

надлишково навантажені зони та запропонувати конструктивні рішення, націлені на створення рівномірного каркаса кузова автобуса типу Low-entry.

1. ДСТУ UN/ECE R 107-00:2008 Єдині технічні приписи щодо офіційного затвердження двоповерхових пасажирських транспортних засобів великої місткості стосовно загальної конструкції (Правила ЕЭК ООН № 107-00:1998, IDT. 2. Low-entry city buses from HESS AG. <http://www.hess-ag.ch/en/busse/linienbusse/lowentry.php>. 3. Solaris Urbino 12 low-entry. <http://bus.tedom.eu/download/3/104/TEDOM-L12-G.pdf>. 4. Volvo B7R Low Entry [www.volvobuses.com/bus/global/en-gb/products/Intercity](http://www.volvobuses.com/bus/global/en-gb/products/Intercity) 5. Yutong 10m low-entry city bus <http://yutonggroup.en.alibaba.com/product/> 6. New low-entry chassis from Scania with Volgren body [www.scania.com](http://www.scania.com). 7. Зампуї А.А. Проектирование и расчет методом конечных элементов в среде APM Structure3D: учеб. пособие. – М.: АПМ, 2010. – 376 с. 8. Голенко К.Е., Горбай О.З., Крайник Л.В. Комп'ютерне моделювання і аналіз напружено-деформованого стану каркаса кузова автобуса типу low-entry // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка». – 2008. – № 614. – С.63–69.

УДК 621.825.5

В.М. Гелетій

Національний університет «Львівська політехніка»,  
кафедра деталей машин

## РОЗРАХУНОК ДОВГОМІРНИХ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЙ КРАНІВ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ

© Гелетій В.М., 2011

**Розглянуто питання комп'ютерного моделювання механічних систем з довгомірними металоконструкціями значної податливості, навантаженими стискаючими зусиллями. Такі системи описуються нелінійними рівняннями рівноваги. На прикладі баштового крана запропоновано процедуру деформаційного розрахунку і розрахунку на стійкість таких систем.**

**The question of computer design of the mechanical systems is considered with long-length metallic constructions of considerable pliability, by the loaded squeezing efforts. Such systems are described by nonlinear equalizations of equilibrium. On the example of tower faucet the offered procedure of deformation calculation and calculation is on firmness of such systems.**

**Постановка проблеми та аналіз відомих досліджень і публікацій.** Розрахунок металоконструкцій сучасних баштових кранів, що мають довгі стріли і башти, з порівняно великою податливістю, необхідно вести, беручи до уваги значні деформації і стискаючі зусилля, які виникають у башті і стрілі крана.

Подібні системи характеризуються геометричною нелінійністю, що приводить до нелінійних рівнянь рівноваги і суттєво ускладнює розрахунок. Деформаційний розрахунок таких систем відомими методами опору матеріалів і будівельної механіки [1] виявляється надто громіздким і трудомістким у зв'язку з необхідністю врахування впливу поздовжніх сил на деформації. Сучасні розрахункові моделі механічних систем, що містять довгомірні елементи, як правило, формуються на основі їх дискретизації і застосування методу скінченних елементів [2]. Однак зазвичай вони передбачають незмінність геометрії моделі під дією навантажень. Тому розроблення розрахункових моделей, які дають змогу виконувати розрахунок за деформованою схемою, є актуальним завданням.

**Основний матеріал.** На основі отриманої раніше дискретної моделі баштового крана, в якій використані сплайн-апроксимації прогинів дискретних балкових елементів [3], виявилось

можливим організувати доволі просту обчислювальну процедуру деформаційного розрахунку, а також розрахунку на стійкість башти крана.

Рівняння статичної рівноваги баштового крана за недеформованою схемою мають вигляд

$$C \cdot Y = F, \quad (1)$$

де  $C$  – матриця квазіпружних коефіцієнтів,  $Y, F$  – вектори пружних переміщень і узагальнених сил.

Через істотну податливість конструкції баштового крана елементи матриці  $C$  і вектора  $F$  є функціями пружних переміщень  $Y$ . Крім цього, для врахування ефекту поздовжнього згину елементи матриці  $C$ , що відповідають пружним переміщенням башти і стріли, повинні бути доповнені елементами матриці геометричної жорсткості  $G$ , що є лінійними функціями внутрішніх поздовжніх зусиль  $N$ . Тому рівняння (1) виявляється нелінійним

$$C(Y, N) \cdot Y = F(Y). \quad (2)$$

Для розв'язання нелінійної системи (2) можна використати ітераційний метод. Елементи матриць  $C$  і  $F$  вираховуються для пружних переміщень і поздовжніх сил, отриманих на попередній ітерації. Як нульове наближення використовують результати розрахунку за недеформованою схемою.

Отже, ітераційний процес можна подати у вигляді

$$C(Y^{(i-1)}, N^{(i-1)}) Y^{(i)} = F(Y^{(i)}), \quad (3)$$

де  $i$  – номер ітерації.

Для забезпечення заданої точності розрахунку ітераційний процес продовжується доти, доки не задовольниться умова

$$\left| (y_j^{(i-1)} - y_j^{(i)}) / y_j^{(i)} \right| \leq \varepsilon, \quad (4)$$

де  $\varepsilon$  визначає необхідну точність розрахунку.

Визначення критичних з умови стійкості навантажень для башти крана пов'язано зі значними труднощами. Відомими методами воно приводить до складання і розв'язання складних трансцендентних рівнянь.

Водночас метод, оснований на використанні матриці геометричної жорсткості  $G$  для дискретних балкових моделей, дає змогу організувати достатньо точний і ефективний розрахунок на стійкість [4].

Для дискретних балкових елементів коефіцієнти матриці геометричної жорсткості  $G$  можна одержати за допомогою енергетичних залежностей. Розглянемо нескінченно малий елемент деформованої ділянки балки (див. рисунок), навантажений поздовжньою силою  $N(x)$ .

З урахуванням малості прогинів балки зміна відстані між точками прикладання сил дорівнює

$$\delta x = dx \cdot \sqrt{1 - (dy/dx)^2} = [1 - \sqrt{1 + y'(x)^2}] dx \approx 1/2 y'(x)^2 dx.$$

Зміна потенціалу поздовжніх сил нескінченно малого елемента на всіх ділянках балки відповідно дорівнює

$$dU_G = N(x) \delta x = 1/2 \cdot N(x) \cdot y'(x)^2 dx, \quad U_G = 1/2 \cdot \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} N(x) \cdot y'(x)^2 dx.$$

Відповідні коефіцієнти геометричної жорсткості визначаються з умови

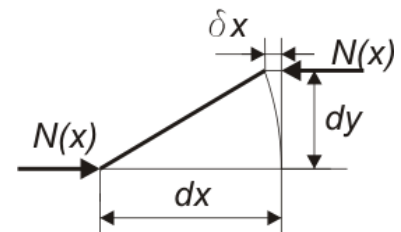
$$g_{ij} = \partial^2 U_G / (\partial y_i \partial y_j).$$

Використавши представлення першої похідної прогинів на ділянках балки апроксимувальними функціями на основі сплайн-апроксимації кривої згину

$$y'(x) = \sum_{j=1}^n v'_{ij}(x) \cdot y_j,$$

де значення прогинів на кінцях ділянок балки, одержимо

$$g_{ij} = \sum_{k=1}^n \int_0^{l_k} N_k(x) \cdot v'_{ki}(x) \cdot v'_{kj}(x) dx.$$



Розрахункова схема елемента балки, навантаженого поздовжньою силою

Матриця геометричної жорсткості дискретних балкових елементів з використанням лінійних апроксимувальних функцій прогинів наведена в роботі [4]. Однак дискретні моделі балок на основі сплайн-апроксимацій дають на порядок меншу похибку при визначенні прогинів і критичного стискаючого зусилля з умови стійкості.

Башта крана навантажена поздовжніми зусиллями від власної ваги конструкції і від ваги вантажу. Цим навантаженням для дискретної балкової моделі башти відповідають матриці  $G_k$  і  $G_p$ . Причому з матриці  $G_p$  можна виділити як загальний множник вагу вантажу

$$G_p = P_r \cdot G_p' \quad (5)$$

Отже, задачу визначення ваги вантажу, що відповідає втраті стійкості башти крана, можна подати у вигляді

$$\det \left[ (C - G_k)^{-1} \cdot G_p' - \frac{1}{P_{гкр}} \cdot E \right] = 0, \quad (6)$$

де  $C$  – елементи матриці квазіпружних коефіцієнтів дискретної моделі крана, що відповідають пружним переміщенням башти.

Отже, вага вантажу, що відповідає втраті стійкості башти крана,  $- P_{гкр}$  визначається як найбільше власне значення матриці  $(C - G_k)^{-1} \cdot G_p'$ .

На основі наведеного алгоритму розроблено систему комп'ютерних програм деформаційного розрахунку баштового крана і розрахунку на стійкість башти крана. Комп'ютерна процедура виконується в діалоговому режимі і дає змогу оперативно міняти вхідні дані, зокрема кількість ділянок дискретизації башти і стріли крана, що оцінювати похибку і надійність результатів. У результаті розрахунку визначалась також зміна нормативного вильоту крана через деформації пружних елементів крана і підкранових шляхів.

Вага вантажу  $P_{гкр}$ , яка відповідає втраті стійкості башти крана, визначена для різної кількості ділянок дискретизації башти крана  $n$  і при різних кутах нахилу стріли  $\alpha$ . Числові значення  $P_{гкр}$  у тоннах, а також відносні похибки їх визначення  $-\delta P_{гкр}$  наведено в таблиці.

Кількість ділянок башти $n$	$\alpha=15^0$		$\alpha=30^0$		$\alpha=45^0$		$\alpha=60^0$	
	$P_{гкр}$	$\delta P_{гкр}\%$	$P_{гкр}$	$\delta P_{гкр}\%$	$P_{гкр}$	$\delta P_{гкр}\%$	$P_{гкр}$	$\delta P_{гкр}\%$
2	38,12	1,35	47,16	1,46	60,06	1,59	80,21	1,71
3	37,74	0,35	46,66	0,39	59,37	0,42	79,21	0,44
4	37,61		46,48		59,12		78,86	

Задовільна точність визначення  $P_{гкр}$  забезпечується вже при  $n=2$ . Зі збільшенням кута нахилу стріли  $\alpha$  точність визначення  $P_{гкр}$  незначно зменшується.

**Висновки.** Ітераційний процес деформаційного розрахунку крана за різних значень параметрів крана практично сходився за 2–3 ітерації. Уточнення, які вносить розрахунок за деформованою схемою, становить за номінальної вантажопідйомності для пружних переміщень і зусиль в канатах крана до 2,5 %, а для згинного моменту в основі башти до 5 %. Відхилення вильоту від початкового значення досягає максимального значення (2 %) при куті нахилу стріли 45 градусів.

Запропоновані розрахункові моделі баштового крана, в яких використано сплайн-апроксимації прогинів дискретних балкових елементів, показали достатню точність за малої кількості ділянок дискретизації. Так, при дискретизації башти на  $n$  ділянок результати деформаційного розрахунку і розрахунку критичного зусилля башти крана практично не відрізняються вже для  $n=3$ .

1. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. *Опір матеріалів: підручн.* – К.: Вища школа, 1993. – 655 с. 2. Загорюлько А.В. *Чисельні методи у механіці: навч. посіб.* – Суми: Вид-во СумДУ, 2008. – 186 с. 3. Гелетій В.М. *Комп'ютерне моделювання і визначення фактичних навантажень довгомірних металоконструкцій з гнучкими елементами / Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка» «Динаміка, міцність та проектування машин і приладів».* – 2008. – № 614. – С. 112–115. 4. Клаф Р., Пензиен Дж. *Динаміка сооружений: пер. с англ.* – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.