

ВСТАНОВЛЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ПРУЖНИХ ПАРАМЕТРІВ ДВОЧАСТОТНИХ РЕЗОНАНСНИХ ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМ

© Гурський В. М., Шпак Я. В., 2011

Розглянуто задачу встановлення заданих двочастотних резонансних режимів роботи вібраційної системи з розрахунком жорсткостей її пружних ланок та номінального зусилля електромагнітного збурення.

This article describes the set of twofrequency resonance modes of operations of the oscillation system by the calculation of inflexibilities of it resilient system and nominal effort of electromagnetic indignation.

Вступ. У сучасних умовах перед науковцями та інженерами поставлено важливі завдання, спрямовані на модернізацію та зниження енергоспоживання технологічного обладнання на підприємствах України. Модернізація устаткування визнана на урядовому рівні перспективним напрямом подальшого розвитку машинобудування та може полягати в розширенні технологічних можливостей обладнання, підвищенні продуктивності його роботи та якості продукції. Удосконалення вібраційних систем, реалізованих у вигляді технологічних машин, випробувальних стендів, різноманітних виконавчих пристроїв тощо, супроводжується реалізацією певних амплітудно-частотних режимів роботи. Важливим в цьому сенсі є створення універсальних технологічних машин, здатних працювати з різноманітними середовищами за різних умов роботи.

Постановка проблеми. Оцінити ефективність певного технічного варіанта виконання вібраційної системи, отриманого встановленням інерційних і пружних параметрів, можна за допомогою його динамічного аналізу. Великою мірою основні динамічні закономірності, які проявляються, як правило, за конкретних умов збурення, можуть бути закладені вже в самих параметрах систем, не конкретизуючи питання їхнього приводу. В такому разі, одним із універсальних засобів оцінювання динамічних можливостей є аналіз власних форм і частот коливань, які вказують на спектр і характер резонансних амплітуд коливань. Досягаючи потрібних динамічних властивостей системи, можна вийти на раціональні її пружно-інерційні параметри.

Аналіз останніх досліджень. У багатьох працях з динаміки механічних систем, серед них [1—3], наведено формули для визначення власних частот коливань систем ланцюгової структури. Для моделювання амплітудно-частотних характеристик лінійних систем, записаних у матричному вигляді, найчастіше використовують відомі математичні програми. Основна увага в роботі [4] зосереджена на встановленні пружно-інерційних параметрів щодо реалізації енергоощадних одночастотних коливань в області другого резонансу. Щодо реалізації заданих двочастотних резонансних режимів роботи у вібраційних системах, то розрахунки в [5—7] виконано без виведення кінцевих аналітичних виразів та ґрунтовного аналізу пружних параметрів системи. Причому в [5] як резонансна в механічній системі використовується тільки одна її власна частота.

Постановка задачі. Поставлено завдання виведення аналітичних виразів для розрахунку жорсткостей пружних ланок у тримасовій вібраційній системі за відомих її інерційних параметрів. Отримані вирази дадуть змогу реалізувати двочастотний резонансний режим роботи із кратністю власних і примусових частот 2 та оцінити ефективність використання уже реалізованої системи за одночастотного збурення електромагнітними віброзбудувачами (ЕМВ).

Виклад основного матеріалу. Для розгляду пропонується вібраційна система — стіл з вертикально спрямованими коливаннями під дією електромагнітного привода (рис. 1), який можна використати для ущільнення сумішей сипких компонентів, а також як стенд для випробування. Особливості структури детально викладено в [7], а інерційні параметри коливальних мас 1-3 становлять відповідно $m_1 = 13,4$ кг, $m_2 = 36,3$ кг, $m_3 = 10,2$ кг. Динамічні характеристики вібраційної системи за відомих її інерційних параметрів визначатимуться розрахунком жорсткостей пружних ланок 4, 5 на необхідні одно- чи двочастотні (кратні 2) резонансні режими (25 Гц/50 Гц і 50 Гц/100 Гц) та зусиллями збурення за відповідними частотами.

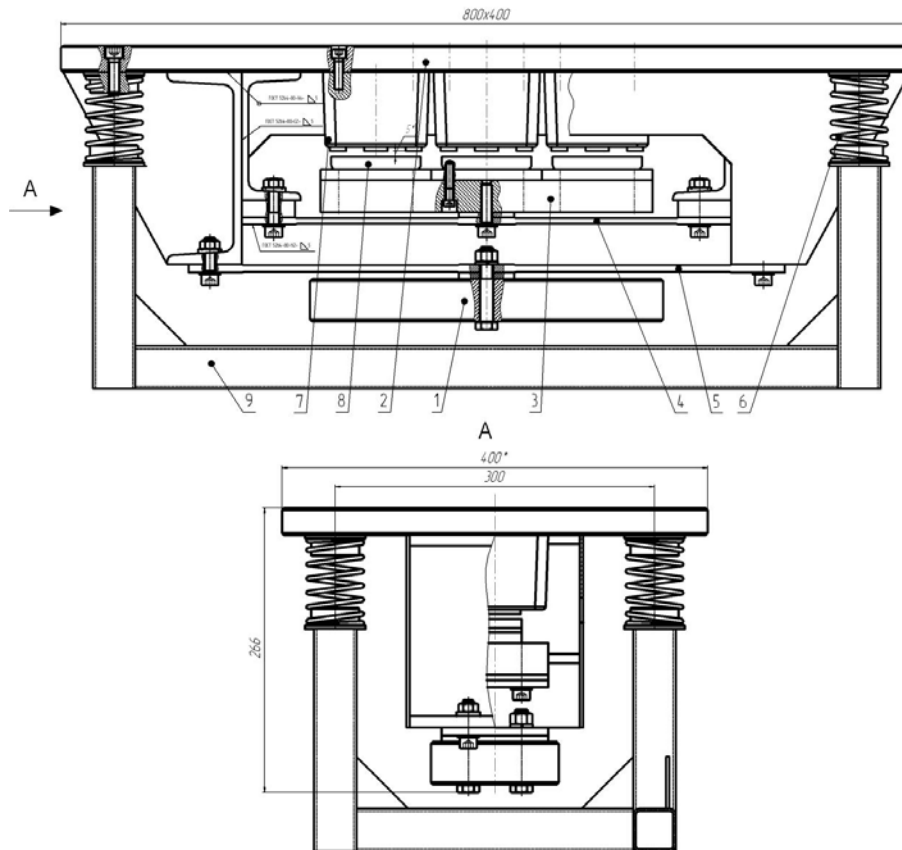


Рис. 1. Конструкція вібраційного стола:

1, 2, 3 — активна, робоча та реактивна коливальні маси;
4, 5 — резонансні плоскі пружини; 6 — віброізолятори; 7, 8 — осердя та якорі ЕМВ; 9 — рама

Відоме частотне рівняння тримасової коливальної системи ланцюгової структури [2, 3], без врахування жорсткості віброізоляторів, має такий вигляд:

$$\Delta(w) = w^4 - Aw^2 + B, \quad (1)$$

де $A = \frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} + \frac{c_2}{m_3}$, $B = c_1 c_2 \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_1 m_2 m_3}$ — зведені параметричні коефіцієнти механічної системи в частотному рівнянні.

Перші дві власні частоти коливань визначаються з умови $\Delta(w) = 0$:

$$w_{01(02)} = \sqrt{\frac{A m \sqrt{A^2 - 4B}}{2}}, \quad (2)$$

а їхнє відношення $n_w = w_{02} / w_{01}$ набуде вигляду

$$n_w = \sqrt{\frac{2A}{A - \sqrt{A^2 - 4B}}} - 1. \quad (3)$$

Використовуючи формули (2) та (3), у системі рівнянь можна реалізувати певні режими роботи тримасової механічної системи [6] (а – резонансні одночастотні на першій чи другій власних частотах; б – резонансний двочастотний), підбираючи числовим способом невідомі інерційні або пружні параметри. В інженерній практиці поширенішим є встановлення жорсткостей пружних ланок за відомих масових характеристик коливальних мас.

Проте аналіз формули (3) як функції жорсткостей вказує на її неоднозначність – задане співвідношення між власними частотами вібраційної системи може бути реалізоване за різних комбінацій її пружних параметрів (рис. 2). Причиною цього є те, що для фіксованого співвідношення власних частот різною буде початкова точка відліку на частотній осі, а відповідно різними значення самих власних частот.

Важливим з технологічного погляду, оскільки вібраційна система має задовільно працювати в разі зміни маси завантаженого середовища, є питання вибору величини резонансного налагодження частот власних коливань (f_{01}, f_{02}) до вимушених (f_1, f_2). У класичному підході $z_1 = f_1 / f_{01}$ та $z_2 = f_2 / f_{02}$ (рис. 3).

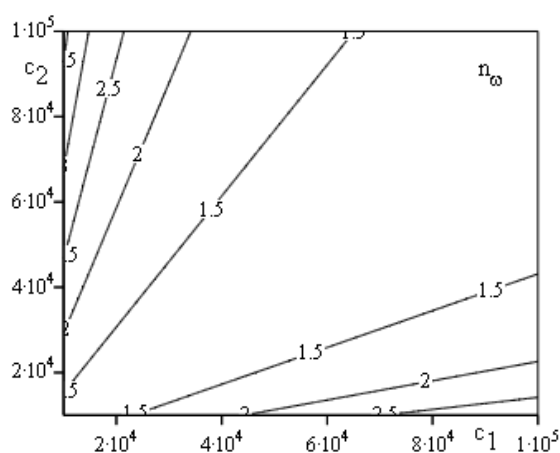


Рис. 2. Лінії рівня відношення частот для різних значень жорсткостей пружних ланок

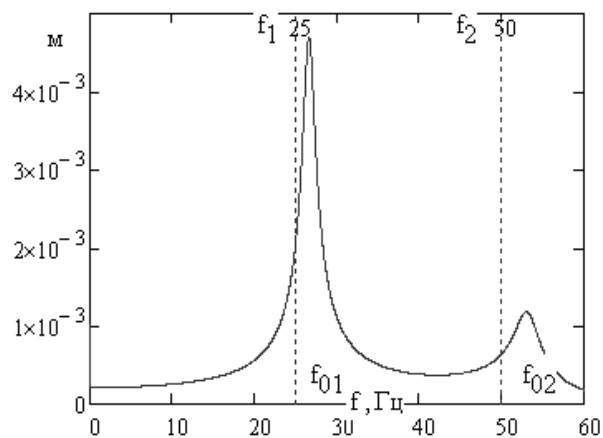


Рис. 3. Типова АЧХ однієї із коливальних мас лінійної тримасової системи

Компенсація впливу змінної технологічної маси резонансними налагодженнями відбивається на значеннях жорсткостей пружних ланок. Приймаючи $z_1 = z_2$ для двочастотних систем із кратними 2 власними частотами та фіксуючи першу власну частоту w_{01} , розв'язують систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} w_{01} = \frac{w_1}{z} = \sqrt{\frac{A - \sqrt{A^2 - 4B}}{2}} \\ n_w = \sqrt{\frac{2A}{A - \sqrt{A^2 - 4B}} - 1} = 2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

із якої визначаються значення невідомих коефіцієнтів $A = 5w_{01}^2$, $B = 4w_{01}^4$. За виразами для цих коефіцієнтів (1) виведено формули для розрахунку жорсткостей пружних ланок, які дають змогу реалізувати двочастотні резонансні режими роботи системи за відомих її інерційних параметрів:

$$c_2 = \frac{m_3 [5M \cdot m_2 - \sqrt{M \cdot m_2 (9M \cdot m_2 - 16m_1 m_3)}]}{2M(m_2 + m_3)} w_{01}^2 \quad (5)$$

$$c_2^* = \frac{m_3 [5M \cdot m_2 + \sqrt{M \cdot m_2 (9M \cdot m_2 - 16m_1 m_3)}]}{2M(m_2 + m_3)} w_{01}^2 \quad (5^*)$$

$$c_1 = 4 \cdot m_1 m_2 m_3 \cdot \omega_{01}^4 / (M \cdot c_2), \quad (6)$$

де $M = m_1 + m_2 + m_3$ – загальна маса вібраційної системи.

Особливістю отриманих формул для розрахунку жорсткостей пружних ланок є те, що вони встановлюють однозначність між пружно-інерційними параметрами вібраційної системи та її власними частотами. Двозначність розв'язку за формулами (5) та (6) зумовлена фіксацією першої власної частоти коливань на частотній осі.

Графічні залежності власних частот коливань (2) та їх відношення (3) від жорсткості c_1 , якщо жорсткість c_2 розраховано за формулою (5) $c_2 = 2,313 \cdot 10^5$ Н/м чи (5*) $c_2^* = 8,335 \cdot 10^5$ Н/м, наведено на рис. 4. Вони дають змогу встановити закономірності впливу та можливість вибору такої величини параметра c_1 , який задовольняє певним значенням власних частот. Для реалізації кратного 2 відношення власних частот потрібні значення жорсткості c_1 визначаються за (6) та становлять для відповідних систем $c_1 = 1,024 \cdot 10^6$ Н/м і $c_1^* = 2,844 \cdot 10^5$ Н/м. Особливістю є те, що для першого випадку жорсткість $c_2 < c_1$, для другого – $c_2^* > c_1^*$. Співвідношення між жорсткостями становить 3,6. Характерною особливістю тримасових систем згідно з рис. 4 є такі ділянки, які характеризуються порівняно сталим значенням другої власної частоти коливань ω_{02} в певному діапазоні зміни однієї із жорсткостей (в цьому випадку коли $c_1 \ll c_2$). Тому це обґрунтовує появу спрощених тримасових структур із “нульовою жорсткістю” [4], у яких забезпечується одночасний режим роботи на другій власній частоті, якщо $c_2 \ll c_1$.

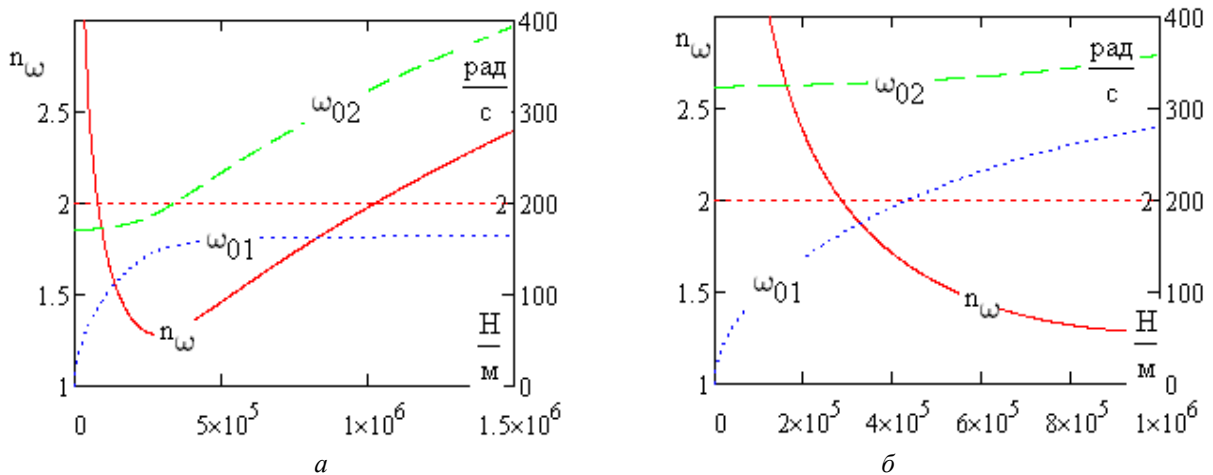


Рис. 4. Графіки залежностей власних частот коливань від жорсткості c_1

Вектори власних форм (курсивом виділено форми робочого органа), які показують розбалансування амплітуд коливань та можливі напрямки переміщень мас, графічно зображені на рис. 5 і відповідно становлять:

$$\mathbf{X}^{<50>, <25>} = \begin{bmatrix} -0,924 & -0,262 \\ 0,369 & -0,17 \\ -0,1 & 0,95 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}^{<50^*>, <25^*>} = \begin{bmatrix} 0,073 & 0,906 \\ -0,295 & -0,236 \\ 0,953 & -0,351 \end{bmatrix}.$$

Ортогональність власних форм, отриманих для двох випадків набору пружних параметрів, підтверджується виразом [1, 2]:

$$m_1 \cdot \mathbf{X}_1^{<50>} \cdot \mathbf{X}_1^{<25>} + m_2 \cdot \mathbf{X}_2^{<50>} \cdot \mathbf{X}_2^{<25>} + m_3 \cdot \mathbf{X}_3^{<50>} \cdot \mathbf{X}_3^{<25>} = 0.$$

Порівнюючи відповідні власні форми коливань робочого органа за їхніми значеннями, можна припустити, що для реалізації вищих частот коливань раціонально використовувати перший випадок формул, для нижчих частот – другий.

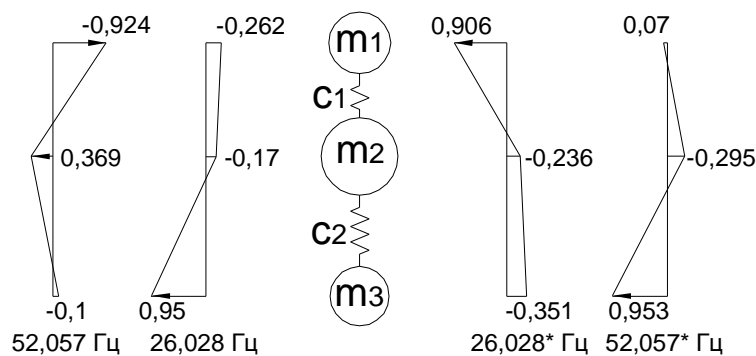


Рис. 5. Форми власних коливань за кратних частот

Перевірити це припущення варто розглядом вимушених коливань вібраційної системи. У випадку силового електромагнітного збурення із амплітудним значенням зусилля $F = 300\text{ Н}$ наведено АЧХ коливальних мас для двох можливих значень жорсткостей (5), (5*) і (6) пружних ланок (рис. 6). Перший варіант характеризується більшою амплітудою коливань робочого органа на першій власній частоті, ніж на другій, а другий випадок – навпаки. Такі системи передусім можна використовувати як одночастотні резонансні, залежно від того, нижчу чи вищу власну частоту вибрати резонансною щодо частоти збурення. Якщо поставлено завдання реалізувати низько-частотну вібраційну систему, то за відношенням F/X_2 перший випадок є доцільнішим. Тому прийняте попередньо припущення про ефективність цих систем на основі аналізу власних форм суперечить реальному аналізу за примусовими коливаннями під дією електромагнітного приводу між масами m_2 і m_3 .

Про раціональне співвідношення жорсткостей в системі говорить запас кінетичної енергії робочого органа в міжрезонансному частотному діапазоні $[w_1 \text{ К } w_{02}] = [157 \text{ К } 327,083]$ згідно з формулою $T_{m_2} = m_2 \sum_w [w \cdot |X_2(w)|]^2 / 2$. Для АЧХ на рис. 6, а він становить $T_{m_2} = 1032,84 \text{ Дж}$, для другого на рис. 6, б – $T_{m_2}^* = 814,45 \text{ Дж}$.

Для реалізації коливань робочого органа із заданою амплітудою на потрібній частоті зусилля збурення визначають за формулою:

$$F(w) = \frac{X_2 \cdot \Delta(w) \cdot m_1 m_2}{c_1 (1 + if) - m_1 w^2}, \quad (7)$$

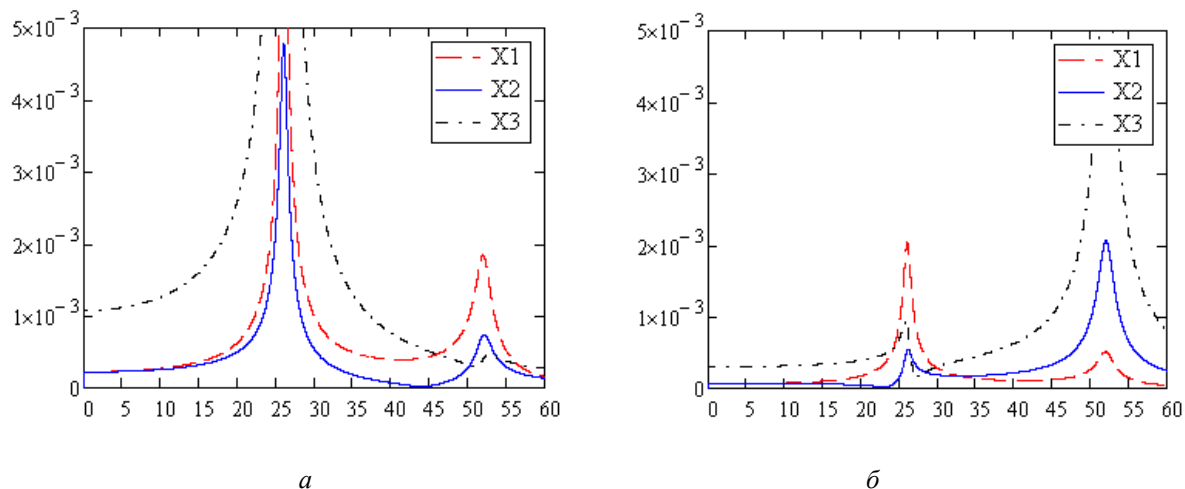


Рис. 6. АЧХ коливальних мас вібраційного стола за жорсткостей пружних ланок, розрахованих за формулою (5) – (а) та (5*) – (б) при $F = 300\text{ Н}$

Щодо енергетичних затрат, то кращим є перший варіант набору формул, за якого сумарне зусилля збурення для забезпечення на частотах $25 \text{ Гц}/50 \text{ Гц}$ відповідно амплітуд коливань робочого органа $0,6 \text{ мм}/0,4 \text{ мм}$ згідно з (7) (з урахуванням внутрішнього комплексного тертя в пружних елементах, коли коефіцієнт непружного опору $f = 0,04$) становить $81,5 + 439,5 = 521 \text{ Н}$, коли за другого варіанта – $1197 + 127 = 1324 \text{ Н}$. Графічний вигляд частотного рівняння (1) для розрахованих параметрів вібростеми з урахуванням тертя наведено на рис. 7.

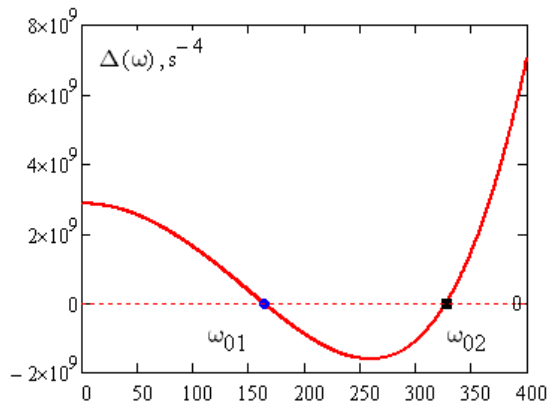


Рис. 7. Графічний вигляд частотного рівняння тримасової вібраційної системи

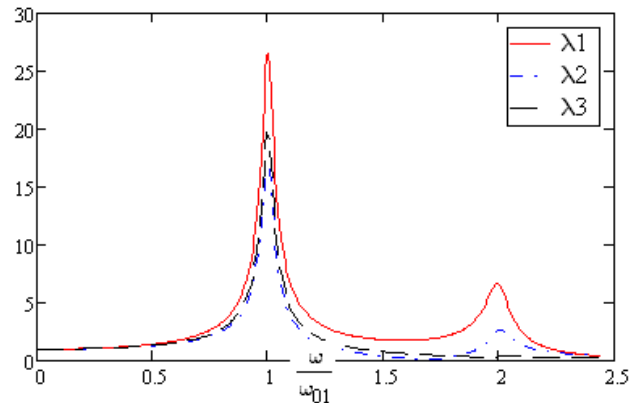


Рис. 8. Частотна характеристика коефіцієнтів динамічності

Значення коефіцієнтів динамічності кожної із мас тримасової вібраційної системи можна розрахувати за наведеними нижче формулами, а їхня частотна характеристика показана на рис. 8.

$$\begin{aligned}
 I_1(\omega) &= \frac{B}{\Delta(\omega)}, \\
 I_2(\omega) &= \frac{B(c_1 - m_1\omega^2)}{c_1 \cdot \Delta(\omega)}, \\
 I_3(\omega) &= \frac{B(c_1(m_1 + m_2) - m_1m_2\omega^2)}{c_1(m_1 + m_2) \cdot \Delta(\omega)},
 \end{aligned} \tag{8}$$

де $B = c_1c_2(m_1 + m_2 + m)_3 / m_1m_2m_3$.

Висновок. На основі синтезу власних частот коливань тримасової механічної системи отримано формули для розрахунку раціональних параметрів пружних ланок щодо забезпечення одно- та двочастотних режимів роботи вібростала. Обґрунтовано подальше використання запропонованих формул у методиках інженерних розрахунків тримасових вібраційних систем із кратними власними частотами коливань та полічастотним збуренням.

1. *Справочник по динамике сооружений / Под ред. Б. Г. Коренева, И. М. Рабиновича. – М.: Стройиздат, 1972. – 511 с.* 2. *Сурьянинов Н.Г., Дащенко А.Ф., Белоус П.А. Теоретические основы динамики машин: учебн. пособ. – Одесса, ОГПУ. – 305 с.* 3. *Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В.; отв. ред. Писаренко Г. С. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев: Наук. Думка, 1988. – 736 с.* 4. *Ланець О. С. Високоэффективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): моногр. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2008. – 324 с.* 5. *Маслов А.Г. Исследование двухчастотных двухмассных резонансных виброплощадок / А. Г. Маслов, А. П. Солтус, Д. В. Савелов // Вісник КДПУ імені Михайла Остроградського. Вип. 1/2009 (54). Ч. 1: Транспорт. Дорожні та будівельні машини. – С. 74–77.* 6. *Гурський В. М. Синтез власних частот та режимів роботи тримасових вібраційних машин / В. М. Гурський, Я. В. Шпак //*

Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. Український міжвід. наук.-техн. зб. – Львів: Нац. ун-т “Львівська політехніка”, 2010. – Вип. 44. – С. 9–16. 7. Гурський В. М. Забезпечення двочастотних резонансних режимів роботи вібраційного стола для ущільнення бетоносумішей / В. М. Гурський, І. В. Кузьо, О. В. Ланець // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”. – Львів, 2010. – № 678 – С. 44–51.

УДК 621.01

Б.М. Дівеєв, І.В. Коник, М.Г. Пастернак
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра транспортних технологій

РОЗРАХУНОК ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ШУМОПОГЛИНАЛЬНИХ ШАРУВАТИХ ПЛАСТИН З ДОДАТКОВИМИ МАСАМИ

© Дівеєв Б.М., Коник І.В., Пастернак М.Г., 2011

Запропоновано нову процедуру для отримання звукоізолюючих параметрів плит типу «сендвіч» з додатковими дискретними елементами типу динамічних гасників коливань (ДГК). Основна перевага цього методу в тому, що він не ґрунтується на жорстких припущеннях щодо моделі плити. Для акустичних розрахунків розглядається еквівалентна “сендвічу” балка Тимошенка.

The present paper is an attempt at proposing a novel procedure to derive the sound isolation parameters for sandwich plates with the presence of an additional discrete elements as dynamic vibration absorbers (DVA). The main advantage of the present method is that it does not rely on strong assumptions about the model of the plate. For acoustic calculations Timoshenko beam equivalent to sandwich is under discussion.

Вступ. Останнім часом широко застосовують конструкції із шаруватих композитних матеріалів, які є одними із найвживаніших в сучасному машинобудуванні, особливо в транспорті, в авіакосмічній промисловості. Завдяки незначній вазі і високій міцності вони все більше використовуються також в цивільному будівництві, дорожньому транспорті і машинобудуванні. Щоб моделювати композитні шаруваті пластини, важливо мати ефективну загальну теорію, щоб точно оцінити вплив поперечних зсувних напружень на роботу пластини. Для досягнення вищих параметрів вібро- та шумопоглинання доцільно застосовувати приєднані до пластини ДГК.

Огляд попередніх досліджень. В [1, 2] наведено огляди різних способів розрахунку тришарових композитних пластин з наповнювачем. Один з можливих алгоритмів розглянуто в роботах [3–6]. У працях [7–11] розглянуто демпфуючі та звукозахисні властивостей шаруватих пластин з додатковими елементами.

Основні співвідношення. Розглянемо кінематичні гіпотези ($U=U_e+U_d$) для симетричної тришарової пластини завтовшки $2H_p$ і з внутрішнім шаром – $2H$ (рис. 1).

$$U_e - \begin{cases} u = \sum_{i,k} u_{ik}^e z^{2i-1} j_k(x), & 0 < z < H, \\ w = \sum_{i,k} w_{ik}^e z^{2i-2} g_k(x), & 0 < x < L, \end{cases} \quad U_d - \begin{cases} u = \sum_{i,k} u_{ik}^d (z-H)^i j_k(x), & H < z < H_p, \\ w = \sum_{i,k} w_{ik}^d (z-H)^i g_k(x) & 0 < x < L. \end{cases} \quad (1)$$