренко, Анатолій Козловський, 2000

Вінницький державний технічний університет, кафедра “Метрології та промислової автоматики”,
Хмельницьке шосе, 95, 21000, Вінниця, Україна

Авторами пропонується новий засіб контролю пускового моменту та його математична модель. Розроблений вимірювальний перетворювач відрізняється своєю конструкцією від відомих та містить у собі новий елемент – торсіонний давач. У статті наведені результати моделювання, які дозволяють оцінити похибки моделі.

Авторами предлагается новый способ контроля пускового момента и его математическая модель. Разработанный измерительный преобразователь отличается своей конструкцией от известных и содержит в себе новый элемент – торсионный датчик. В статье приведенные результаты моделирования, которые позволяют оценить погрешности модели.

The authors offer a new method of monitoring of a starting moment and it a mathematical model. The developed measuring converter differs by the construction from known and comprises a new element – the gauge of torsion. In the articles the indicated outcomes of modelling, which allow to evaluate errors of a model.

Вступ

Пусковий момент електричних машин є базовим параметром досліду короткого замикання (КЗ), особливості визначення якого такі. Спочатку вимірюють залежність пускового моменту M_p у функції кутового положення ротора α за один повний оберт ротора об'єкта контролю (ОК), потім ротор ОК встановлюють в кутове положення з мінімальним пусковим моментом M_k і загальмовують його. Тоді, змінюючи напругу U_k живлення ОК, за допомогою варіатора напруги, вимірюють такі залежності короткого замикання: $M_k = f(U_k)$, $I_k = f(U_k)$, $P_k = f(U_k)$. Визначення мінімального пускового моменту M_k є суттєвим етапом, який передусє досліду КЗ та реалізується за допомогою вимірювального перетворювача пускового моменту (ВППМ) [1].

Відрізняються відомі ВППМ лише за двома показниками, а саме: типом сенсора зусилля (тензорезистивний давач, ємнісний давач, індуктивний тощо) і типом привідного двигуна (асинхронний двигун (АД), кроковий двигун (КД)).

ВППМ на базі АД мають найнижчі метрологічні показники – похибка вимірювання сягає 10...15 % за рахунок того, що порушуються умови досліду КЗ

(сковзання ротора ОК відносно статора в момент вимірювання пускового моменту не дорівнює одиниці). ВППМ на базі КД вільні від цього недоліку, але час знаходження мінімального пускового моменту зростає за рахунок появи перехідних процесів при позиціонуванні КД у нове кутове положення [2].

Але найсуттєвішим недоліком обох наведених вище ВППМ є система перетворювання інформаційного параметра (пускового моменту) у електричну величину, яку можна безпосередньо виміряти. Вимірювальний важіль разом з ПД мають певні інерційні властивості, які важко врахувати і які суттєво впливають на вимірювання пускового моменту.

Мета роботи

Мета даної роботи – це розробка математичної моделі ВППМ з покращаними метрологічними характеристиками, що можливо лише завдяки принциповим змінам у конструкції. Якщо як давач використовувати торсіонний давач (ТД), який включено в розрив між ОК та ПД, маємо нову структурну схему ВППМ з ТД. Такий ВППМ разом з використанням як ПД крокового двигуна значно покращує метрологічні характеристики в цілому завдяки усуненню цілого ланцюга

вимірювального перетворення “корпус ПД – вимірювальний важіль – сенсор зусилля”.

Розроблення математичної моделі

Структурна схема ВППМ з ТД наведена на рис. 1, де ТД – торсіонний давач з електричним вихідним

сигналом (існує декілька конструкцій такого давач, але найдоцільнішою буде – суцільний вал з двома трансформаторними перетворювачами, які підімкнені за диференціальною схемою [3, 4]), БККД – блок керування кроковим двигуном.

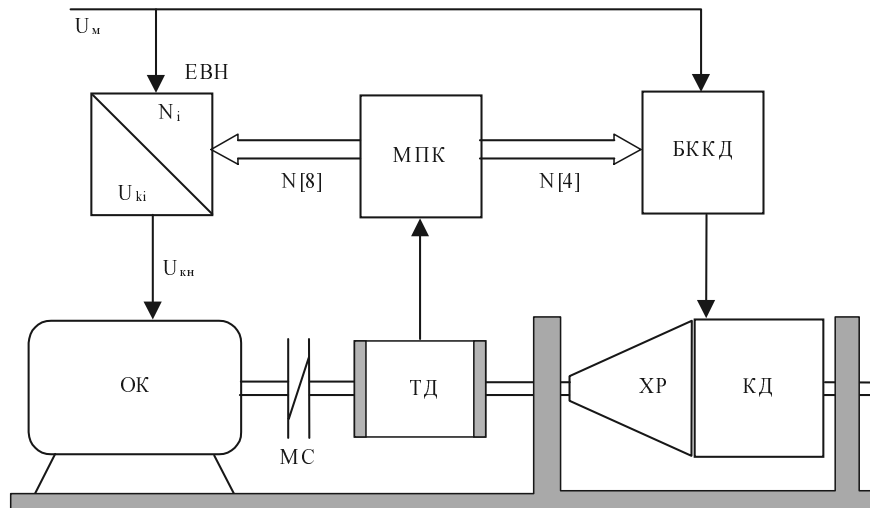


Рис.1. Структурна схема ВППМ з ТД

Розглянемо послідовність вимірювального перетворення для запропонованого засобу. В момент часу, коли мікропроцесорний контролер через БККД встановлює на вході крокового двигуна 4-бітовий двійковий код і фіксує його в початковому кутовому положенні α_1 , з певною затримкою МПК формує також 8-бітовий двійковий код на вході електронного варіатора, в результаті чого на ОК подається номінальна напруга живлення $U_{кн}$. В цьому випадку у перетворювачі діють такі моменти: електромагнітний момент $M_{ем}$ крокового двигуна, що прикладено до вхідного вала хвильового редуктора; момент M_p на виході ХР, що діє на правий край ТД; пусковий момент $M_{п.ок}$, що прикладено до лівого краю ТД.

Вхідною величиною, що діє на ВППМ, є пусковий момент асинхронного двигуна, що визначається формулою [5]:

$$M_{п.ок} = k \cdot U_{кн}^2 + [a \cdot \sin(\omega_1 t) + b \cdot \cos(\omega_2 t)], \quad (1)$$

де $k = \frac{p \cdot m \cdot R_p}{2\pi \cdot f_c \cdot [(R_p + R_c)^2 + (X_p + X_c)^2]}$ – постійна із

формули Клосса; p – кількість пар полюсів ОК; m – кількість фаз статора; f_c – частота поля статора; X_c, X_p – індуктивний опір фаз статора і ротора; R_c, R_p –

активний опір статора і ротора; $U_{кн}$ – номінальна напруга живлення ОК; a, b, ω_1, ω_2 – коефіцієнти, що залежать від конструкції ОК.

Найбільш вдала математична модель крокового двигуна [6] має такий вигляд:

$$\begin{cases} J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + p n \Phi_m i_a \sin(p\theta) + \\ + p n \Phi_m i_b \sin(p(\theta - \lambda)) = 0; \\ V - r \cdot i_a - L \cdot \frac{di_a}{dt} - M \frac{di_b}{dt} + \\ + \frac{d}{dt} [n \Phi_m \cos(p\theta)] = 0; \\ V - r \cdot i_b - L \cdot \frac{di_b}{dt} - M \frac{di_a}{dt} + \\ + \frac{d}{dt} [n \Phi_m \cos(p \cdot (\theta - \lambda))] = 0, \end{cases} \quad (2)$$

де J – момент інерції; θ – кут повороту ротора; D – коефіцієнт в'язкого тертя; p – кількість пар полюсів; n – кількість витків обмотки; Φ_m – магнітний потік; i_a, i_b – струм обмоток а та б; λ – крок зубців статора; V – напруга живлення двигуна; r – активний опір кола статора; L – індуктивність кожної фази; M – взаємодукація; N_r – кількість зубців ротора.

Щоб визначити вихідний момент крокового двигуна $M_{em}(t)$, який є головною характеристикою при моделюванні вимірювальних перетворювачів на базі КД, необхідно доповнити систему рівнянь (2) таким виразом:

$$M_{em}(t) = nN_r \Phi_m \cdot [i_a(t) \cdot \sin(N_r \cdot \theta(t)) + i_b(t) \cdot \cos(N_r \cdot \theta(t))]. \quad (3)$$

Тоді остаточна (повна) модель крокового двигуна матиме такий вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + pn\Phi_m i_a \sin(p\theta) + \\ + pn\Phi_m i_b \sin(p(\theta - \lambda)) = 0; \\ V - r \cdot i_a - L \cdot \frac{di_a}{dt} - M \frac{di_b}{dt} + \\ + \frac{d}{dt} [n\Phi_m \cos(p\theta)] = 0; \\ V - r \cdot i_b - L \cdot \frac{di_b}{dt} - M \frac{di_a}{dt} + \\ + \frac{d}{dt} [n\Phi_m \cos(p \cdot (\theta - \lambda))] = 0; \\ M_{em}(t) = nN_r \Phi_m \cdot [i_a(t) \cdot \sin(N_r \cdot \theta(t)) + \\ + i_b(t) \cdot \cos(N_r \cdot \theta(t))]. \end{array} \right. \quad (4)$$

Зважаючи на попереднє, пропонується така електромеханічна модель, яка описує роботу ВППМ під час підімкнення до електричної мережі:

$$\left\{ \begin{array}{l} J \frac{d^2\theta}{dt^2} + D \frac{d\theta}{dt} + pn\Phi_m i_a \sin(p\theta) + \\ + pn\Phi_m i_b \sin(p(\theta - \lambda)) = 0; \\ V - r \cdot i_a - L \cdot \frac{di_a}{dt} - M \frac{di_b}{dt} + \\ + \frac{d}{dt} [n\Phi_m \cos(p\theta)] = 0; \\ V - r \cdot i_b - L \cdot \frac{di_b}{dt} - M \frac{di_a}{dt} + \\ + \frac{d}{dt} [n\Phi_m \cos(p \cdot (\theta - \lambda))] = 0; \\ M_{em}(t) = nN_r \Phi_m \cdot [i_a(t) \cdot \sin(N_r \cdot \theta(t)) + \\ + i_b(t) \cdot \cos(N_r \cdot \theta(t))]; \\ J^* \cdot \frac{d\omega_p(t)}{dt} = i^* \cdot [M_{em}(t) - M_p^*(t)], \end{array} \right. \quad (5)$$

де J^* – зведений момент інерції рухомої частини ВППМ; i^* – передаточне число хвильового редуктора.

Зобразимо ротор ОК, муфту спряження, ротор КД, редуктор та ТД у вигляді матеріальних точок, що мають певні моменти інерції, а ідеалізовані безінерційні зв'язки між ними не мають маси і харак-

теризуються пружністю та дисипативними властивостями. Тоді зведення моментів інерції мас, які зосереджені на валу до торсіона виконуються через квадрат передаточного числа редуктора:

$$J^* = J_{тд} + \frac{J_{пл}}{i^2} + \frac{J_{мс}}{i^2} + \frac{J_{ок}}{i^2}, \quad (6)$$

де $J_{тд}$ – момент інерції торсіонного давача; $J_{пл}$ – момент інерції приводного двигуна; $J_{мс}$ – момент інерції МС; $J_{ок}$ – момент інерції об'єкта контролю.

Припустимо також, що жорсткість хвильового редуктора має лінійну статичну характеристику і складемо рівняння балансу моментів та потужностей у хвильовому редукторі:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_n + M_{em} + M_p = 0; \\ M_n \cdot \omega_{кл} + M_{em} \cdot \omega_{кл} + M_p \cdot \omega_p = 0, \end{array} \right. \quad (7)$$

де $\omega_{кл}$ – частота обертання вхідного вала (ротор КД) редуктора; $\omega_p = \frac{\omega_{кл}}{i^*}$ – частота обертання вихідного вала редуктора.

Тоді сумарний момент на торсіонному давачеві M_n , з урахуванням зроблених раніше припущень, визначається так:

$$M_n(t) = M_{em}(t) \cdot i^* \cdot \eta + M_{пок}(t) + \Delta M_{мс}(t), \quad (8)$$

де η – коефіцієнт корисної дії редуктора; $\Delta M_{мс}(t) = -e \cdot \cos(\omega_p \cdot t)$ – момент ексцентриситету муфти спряження.

Сумарний момент M_n , який виникає на торсіонному давачеві, деформує його. В наслідок чого торсіон закручується, тобто один край торсіона зміщується відносно другого краю на фіксований кут φ . Динаміку руху торсіона описує диференціальне рівняння такого вигляду:

$$J^* \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} + P \cdot \frac{d\varphi}{dt} + C \cdot \varphi = M_n, \quad (9)$$

де P – постійна демпфірування; $C = G \cdot J_p / l$ – коефіцієнт жорсткості; l – довжина торсіона; $G = 0,5 \cdot E / (1 + \mu)$ – модуль зсуву; E – модуль пружності; μ – коефіцієнт Пуассона; $J_p = \pi \cdot R^4 / 2$ – полярний момент інерції; R – зовнішній радіус торсіона.

Для зручності далі перетворимо (9) до загальноживаного вигляду:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\omega\varepsilon \frac{d\varphi}{dt} + \omega^2\varphi = \frac{M_n}{J^*}, \quad (10)$$

де $\omega^2 = C/J^*$ – власна частота вільних коливань;
 $\varepsilon = P/(2\sqrt{J^* \cdot C})$ – ступінь заспокоєння вільних коливань.

Перехід з динаміки у статику дозволяє отримати з (9) рівняння перетворення торсіона. Залежність кута φ , на який закручується торсіонний давач, від прикладеного до торсіона моменту M_n розраховується за формулою:

$$\varphi = \frac{M_n \cdot l}{G \cdot J_p} \quad (11)$$

Кут закручування торсіона φ фіксують два трансформаторні перетворювачі, які підімкнені за диференціальною схемою. Така вимірювальна схема має дуже високу чутливість та лінійне рівняння перетворення вигляду:

$$\varphi = E_x \cdot \frac{\pi \cdot w_1}{2 \cdot w_2 \cdot U}, \quad (12)$$

де E_x – напруга яка знімається з ВППМ (інформативний параметр); w_1 та w_2 – відповідно, кількість витків первинної та вторинної обмоток обох трансформаторних перетворювачів; U – напруга живлення обох трансформаторних перетворювачів.

Порівнявши рівняння (11) та (12), отримаємо

статичне рівняння перетворення ВППМ з ТД у такому вигляді:

$$M_n = E_x \cdot \frac{G \cdot J_p \cdot \pi \cdot w_1}{2 \cdot l \cdot w_2 \cdot U} \quad (13)$$

Моделювання ВППМ з ТД

Моделювання ВППМ з ТД складається з двох окремих етапів (особливості досліду “короткого замикання”): моделювання залежності пускового моменту від кута повороту ротора ОК та моделювання вимірювання мінімального пускового моменту. Виконаємо моделювання ВППМ з ТД, використовуючи такі типи складових елементів: ОК – асинхронний двигун 4AA56A4; ПД – кроковий двигун ШД88-1.6-0.18; торсіонний давач – суцільний вал, виконаний з метрологічної сталі з малим гістерезисом.

Моделювання залежності пускового моменту від кута повороту ротора ОК. Оскільки математична модель КД являє собою систему рівнянь, яку неможливо розв’язати аналітично, використаємо для моделювання середовище символічної математики Maple V4.

Вхідною величиною, що діє на ВППМ, є пусковий момент асинхронного двигуна, який має вигляд, наведений на рис. 2.

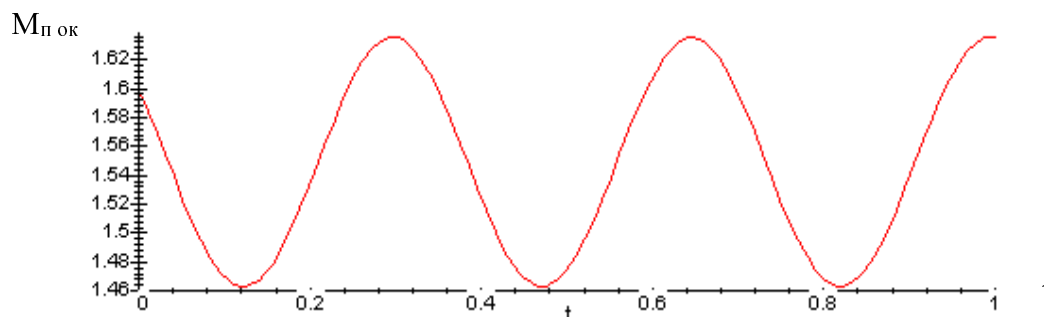


Рис.2. Вхідний сигнал ВППМ з ТД

Напруга живлення крокового двигуна має вигляд прямокутного імпульсу (рис.3), що відповідає умовам зміни положення ротора відносно статора КД на одне кутове положення. Тривалість імпульсу – 0,06 с, що забезпечує завершення коливань ротора КД під час позиціонування у нове кутове положення.

Момент, який вносить муфта спряження, наведено на рис.4.

Розв’язавши чисельними методами (метод Гіра) у середовищі Maple V4 систему (5), отримаємо зале-

жність сумарного моменту $M_n(t)$ на торсіонному давачеві від часу (рис.5).

Аналізуючи цю залежність, бачимо, що у проміжок часу, коли виконується позиціонування КД у нове кутове положення ($t_{засп} = 0,06$ с), момент на торсіонному давачеві досить значний. Необхідно зачекати поки закінчиться перехідний процес у КД, а потім виконувати вимірювання значення пускового моменту M_n .

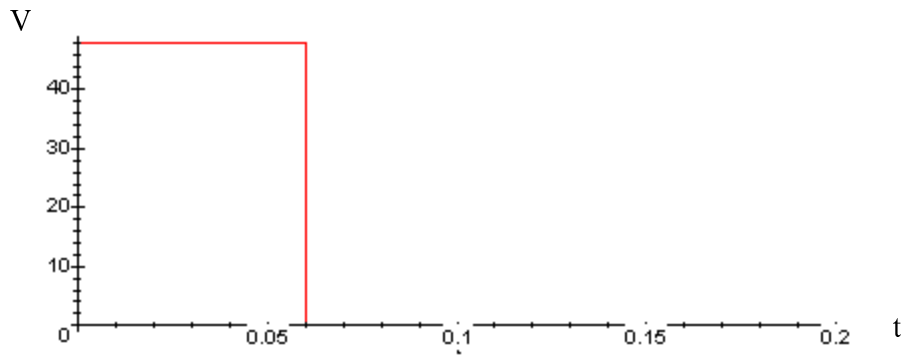


Рис.3. Напряга живлення крокового двигуна

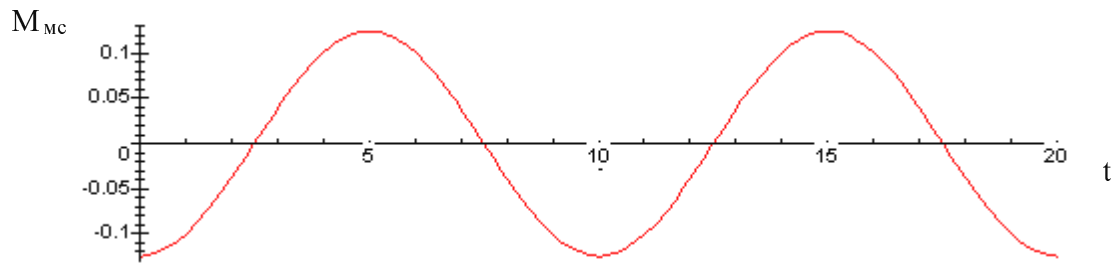
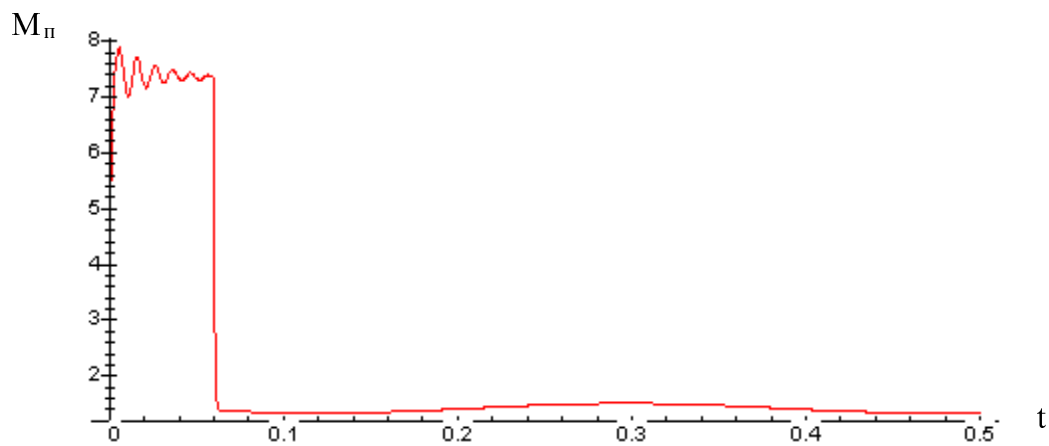


Рис.4. Момент муфти спряження

Рис.5. Сумарний момент на M_n на ТД

Відносна похибка моделі запропонованого ВППМ з ТД визначається за формулою (14), а графічна залежність наведена на рис.6:

$$\delta = \left| \frac{M_{\text{п}}(t) - M_{\text{п ок}}(t)}{M_{\text{п ок}}(t)} \right| \cdot 100\% . \quad (14)$$

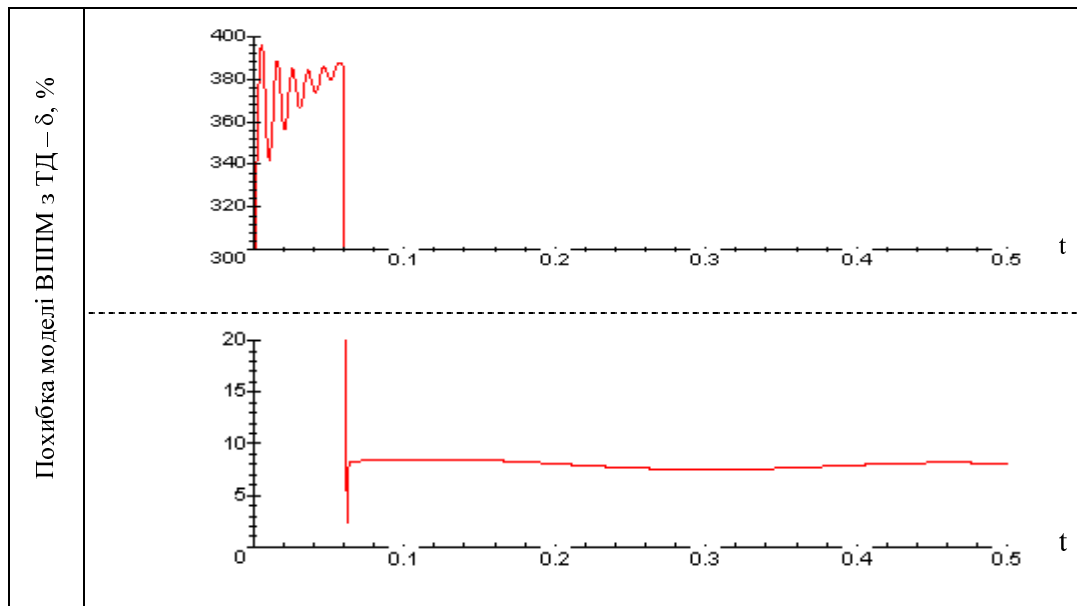


Рис.6. Похибка моделі ВППМ з ТД

Моделювання вимірювання мінімального пускового моменту. Динаміку ВППМ у цьому режимі описує рівняння (10). Для моделювання переписемо його у вигляді:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\omega\varepsilon \frac{d\varphi}{dt} + \omega^2\varphi = \frac{k \cdot U_{кн}^2 + A}{J^*}, \quad (15)$$

де $A = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Аналітичний розв'язок (15) – це залежність кута закручування торсіона φ від часу. Отримаємо її у такому вигляді:

$$\varphi(t) = \frac{k \cdot U_{кн}^2 + A}{C} \times \left\{ \begin{aligned} &1 - e^{-\varepsilon\omega t} \times \\ &\times \left[\frac{\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} \sin(\sqrt{1-\varepsilon^2}\omega t) + \right. \\ &\left. + \cos(\sqrt{1-\varepsilon^2}\omega t) \right] \end{aligned} \right\}. \quad (16)$$

Рівняння (16) дає змогу побудувати залежність кута закручування торсіона φ від часу та напруги живлення ОК (рис.7).

З аналізу рис.7 видно, що час заспокоєння торсіона не перевищує 0,006...0,007 с при заживленні ОК максимальною напругою. У деяких випадках можливе випробування ОК на зниженій напрузі, що дає змогу суттєво зменшити час заспокоєння торсіона.

Вплив деформації торсіона на точність контролю. У кожному кутовому положенні КД α торсіонний давач деформується на деякий кут φ . Внаслідок цього реальне значення кутового положення відрізняється від теоретичного на величину кута деформації торсіона і становить $(\alpha+\varphi)$. Таке явище вносить методичну похибку у засіб контролю. Величина кута деформації торсіона φ залежить від прикладеного до торсіона моменту та конструкції торсіона. Змінюючи конструкцію торсіона чи його параметри, можна підібрати такі його значення, коли деформація буде дуже мала, що досить непогано для точності контролю, але чим менше значення φ , тим складніше його фіксувати вимірювальною системою.

Щоб визначитися з цим питанням, необхідно знати, який час ОК може знаходитись у стані короткого замкнення, щоб не вийти з ладу (звичайно цей час $T_{кз}$ дорівнює 10 с). Тоді залежність часу t (час одного повного оберту ОК) від кутового положення α буде мати такий вигляд:

$$t = \alpha \cdot \frac{T_{кз}}{2 \cdot \pi}, \quad \alpha \in [0...2\pi]. \quad (17)$$

Тоді з рівняння (1) з урахуванням (17) можна отримати залежність “теоретичного” (без урахування деформації торсіона) пускового моменту ОК від кутового положення ротора ОК у вигляді:

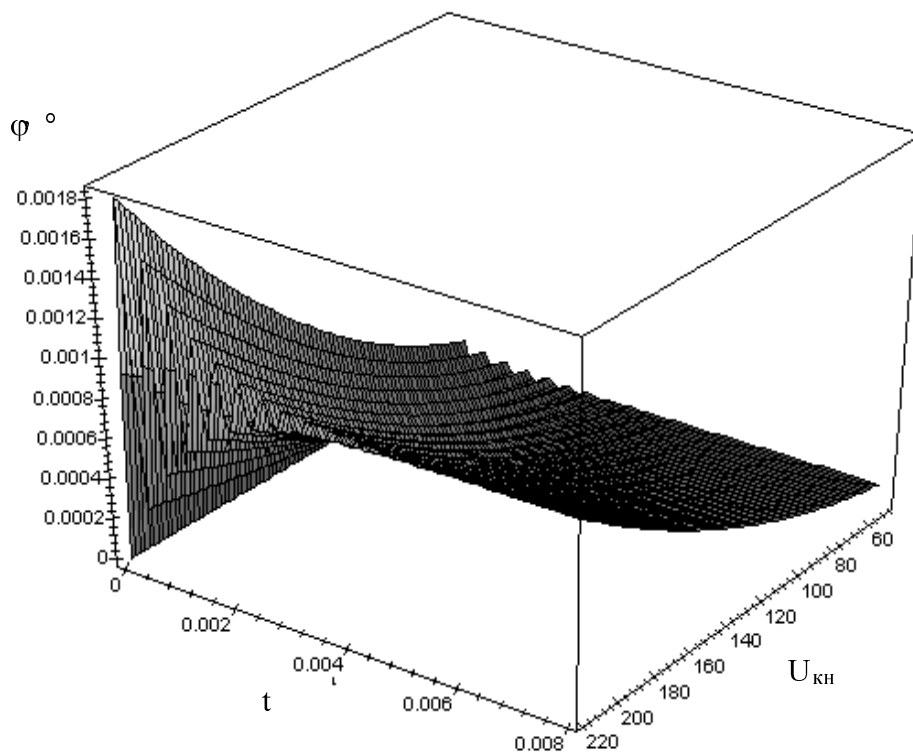


Рис.7. Залежність кута закручування торсіона φ від часу та напруги живлення ОК

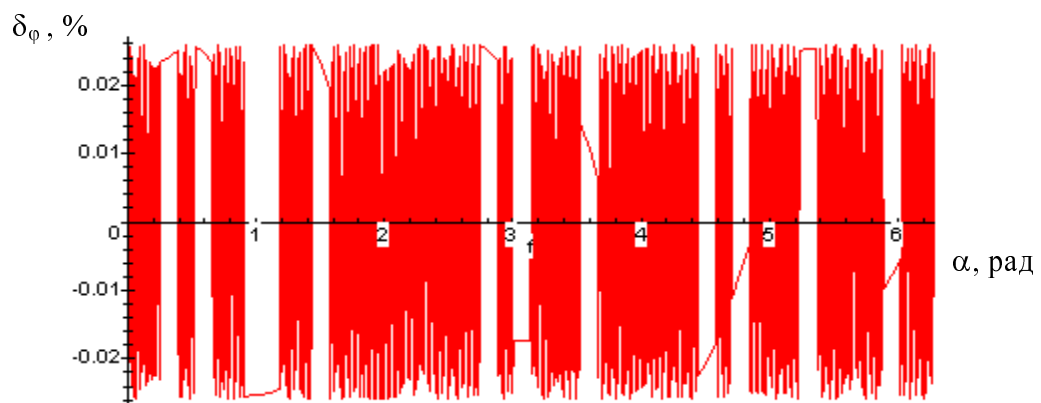


Рис.8. Методична похибка за рахунок деформації торсіона

$$M_n^1(\alpha) = k \cdot U_{\text{кн}}^2 + \left[a \cdot \sin\left(\omega_1 \cdot \alpha \cdot \frac{T_{\text{кз}}}{2 \cdot \pi}\right) + b \cdot \cos\left(\omega_2 \cdot \alpha \cdot \frac{T_{\text{кз}}}{2 \cdot \pi}\right) \right], \alpha \in [0 \dots 2\pi]. \quad (18)$$

Маючи рівняння перетворення торсіона (11), можна отримати залежність величини кута закручування торсіона φ від кутового положення ОК:

$$\varphi(\alpha) = M_n^1(\alpha) \cdot \frac{1}{G \cdot J_p}, \alpha \in [0 \dots 2\pi]. \quad (19)$$

Тоді залежність “реального” (той, який виміряє ВППМ) пускового моменту від кута повороту ОК можна знайти, використав (18) та (19) у вигляді:

$$M_n^2(\alpha) = kU_{\text{кн}}^2 + \left[a \cdot \sin\left(\omega_1(\alpha + \varphi(\alpha)) \cdot \frac{T_{\text{кз}}}{2 \cdot \pi}\right) + b \cdot \cos\left(\omega_2(\alpha + \varphi(\alpha)) \cdot \frac{T_{\text{кз}}}{2 \cdot \pi}\right) \right], \alpha \in [0 \dots 2\pi]. \quad (20)$$

Маючи вирази (18) та (20), легко знайти відносну методичну похибку, яка виникає за рахунок деформації торсіона за такою формулою:

$$\delta_\varphi = \left| \frac{M_n^2(\alpha) - M_n^1(\alpha)}{M_n^1(\alpha)} \right| \cdot 100\%. \quad (21)$$

Моделювання показує, якщо максимальний пусковий момент двигуна 1,63 Н·м, а параметри торсіона підібрати так, що максимальний кут деформації 0,001°, то методична похибка не перевищує 0,025 % (рис.8). При цьому напруга на виході торсіона прийнятна до вимірювання.

Висновки

- Розроблений новий засіб контролю пускового моменту та його математична модель, який конструктивно та алгоритмічно відрізняється від відомих раніше наявністю нового конструктивного елемента – торсіонного давача.
- Введення у вимірювальну систему торсіонного давача дозволяє підвищити точність контролю та зменшити відносну похибку ВППМ до 7...8 %.
- Виконане математичне моделювання розробленого ВППМ з ТД у двох режимах: моделювання залежності пускового моменту від кута повороту ротора ОК та моделювання вимірювання мінімального пускового моменту – доводять достовірність моделі.
- Досліджено вплив деформації торсіона на точність контролю. Запропонована методика врахування цього явища при виборі параметрів торсіонного давача та його конструкції.

1. Кухарчук В.В., Козловський А.В. Математична модель вимірювального перетворювача пускового моменту з кроковим двигуном // Вісн. ВПІ. 1997. № 3. С.11-15.
 2. Козловський А.В. Спосіб визначення пускового моменту електродвигуна // В зб. “Приборостроение-98” за матеріалами міжнародної науково-технічної конференції. - Вінниця-Симферопіль. 1998. С.208-213.
 3. Левшина Е.С., Новицкий П.В. Электрические измерения физических величин: Учеб. пособие. Л., 1983. С.66-69.
 4. Измерения электрических и неэлектрических величин: Учебн. пособие для вузов / Под. ред. Н.Н. Евстихеев и др. М., 1990. С.155-158.
 5. Кухарчук В.В. Математична модель вимірювального перетворювача пускового моменту електричних машин // Вісн. Вінницького політехн. ін-ту. 1995. № 1. С.5-9.
 6. Кенио Т. Шаговые двигатели и их микропроцессорные системы управления: Пер. с англ. М., 1987. С.75-88.