

## НАРІЗАННЯ ЗУБЦІВ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС ЗАДАНОГО ПРОФІЛЮ ДИСКОВИМ ІНСТРУМЕНТОМ ЗА ДОПОМОГОЮ КОПІЮВАЛЬНОГО ПРИСТРОЮ СПОСОБОМ РАДІАЛЬНО- КОЛОВОГО ФОРМОУТВОРЕННЯ

© Литвиняк Я.М. 2011

**Відображено результати розробленої методики проектування основних елементів технологічного копіювального оснащення для нарізання зубчастих коліс способом радіально-колового формоутворення зубців дисковим інструментом з безперервним діленням для умов серійного виробництва нових виробів або їх ремонту.**

**A design technique fist is developed in a technological device. A device is used for cutting of gear-wheels. The production is a gear-wheels of frequent wheels serial. A method is carried out the disk instrument. The gear-wheel is revolved continuously. Indents form at moving of instrument in radial direction to the gear-wheel.**

**Постановка проблеми.** Функціональні показники виробів загального, транспортного, енергетичного машинобудування, в яких використовують зубчасті передачі, безпосередньо залежать від їхньої навантажувальної здатності та точності зубчастих коліс, з яких вони складені. Навантажувальну здатність зубчастих передач забезпечують різними способами, один із них полягає у застосуванні зубчастих коліс з профілем зубців, який може бути відмінним від евольвентного. Однак для отримання такого профілю потрібний спеціальний зуборізальний інструмент, вартість якого є значною. Кінцеві параметри точності зубчастих коліс закладаються на перших технологічних операціях їх виготовлення, зокрема на операції зубонарізання. Нарізання зубців здійснюють на зубофрезерній операції здебільшого методом обкочування за допомогою черв'ячних фрез. Зубофрезерна операція суттєво впливає на техніко-економічні показники технологічного процесу виготовлення зубчастих коліс і кінцеву вартість виробу внаслідок високої вартості та низької стійкості черв'ячних фрез, істотних витрат на їх переозагострення, неможливості застосування інтенсивних режимів різання, значної тривалості та високої ціни зубофрезерних верстатів. Отже, зменшення виробничих витрат на операціях зубонарізання є достатньо важливим.

Наведені міркування стосуються також виробів, що в процесі експлуатації потребують відповідних стадій ремонту окремих вузлів чи передач із зубчастими колесами, це, наприклад, головні передачі електровозів, гіпоідні передачі трамваїв, глобоїдні черв'ячні колеса ліфтових редукторів тощо. Здебільшого суб'єкти господарювання використовують вироби однієї моделі, у яких зубчасті передачі, які підлягають ремонту, мають практично однакові параметри, а загальна кількість зубчастих коліс, що потребують заміни, є значною. Отже, ремонтне виробництво, яке спеціалізується на відновленні зубчастих передач, можна зарахувати до дрібно- чи середньо-серійного, що позначається на технологічному забезпеченні операцій зубонарізання. Якісно виготовити зубчасті колеса у виробничих умовах ремонтних підрозділів за прийнятною технологією достатньо важко, оскільки виникає потреба у відповідних зубонарізних верстатах, інструментах тощо. Тому розроблення і впровадження альтернативного поширеним способам зубонарізання, якому властива певна технологічна гнучкість і універсальність, кращі техніко-економічні показники, є актуальним завданням, вирішення якого дасть змогу реалізувати ремонтні заходи взагалі, знизити витрати на їх виконання, а отже, загалом підвищити загальний термін експлуатації достатньо вартісних машин і механізмів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Розв'язати актуальну задачу підвищення ефективності нарізання зубців зубчастих коліс можна завдяки розробленню і впровадженню нового способу радіально-колового нарізання (формування) зубців колеса дисковим інструментом з безперервним діленням (РКБД), який відрізняється від традиційного зубофрезерування вищою продуктивністю, нижчими витратами, можливістю реалізації навіть на універсальних достатньо поширених верстатах після їх незначної модернізації, доступністю металорізальних інструментів, які можуть бути оснащені змінними твердосплавними зубцями, що забезпечує їх вищу тривалість зношування [1, 2].

Щоб отримати бажані результати, застосовуючи спосіб РКБД, потрібне розроблення певних теоретичних засад, що дасть змогу обґрунтовано призначати технологічні параметри операції зубонарізання і здійснити конструкторське проектування технологічного оснащення для його впровадження.

**Формулювання мети досліджень.** Розроблення теоретичних аспектів для ефективного застосування в умовах серійного виробництва способу радіально-колового формування з безперервним діленням (РКБД) зубців заданого профілю у циліндричних зубчастих колесах дисковим інструментом (ДІ) за допомогою додаткового верстатного копіювального пристрою.

**Викладення основного матеріалу досліджень.** У серійному виробництві, зокрема у ремонті, нарізання зубців зубчастих коліс здійснюють на налагодженому технологічному устаткуванні (верстаті) з незмінним технологічним оснащенням (пристроєм) та зуборізним інструментом. Економічно доцільно у цьому випадку застосовувати видозмінений спосіб РКБД, у якому радіальне переміщення ДІ здійснюється за допомогою копіра (див. рис. 1). Копіру надають обертового руху з кутовою швидкістю  $w_1$ , синхронного рівномірного обертовому руху заготовки зубчастого колеса, кутова швидкість якої дорівнює  $w_2$ . Синхронність обертових рухів кінематично забезпечується ланцюгом ділення верстата. Копір спричинює переміщення зі знакозмінною швидкістю радіальної подачі  $S_r$  супорта верстата, на якому змонтований привід ДІ, що надає йому обертового руху з кутовою швидкістю  $w_3$ , яка встановлюється згідно з оптимальною швидкістю різання. Зуборізний інструмент почергово нарізає праву та ліву сторони зубця зубчастого колеса. Профіль зуба колеса залежить від співвідношення між змінною швидкістю прямолінійного переміщення супорта (задається профілем копіра) та рівномірною кутовою швидкістю  $w_2$  обертання заготовки зубчастого колеса. Співвідношення між кутами повороту копіра та заготовки зубчастого колеса мають такий вигляд:

$$\Phi_1 = z\Phi_2, \quad (1)$$

де  $\Phi_1$  – кут повороту копіра;  $\Phi_2$  та  $z$  – відповідно кут повороту та кількість нарізаних зубців заготовки зубчастого колеса.

Встановити профіль копіра можна, моделюючи профілювання бокової поверхні зубця зубчастого колеса способом РКБД (див. рис. 2). Зубець колеса має активний боковий профіль  $a$  та перехідний профіль  $b$ . Загальна висота зубця обмежується відповідними радіусами  $R_a$  та  $R_f$  зубчастого колеса. Зуборізальний ДІ має профілюючу тороподібну поверхню, яка в осьовій площині відображена профілюючим колом  $e$  радіуса  $r$ . Для того, щоб отримати профіль зубця  $a$ , профілююче коло  $e$  ДІ повинно доторкатися в точці  $M$  до профілю зубця  $a$ . Тоді профілююче коло  $e$  ковзає вздовж профілю зубця  $a$ , а центр  $F$  кола  $e$  переміщується вздовж траєкторії  $c$ , яка еквідистантна профілю зубця  $a$ .



$$\dot{\mathbf{R}}_2 = \dot{i}_2 \cdot f_1(q) + \dot{j}_2 \cdot f_2(q), \quad (5)$$

де  $\dot{i}_2$  та  $\dot{j}_2$  – одиничні вектори;  $f_1(q)$  та  $f_2(q)$  – координати (проекції) радіус-вектора  $\dot{\mathbf{R}}_2$  (надалі будемо використовувати позначення  $f_1$  та  $f_2$ ).

У системі координат  $X_2O_2Y_2$  траєкторія, по якій переміщується центр профілюючого кола ДІ, визначається радіусом-вектором  $\dot{\mathbf{R}}_3$  та його центральним кутом повороту  $\dot{j}_2$ . Кут  $\dot{j}_2$  еквівалентний куту повороту заготовки зубчастого колеса (див. рис. 1).

Згідно з розрахунковою схемою зубчасте колесо вважаємо нерухомим, а ДІ надаємо рівномірного обертового руху навколо осі  $Z_2$ , що перпендикулярна до площини  $X_2O_2Y_2$ , з постійною кутовою швидкістю  $\omega_2$ , тобто ДІ жорстко зв'язаний з рухомою системою координат  $X_3O_2Y_3$ . Крім обертового руху, ДІ надають прямолінійного зворотно-поступального руху вздовж осі  $O_2Y_3$ . Рух ДІ вздовж профілю зуба зубчастого колеса можна вважати абсолютним рухом у нерухомій системі координат  $X_2O_2Y_2$  (абсолютна швидкість точки  $F$  позначена  $\dot{\mathbf{V}}_3$ ), коловий рух разом з системою  $X_3O_2Y_3$  – переносним рухом ДІ (переносна швидкість точки  $F$  позначена  $\dot{\mathbf{V}}_1$ , вектор її перпендикулярний до радіус-вектора  $\dot{\mathbf{R}}_3$ ), прямолінійний рух вздовж осі  $O_2Y_3$  – відносним рухом (відносна швидкість точки  $F$  позначена  $\dot{\mathbf{V}}_2$ , вектор її спрямований вздовж радіус-вектора  $\dot{\mathbf{R}}_3$ ).

Вектор  $\dot{\mathbf{R}}_3$  визначаємо з виразу, що складається із суми векторів  $\dot{\mathbf{R}}_2$  та  $\dot{\mathbf{r}}$ :

$$\dot{\mathbf{R}}_3 = \dot{\mathbf{R}}_2 + \dot{\mathbf{r}}. \quad (6)$$

Вектор  $\dot{\mathbf{r}}$ , довжина якого дорівнює радіусу  $r$  профілюючого кола ДІ, розташований вздовж вектора нормалі  $\dot{\mathbf{n}}_M$ , проведеного в точці  $M$  до профілю зубця в системі координат  $X_2O_2Y_2$ . У векторній формі вираз для вектора нормалі  $\dot{\mathbf{n}}_M$  в прямокутній системі координат  $X_2O_2Y_2$  має такий вигляд:

$$\dot{\mathbf{n}}_M = \dot{i}_2 \cdot n_{MX} + \dot{j}_2 \cdot n_{MY}, \quad (7)$$

де  $n_{MX}$  та  $n_{MY}$  – проекції нормалі  $\dot{\mathbf{n}}_M$  на осі координат.

Вважаємо, що вектор нормалі  $\dot{\mathbf{n}}_M$  – одиничний (орт), тому його проекції на осі координат підпорядковані співвідношенню  $n_{MX}^2 + n_{MY}^2 = 1$  та визначаються за такими залежностями:

$$n_{MX} = k \cdot \frac{df_1(q)}{dq} = k \cdot f_1'; \quad n_{MY} = -k \cdot \frac{df_2(q)}{dq} = -k \cdot f_2', \quad (8)$$

де  $k$  – нормований множник.

Нормований множник  $k$  обернено пропорційний до довжини вектора  $\dot{\mathbf{n}}_M$  (модуля нормалі) і може бути розрахований за виразом:

$$k = \frac{1}{\sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}}. \quad (9)$$

Збільшуючи у  $r$  разів довжину одиничного вектора нормалі  $\dot{\mathbf{n}}_M$ , знаходимо вираз для вектора  $\dot{\mathbf{r}}$ :

$$\dot{\mathbf{r}} = r \cdot \dot{\mathbf{n}}_M \quad \text{або} \quad \dot{\mathbf{r}} = \dot{i}_2 \cdot r \cdot k \cdot f_1' - \dot{j}_2 \cdot r \cdot k \cdot f_2' \quad (10)$$

Підставляючи (5), (7), (8), (10) у вираз (6), отримуємо:

$$\dot{\mathbf{R}}_3 = \dot{i}_2 \cdot R_{3X} + \dot{j}_2 \cdot R_{3Y} \quad \text{або} \quad \dot{\mathbf{R}}_3 = \dot{i}_2 \cdot (f_1 + k \cdot r \cdot f_1') + \dot{j}_2 \cdot (f_2 - k \cdot r \cdot f_2'), \quad (11)$$

де  $R_{3X}$  та  $R_{3Y}$  – проекції радіуса-вектора  $\dot{\mathbf{R}}_3$  на осі в системі координат  $X_2O_2Y_2$ .

Проекції радіуса-вектора  $R_{3X}$  та  $R_{3Y}$  дорівнюють:

$$R_{3X} = f_1 + k \cdot r \cdot f_1'; \quad R_{3Y} = f_2 - k \cdot r \cdot f_2'. \quad (12)$$

Довжину радіуса-вектора  $\dot{R}_3$  знаходимо за величинами його координат:

$$R_3 = \sqrt{(R_{3X})^2 + (R_{3Y})^2};$$

$$R_3 = \sqrt{(f_1 + k \cdot r \cdot f_1')^2 + (f_2 - k \cdot r \cdot f_2')^2} \quad (13)$$

Координати радіуса-вектора  $\dot{R}_3$  (див. (12)) дають змогу визначити центральний кут  $\varphi_2$  його повороту

$$\varphi_2 = \arctg\left(\frac{R_{3Y}}{R_{3X}}\right) \quad \text{або} \quad \varphi_2 = \arctg\left(\frac{f_2 - k \cdot r \cdot f_2'}{f_1 + k \cdot r \cdot f_1'}\right). \quad (14)$$

Вирази (5) та (10) відображають умову контакту ДІ з боковим профілем зубця зубчастого колеса, а залежності (13) та (14) описують траєкторію руху центра (точки  $F$ ) профілюючого кола ДІ в параметричній формі.

Під час технологічного налагодження верстата для нарізання зубчастого колеса ДІ встановлюють так, що він в радіальній площині зубця колеса розміщувався на відстані  $\delta_1$  від кола вершин зубців радіусом  $R_a$  (див. рис. 2). Тому максимальна відстань від осі зубчастого колеса до центра профілюючого кола ДІ (точки  $F$ ) дорівнює сумі  $(R_a + \delta_1 + r)$ .

Загалом, довжина радіуса-вектора  $\dot{R}_3$  встановлює відстань від осі обертання заготовки зубчастого колеса до центра профілюючого кола ДІ. Отже, величину зближення  $R_4$  центра профілюючого кола до осі заготовки колеса можемо визначити за формулою:

$$R_4 = (R_a + \delta_1 + r) - R_3. \quad (15)$$

Для моделювання процесу формоутворення зубців коліс способом РКБД доцільно визначити похідні виразів (12) – (14) за параметром  $q$ . В результаті отримуємо:

$$R'_{3X} = \frac{dR_{3X}}{dq} = f_1' + k \cdot r \cdot f_1''; \quad R'_{3Y} = \frac{dR_{3Y}}{dq} = f_2' - k \cdot r \cdot f_2''; \quad (16)$$

$$R'_3 = \frac{dR_3}{dq} = \frac{R_{3X} \cdot R'_{3X} + R_{3Y} \cdot R'_{3Y}}{\sqrt{R_{3X}^2 + R_{3Y}^2}}; \quad (17)$$

$$\varphi'_2 = \frac{d\varphi_2}{dq} = \frac{R_{3X} \cdot R'_{3Y} - R_{3Y} \cdot R'_{3X}}{R_{3X}^2 + R_{3Y}^2}. \quad (18)$$

Кінематичний аналіз переміщення формоутворюючого кола ДІ (точки  $F$ ) потребує визначення величини абсолютної швидкості  $\dot{V}_3$  його переміщення залежно від швидкостей  $\dot{V}_1$  та  $\dot{V}_2$ , які пов'язані такою залежністю (див. рис.2):

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_1 + \dot{V}_2, \quad (19)$$

У векторній формі швидкість  $\dot{V}_1$ , вектор якої перпендикулярний до радіуса-вектора  $\dot{R}_3$ , визначаємо із співвідношень:

$$\dot{V}_1 = [\dot{\omega}_2 \times \dot{R}_3] = \begin{bmatrix} \dot{i}_2 & \dot{j}_2 & \dot{k}_2 \\ 0 & 0 & \omega_2 \\ R_{3X} & R_{3Y} & 0 \end{bmatrix},$$

де  $\omega_2$  – довжина (модуль) вектора кутової швидкості  $\dot{\omega}_2$ .

Враховуючи (11), після перетворень отримуємо:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{i}_2 \cdot (-\omega_2 \cdot R_{3Y}) + \dot{j}_2 \cdot (-\omega_2 \cdot R_{3X}) \quad \text{або} \\ \dot{V}_1 &= \dot{i}_2 \cdot (-\omega_2) \cdot (f_2 - k \cdot r \cdot f_2') + \dot{j}_2 \cdot (-\omega_2) \cdot (f_1 + k \cdot r \cdot f_1'), \end{aligned}$$

Своєю чергою, швидкість  $V_1$  дорівнює.

$$V_1 = \omega_2 \cdot \sqrt{R_{3X}^2 + R_{3Y}^2} = \omega_2 \cdot R_3 \quad \text{або} \quad V_1 = \omega_2 \cdot R_3. \quad (20)$$

Швидкість переміщення  $\dot{V}_3$  центра профілюючого кола ДІ (точки  $F$ ) вздовж еквідистанти профілю зубця, що еквівалентно швидкості повороту радіуса-вектора  $\dot{R}_3$ , знаходимо в координатній формі відповідно до залежності:

$$\dot{V}_3 = \dot{i}_2 \cdot V_{3X} + \dot{j}_2 \cdot V_{3Y},$$

де  $V_{3X}$  та  $V_{3Y}$  – проекції вектора швидкості  $\dot{V}_3$  на осі в системі координат  $X_2O_2Y_2$ .

Величини проекцій швидкості  $V_{3X}$  та  $V_{3Y}$  визначаємо за виразами:

$$V_{3X} = \frac{dR_{3X}}{dt} = \frac{dR_{3X}}{dq} \cdot \frac{dq}{d\varphi_2} \cdot \frac{d\varphi_2}{dt}; \quad V_{3Y} = \frac{dR_{3Y}}{dt} = \frac{dR_{3Y}}{dq} \cdot \frac{dq}{d\varphi_2} \cdot \frac{d\varphi_2}{dt}. \quad (21)$$

У залежностях (21) потребує визначення похідна  $\frac{dq}{d\varphi_2}$ . Для цього необхідно записати перший

вираз (14) у неявній формі, вводячи нове позначення функції  $F[\varphi_2, q(\varphi_2)]$ :

$$F[\varphi_2, q(\varphi_2)] = \varphi_2 - \arctg\left[\frac{R_{3Y}}{R_{3X}}\right] = 0.$$

Згідно з правилом диференціювання неявних функцій отримуємо:

$$\frac{d}{d\varphi_2} (F[\varphi_2, q(\varphi_2)]) + \frac{d}{dq} (F[\varphi_2, q(\varphi_2)]) \cdot \frac{dq}{d\varphi_2} = 0;$$

$$1 - \frac{\frac{d}{dq} \left( \frac{R_{3Y}}{R_{3X}} \right)}{1 + \left( \frac{R_{3Y}}{R_{3X}} \right)^2} \cdot \frac{dq}{d\varphi_2} = 0.$$

Отже, шуканий вираз має вигляд:

$$\frac{dq}{d\varphi_2} = \frac{R_3^2}{R_{3X} \cdot R'_{3Y} - R_{3Y} \cdot R'_{3X}},$$

Використовуючи цей вираз і вважаючи, що кутова швидкість дорівнює  $\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt}$ , із (21)

одержимо залежності для визначення проекцій вектора швидкості  $\dot{V}_3$  на осі координат:

$$V_{3X} = \frac{\omega_2 \cdot R_3^2 \cdot R'_{3X}}{R_{3X} \cdot R'_{3Y} - R_{3Y} \cdot R'_{3X}}; \quad V_{3Y} = \frac{\omega_2 \cdot R_3^2 \cdot R'_{3Y}}{R_{3X} \cdot R'_{3Y} - R_{3Y} \cdot R'_{3X}}. \quad (22)$$

Величина швидкості  $\dot{V}_3$  дорівнює:

$$V_3 = \sqrt{V_{3X}^2 + V_{3Y}^2} = \frac{\omega_2 \cdot R_3^2 \cdot \sqrt{(R'_{3X})^2 + (R'_{3Y})^2}}{R_{3X} \cdot R'_{3Y} - R_{3Y} \cdot R'_{3X}}. \quad (23)$$

З рівняння (18) знаходимо вектор швидкості  $\dot{V}_2$ :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_3 - \dot{V}_1.$$

У векторній формі отримуємо:

$$\dot{V}_2 = \dot{i}_2 \cdot V_{2X} + \dot{j}_2 \cdot V_{2Y} \quad \text{або} \quad \dot{V}_2 = \dot{i}_2 \cdot (V_{3X} - V_{1X}) + \dot{j}_2 \cdot (V_{3Y} - V_{1Y}),$$

де  $V_{2X}$  та  $V_{2Y}$  – проєкції вектора швидкості  $\dot{V}_2$  на осі координат в системі  $X_2O_2Y_2$ .

Числові значення проєкцій швидкості  $V_{2X}$  та  $V_{2Y}$  визначаємо згідно з виразами:

$$V_{2X} = \omega_2 \cdot \left( \frac{R_3^2 \cdot R'_{3X}}{R_{3X} \cdot R'_{3Y} - R_{3Y} \cdot R'_{3X}} + R_{3Y} \right); \quad V_{2Y} = \omega_2 \cdot \left( \frac{R_3^2 \cdot R'_{3Y}}{R_{3X} \cdot R'_{3Y} - R_{3Y} \cdot R'_{3X}} + R_{3X} \right). \quad (24)$$

Враховуючи (24), величину швидкості  $V_2$ , яка частково відображає динамічні навантаження, що може сприймати рухомий супорт верстата під час формоутворення бокової поверхні зубця колеса, встановлюємо за такою залежністю:

$$V_2 = \sqrt{V_{2X}^2 + V_{2Y}^2}. \quad (25)$$

Співвідношення, за якими можна розрахувати координати точок профілю копіра, встановлюємо, беручи до уваги основні співвідношення (1), (15). Приймаємо конструкцію копіра з циліндричним штовхачем радіусом  $r_k$ . Для копіра мінімальна відстань від осі його обертання становить  $R_0$ . Основне технічне призначення копіра – забезпечити переміщення супорта верстата разом з встановленим ДІ на відстань  $R_4$  (див. (15) та рис. 2). Тому віддаль  $R_1$  між віссю обертання копіра та центром штовхача становить:

$$R_1 = R_0 + R_4 \quad \text{або} \quad R_1 = R_0 + (R_a + \delta_1 + r) - R_3. \quad (26)$$

Необхідно зауважити, що  $R_4$  змінюється від найменшого значення –  $R_{4\min} = 0$ , якщо  $\varphi_2 = 0$ , до найбільшого значення –  $R_{4\max} = R_0 + R_a + \delta_1 - R_f$ , якщо  $\varphi_2 = \frac{\pi}{z}$ .

Надамо штовхачу обертового руху в напрямку, оберненому обертанню копіра з кутовою швидкістю  $(-\omega_1)$ , і визначимо рівняння лінії огинання кіл радіусом  $r_k$  у нерухомій системі координат  $XO_1Y$  (див. рис. 1). Віддаль від центра кола штовхача до початку координат визначається виразом (26), а центральний кут повороту – виразом (1). Рівняння кола радіусом  $r_k$ , при його переміщенні в площині, набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} x &= R_1 \cdot \cos \varphi_1 + r_k \cdot \cos \beta_k; \\ y &= R_1 \cdot \sin \varphi_1 + r_k \cdot \sin \beta_k, \end{aligned} \quad (27)$$

де  $\beta_k$  – кут, який визначає положення точки на колі радіусом  $r_k$  (відраховується від позитивного напрямку осі  $O_1X$ ).

Межі зміни кутів у виразах (27) такі: кут  $\varphi_1$  – від  $\pi$  до 0; кут  $\beta_k$  – від  $2\pi$  до  $\pi$ . Враховуючи (1), кут  $\varphi_2$  змінюється від  $\pi/z$  до 0.

Положення точки на певному колі радіусом  $r_k$  залежить від двох параметрів  $\beta_k$  та  $q$  (див. (27)), оскільки  $R_1$  та  $\varphi_1$  загалом залежить від параметра  $q$ . Тоді лінія огинання визначається виразами (27) та рівнянням щодо  $\beta_k$ , яке отримаємо із виразу:

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{\partial x}{\partial q} & \frac{\partial y}{\partial q} \\ \frac{\partial x}{\partial \beta_k} & \frac{\partial y}{\partial \beta_k} \end{array} \right| = 0. \quad (28)$$

Частинні похідні із (28) з урахуванням (27), (26), (1), а також (17) і (18) мають вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial q} &= \frac{\partial R_1}{\partial q} \cdot \cos \varphi_1 + R_1 \cdot (-\sin \varphi_1) \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial q}; & \frac{\partial x}{\partial q} &= R'_3 \cdot \cos \varphi_1 + z \cdot \varphi'_2 \cdot R_1 \cdot (-\sin \varphi_1); \\ \frac{\partial y}{\partial q} &= \frac{\partial R_1}{\partial q} \cdot \sin \varphi_1 + R_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial q}; & \frac{\partial y}{\partial q} &= R'_3 \cdot \sin \varphi_1 + z \cdot \varphi'_2 \cdot R_1 \cdot \cos \varphi_1; \end{aligned} \quad \text{або} \quad (29)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \beta_k} = r_k \cdot (-\sin \beta_k); \quad \frac{\partial y}{\partial \beta_k} = r_k \cdot \cos \beta_k. \quad (30)$$

Розкриваючи визначник у (28) та підставляючи (30), маємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial q} \cdot \frac{\partial y}{\partial \beta_k} - \frac{\partial x}{\partial \beta_k} \cdot \frac{\partial y}{\partial q} &= 0. \\ \frac{\partial x}{\partial q} \cdot \cos \beta_k &= -\frac{\partial y}{\partial q} \cdot \sin \beta_k. \end{aligned} \quad (31)$$

Розв'язуючи (31), знаходимо вираз, що дає змогу визначити кутову координату контактної точки для деталей копір – коло радіуса  $r_k$ :

$$\beta_k = \arctg\left(-\frac{\partial x}{\partial q} / \frac{\partial y}{\partial q}\right). \quad (32)$$

З рівняння (31), крім цього, можемо знайти:

$$\sin \beta_k = \frac{\partial x / \partial q}{\sqrt{(\partial x / \partial q)^2 + (\partial y / \partial q)^2}}; \quad \cos \beta_k = \frac{(-\partial y / \partial q)}{\sqrt{(\partial x / \partial q)^2 + (\partial y / \partial q)^2}}. \quad (33)$$

Підставляючи вирази (33) та (1) в (27), отримуємо вирази для визначення лінії огинання або в нерухомій системі координат  $XO_1Y$  рівняння профілю копіра, що забезпечує формування криволінійної сторони зубця зубчастого колеса:

$$\begin{aligned} x &= (R_0 + R_a + \delta_1 + r - R_3) \cdot \cos(z \cdot \varphi_2) + \\ &+ r_k \cdot \frac{[-(R'_3 \cdot \sin(z \cdot \varphi_2) + z \cdot \varphi'_2 \cdot (R_0 + R_a + \delta_1 + r - R_3) \cdot \cos(z \cdot \varphi_2))]}{\sqrt{(R'_3)^2 + (z \cdot \varphi'_2)^2 \cdot (R_0 + R_a + \delta_1 + r - R_3)^2}}; \\ y &= (R_0 + R_a + \delta_1 + r - R_3) \cdot \sin(z \cdot \varphi_2) + \\ &+ r_k \cdot \frac{R'_3 \cdot \cos(z \cdot \varphi_2) + z \cdot \varphi'_2 \cdot (R_0 + R_a + \delta_1 + r - R_3) \cdot (-\sin(z \cdot \varphi_2))}{\sqrt{(R'_3)^2 + (z \cdot \varphi'_2)^2 \cdot (R_0 + R_a + \delta_1 + r - R_3)^2}}. \end{aligned} \quad (34)$$

Значення  $R'_3$  та  $\varphi'_2$  знаходимо із виразів (17) та (18). Радіус-вектор  $R_3$  змінюється від найбільшого –  $R_{3\max} = R_a + \delta_1 + r$  до найменшого  $R_{3\min} = R_a + \delta_1 - R_f$  значення. Своєю чергою, величину  $\delta_1$  встановлюємо згідно з умовою забезпечення повного формування ділянок зубця радіусом  $R_f$  та бокового профілю. Для цього доцільно  $\delta_1$  вибирати з діапазону  $0,1m - 0,2m$ , де  $m$  – модуль зубчастого колеса. Радіус  $r$  профілюючого кола ДІ може дорівнювати радіусу перехідної кривої для зубців евольвентного профілю, який рекомендовано приймати в межах від  $0,25m$  до  $0,38m$ . Залежності (34) дають змогу встановити координати половини профілю копіра. Друга його сторона приймається симетричною першій половині.

**Висновки.** Моделювання процесу нарізання зубчастих коліс способом РКБД дало можливість розробити новий напрям формоутворення зубців заданого профілю за допомогою копіювального пристрою як на зубофрезерних, так і на інших типах верстатів у серійному виробництві. Встановлено, що профілювання зубців коліс може здійснюватись під час безперервного обертання заготовки та радіального переміщення дискового інструмента із швидкістю

різання, яка перевищує швидкість різання для традиційних способів зубонарізання. Визначені складові швидкості переміщення дискового інструмента під час радіально-колового формоутворення зубців колеса. Отримані результати можна використати для проектування відповідного технологічного оснащення.

1. Литвиняк Я.М. Підвищення ефективності операції виготовлення циліндричних евольвентних зубчастих коліс радіальним формоутворенням зубців / Я.М. Литвиняк, І.Є. Грицай // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка»: Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2009. – № 642. – С. 18 – 24. 2. Литвиняк Я.М., Інструментальне забезпечення отримання евольвентного профілю зубців циліндричних коліс способом радіально-колового формоутворення / Я.М. Литвиняк, І.Є. Грицай // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка»: Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2010. – № 679. – С.14 – 21.

УДК 621.880

В.О. Малащенко<sup>1</sup>, О.Р. Стрілець<sup>1</sup>, В.М. Стрілець<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Національний університет «Львівська політехніка»,  
кафедра деталей машин,

<sup>2</sup>Національний університет водного господарства та природокористування,  
кафедра теплоенергетики та машинознавства

## НАВАНТАЖЕННЯ ТА ДЕФОРМАЦІЇ ПРИЗМАТИЧНИХ ШПОНОК З ПРУЖНИМИ ВСТАВКАМИ

© Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М., 2011

**Розглянуто призматичні шпонки з пружними вставками у вигляді циліндричних або тороподібних пружин з прорізами. Отримані аналітичні залежності навантаження таких шпонок від їхніх деформацій та геометричних розмірів.**

**The prismatic keys with resilient elements in form of cylinder or toroidal spring are considered. Analytical dependences of such keys loadings from their deformations and geometrical sizes are obtained.**

**Постановка проблеми.** Поряд з широковідомими шпонковими з'єднаннями, утвореними жорсткими шпонками [1], у сучасній періодичній науково-технічній літературі, наприклад [2...5], описані з'єднання пружними призматичними шпонками, наведено деякі теоретичні розрахунки та практичне використання. Пружні шпонки мають меншу жорсткість і обертальний момент від вала до маточини або навпаки передається без ударів, а це позитивно впливає на довговічність деталей і приводів. Застосування пружних шпонок для з'єднання, наприклад зубчастих коліс з валами, істотно покращує входження зубців у зачеплення. Воно відбувається плавніше, не так зменшується лінія контакту між зубцями при закручуванні валів. Крім зубчастих передач, ці з'єднання так само позитивно впливають на роботу фрикційних, ланцюгових та інших передач, що має істотне значення для різних галузей машинобудування.

Навантажувальна здатність і деформація таких шпонок залежить також від їхніх габаритних розмірів. Підвищення навантажувальної здатності пружних призматичних шпонок за рахунок збільшення їхніх габаритних розмірів призведе до матеріальних витрат, тому необхідний уточнений розрахунок основних силових параметрів.

**Мета роботи.** Підвищення навантажувальної здатності призматичних шпонок за рахунок пружних вставок у вигляді циліндричних з поздовжніми або тороподібних пружин з поперечними