

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ БАТИМЕТРИЧНОГО ЗНІМАННЯ ВОДОСХОВИЩ

К. Третяк, О. Ломпас

Національний університет “Львівська політехніка”

Ключові слова: батиметрія, водосховище, обміри водойм.

Постановка проблеми

Зберігання води за допомогою перекриття річок греблями було стратегією, що сприяла виживанню людства протягом багатьох століть. Водосховища відіграють життєво важливу роль у зрошенні земель, водопостачанні, боротьбі з повенями, виробництві електроенергії тощо. Внаслідок природних факторів та антропогенного впливу у верхньому б'єфі у водосховищах відбувається природний процес замулення. Сьогодні найкращим способом визначення кількості намулу у водосховищі є повторне батиметричне знімання дна з використанням ехолота і GPS-приймачів. Однак не завжди є можливість використовувати таке обладнання і не завжди це доцільно. На невеликих об'єктах, із закритим горизонтом, відсутністю GSM-сигналу використовувати таку технологію недоцільно. В таких випадках бажано розрахувати відстань між промірними точками, щоб забезпечити потрібну точність за мінімальних витрат часу та ресурсів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій, які стосуються вирішення цієї проблеми

Завдяки швидким темпам розвитку супутникових технологій, приладобудування значно зростає якість та швидкість виконання батиметричних робіт. Технологія здійснення батиметрії з використанням сучасної апаратури детально описана як у вітчизняних, так і у зарубіжних джерелах [1, 6–8]. В Інструкції зі створення топографічних карт шельфу і внутрішніх водойм [3] та в Стандарті для гідрографічних знімків Міжнародної гідрографічної організації (ІНО) [5] вказано деякі параметри знімання, однак ґрунтовних теоретичних досліджень в опрацьованій літературі не виявлено.

Виклад основного матеріалу проблеми

Для розв'язання деяких задач треба звести до мінімуму кількість промірів на профілі, не втрачаючи точності визначення площі поперечного перерізу, тобто повинна виконуватись умова (1)

$$n = \min \left\{ \begin{array}{l} n \\ m \leq m_{\text{дон}} \end{array} \right. \quad (1)$$

де n – кількість промірних точок на профілі, m – похибка визначення площі. Було вирішено застосувати математичне моделювання поверхонь батиметричного знімання. Для математичного опису підводного рельєфу дна водосховища використовували функції вигляду (2), оскільки вони дають змогу отримати лінії профілю з різними спотвореннями

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot \sin(k1 \cdot x) + c \cdot \cos(k2 \cdot x), \quad (2)$$

де $a, b, c, k1$ і $k2$ – коефіцієнти. Щоб зімітувати нерівності рельєфу, коефіцієнти $a, b, c, k1$ і $k2$ дискретно змінювались, при цьому змінювалась форма та розмір кривих. Для прикладу, вигляд однієї з кривих (коефіцієнти $a=1, b=-2, c=2, k1=3$ і $k2=1$) наведено на рис. 1.

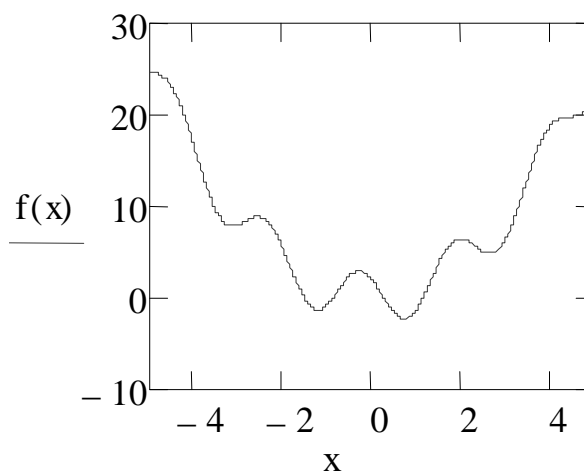


Рис. 1. Модельна крива

З теорії числових методів відомо, що похибка числового інтегрування залежить передовсім від величини кроку інтегрування. Також на неї впливають ширина інтервалу інтегрування (чим більше кроків доведеться виконати алгоритму, тим істотніше накопичуватиметься похибка) та швидкість зміни функції на проміжку інтегрування (що вона більша, то більша похибка) [2, 4].

Під час батиметричного знімання водосховищ величиною кроку інтегрування буде відстань між промірними точками, а шириною проміжку інтегрування – довжина профілю. Оскільки вираз (2) містить тригонометричні функції, для зручності в обчисленнях довжина профілю була незмінна і містилась у межах $[0, \pi]$. Похибка обчислення площі поперечного перерізу, обмеженого кривою, визначалась як різниця площ, розрахованих аналітично та числово (3)

$$m = |S_{\text{аналіт}} - S_{\text{чисел}}|. \quad (3)$$

Площі аналітично обчислено за виразом (4), а для числового інтегрування використано метод трапецій (5)

$$S_{\text{аналіт}} = \int_a^b f(x) dx \quad (4)$$

$$S_{\text{чисел}} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{b-a}{n} \cdot \left[\frac{f\left(\frac{b-a}{n} \cdot i + a\right)}{2} + \frac{f\left(\frac{b-a}{n} \cdot (i-1) + a\right)}{2} \right] \right], \quad (5)$$

де a, b – межі інтегрування (початок і кінець профілю); n – кількість промірних точок на профілі (величина, обернена до відстані між промірними точками).

Похибка визначення площі поперечного перерізу залежить від форми кривої, що його обмежує. Для кількісної характеристики форми (увігнутості/посіченості) кривої введемо коефіцієнт z – швидкість зміни функції дна на профілі. Кількісно швидкість зміни функції можна знайти, обчисливши похідну. Однак похідна дає миттєву швидкість у точці, а нас цікавить середня швидкість зміни функції по всій довжині профілю. Її можна обчислити за виразом (6)

$$z = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b \frac{d^2}{dx^2} f(x) dx. \quad (6)$$

Тепер, обчисливши для кожної кривої за певної кількості промірних точок (наприклад, $n=5$) значення m та z , бачимо, що між ними простежується лінійна залежність (рис. 2).

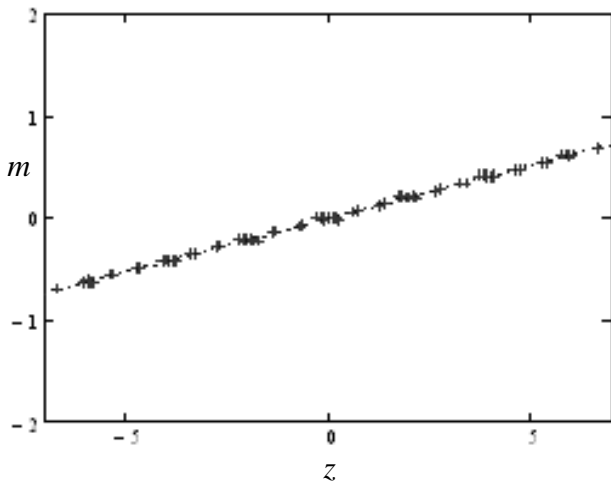


Рис. 2. Залежність величини похибки m від середньої швидкості зміни функції z (при $n=5$)

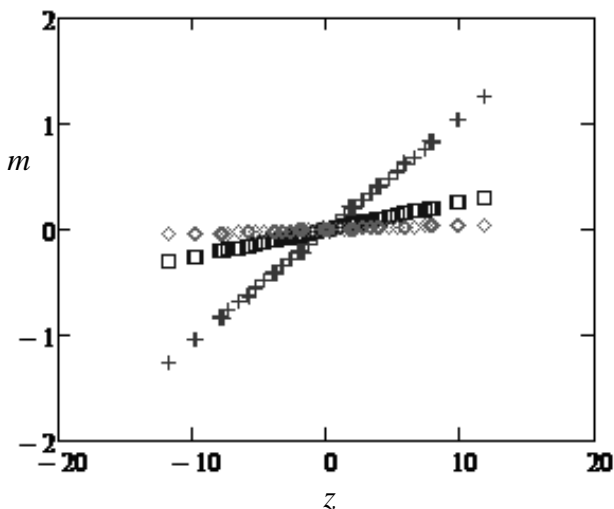


Рис. 3. Зміна кута нахилу залежно від кількості промірних точок n . Хрестиками позначено величину похибки m при $n=5$, квадратами – при $n=10$, ромбами – при $n=25$

Застосовуючи формули лінійної регресії, отримаємо функціональну залежність між похибкою визначення площі m і швидкістю зміни функції дна z (7)

$$m(z) = q \cdot z, \quad (7)$$

де q – коефіцієнт, який залежить від кількості промірних точок n .

На рис. 3 помітно, що в разі зміни розміру кроку (кількості промірних точок n) кут нахилу прямої (тобто коефіцієнт q) також змінюється.

Змінюючи кількість промірних точок від 3 до 50, для кожного n отримали коефіцієнт q та середню квадратичну помилку апроксимації m_q коефіцієнтів q (табл. 1), яку обчислювали за виразом (8)

$$m_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (m_i - m(z_i))^2}{N-1}}, \quad (8)$$

де N – кількість модельних кривих.

Таблиця 1

Коефіцієнти q та оцінка точності апроксимації коефіцієнтів m_q

n	q	m_q	n	q	m_q
3	0,299737	0,1128091	27	0,003546	0,0000131
4	0,165011	0,0313711	28	0,003297	0,0000114
5	0,104721	0,0121729	29	0,003073	0,0000099
6	0,072415	0,0057078	30	0,002872	0,0000086
7	0,053072	0,0030304	31	0,00269	0,0000076
8	0,04057	0,0017577	32	0,002524	0,0000067
9	0,032022	0,0010895	33	0,002373	0,0000059
10	0,025918	0,0007112	34	0,002236	0,0000052
11	0,021409	0,0004839	35	0,00211	0,0000046
12	0,017982	0,0003407	36	0,001994	0,0000042
13	0,015317	0,0002468	37	0,001888	0,0000037
14	0,013204	0,0001832	38	0,00179	0,0000033
15	0,011499	0,0001388	39	0,001699	0,0000030
16	0,010105	0,0001071	40	0,001615	0,0000027
17	0,00895	0,0000840	41	0,001537	0,0000025
18	0,007982	0,0000667	42	0,001465	0,0000022
19	0,007164	0,0000537	43	0,001398	0,0000020
20	0,006465	0,0000437	44	0,001335	0,0000019
21	0,005863	0,0000360	45	0,001276	0,0000017
22	0,005342	0,0000298	46	0,001221	0,0000016
23	0,004887	0,0000250	47	0,00117	0,0000014
24	0,004488	0,0000211	48	0,001122	0,0000013
25	0,004136	0,0000179	49	0,001076	0,0000012
26	0,003824	0,0000153	50	0,001034	0,0000011

Зобразивши ці дані графічно, можна простежити між q та n гіперболічну залежність (рис. 4).

Тепер здійснимо апроксимацію значень q від n функцією вигляду $q(n) = k \cdot n^{-2}$, де k – коефіцієнт. Після апроксимації отримано коефіцієнт $k = 2,67136$. Зважаючи на зазначене вище, остаточно формула залежності помилки визначення площі m від кількості промірних точок на профілі n та форми кривої набуде простого вигляду (9)

$$m(z, n) = \frac{k \cdot z}{n^2} = \frac{2.67136 \cdot z}{n^2}. \quad (9)$$

Вираз (9) дає змогу отримувати значення кількості промірних точок на n профілі, якщо відома форма дна і точність визначення площі m .

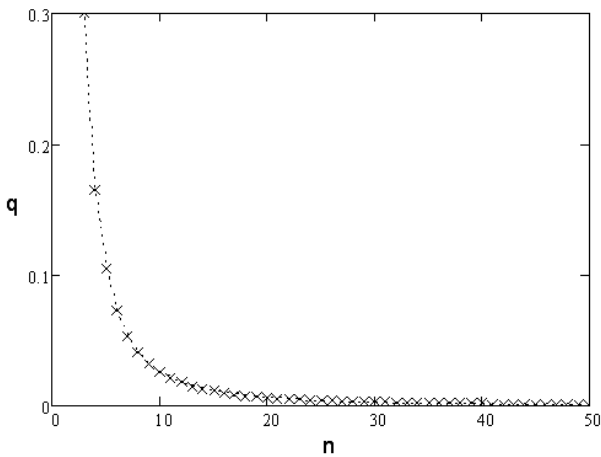


Рис. 4. Залежність між q та n

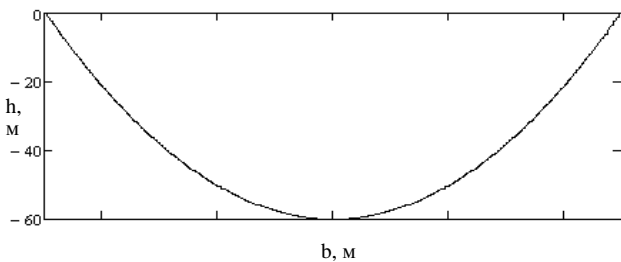


Рис. 5. Моделювання функції $f(x)$

Наступним етапом роботи був огляд характеристик реальних водосховищ України і світу та визначення для них величин швидкості зміни функцій дна на профілі. За формою рельєфу дна водосховища умовно поділено на дві групи: гірські та рівнинні. Їхні морфометричні параметри (ширина B , глибина H) визначали на різних ділянках, переважно біля греблі та посередині [4]. Оскільки вираз (9) виведено для проміжку $[0, \pi]$, а ширину і глибину реальних водосховищ подано в метрах, то для моделювання їх потрібно перерахувати в межі $[0, \pi]$ за виразами (10)

$$b = \pi$$

$$h = H \cdot \frac{\pi}{B}. \quad (10)$$

Моделювання здійснювалось функцією вигляду (11)

$$f(x) = \frac{x^2}{t} - h, \quad (11)$$

де коефіцієнт t підбирали так, щоб значення функції $f(x)$ на кінцях профілю b дорівнювало 0 (рис. 5).

Далі для отриманих модельних функцій $f(x)$ було обчислено за виразом (6) значення швидкості зміни функції z на проміжку $[0, \pi]$ (табл. 2).

Після цього для зручності функцію (9) протабулювали в межах реальних значень z (табл. 3). Замість n (кількість промірних точок) введемо величину відстані між промірними точками p як відсоток від довжини профілю (12)

$$p, \% = \frac{100}{n}. \quad (12)$$

Таблиця 2

Морфометричні параметри водосховищ

Назва водосховища	Ширина B , м	Глибина H , м	Швидкість зміни функції z на проміжку $[0, \pi]$
Гірські			
Тереблянське	600	8	0.033
	300	30	0.133
Дністровське	1 000	21	0.057
	1 000	54	0.133
Саяно-Шушенське	1 000	220	0.571
	3 000	30	0.08
Токтогульське	12 000	69	0.015
	400	180	0.04
Бухтармінське	500	60	0.308
	10 000	10	0.05
Рівнинні			
Київське	10 000	4	0.001
	3 000	15	0.0005
Дніпровське	3 500	8,2	0.0057
Каховське	28 000	5	0.0005
	5 000	36	0.0033
Куйбишевське	35 000	8	0.0006
	1 000	54	0.004

Величини похибок визначення площі m залежно від відстані між промірними точками p та швидкості зміни функції z

p %	$Z=0.5$	$Z=0.1$	$Z=0.05$	$Z=0.01$	$Z=0.005$	$Z=0.001$	$Z=0.0005$	$Z=0.0001$
1	0.0001336	0.0001336	0.0000134	0.0000134	0.0000013	0.0000013	0.0000001	0.0000001
2	0.0005343	0.0005343	0.0000534	0.0000534	0.0000053	0.0000053	0.0000005	0.0000005
3	0.0012265	0.0012265	0.0001227	0.0001227	0.0000123	0.0000123	0.0000012	0.0000012
4	0.0021371	0.0021371	0.0002137	0.0002137	0.0000214	0.0000214	0.0000021	0.0000021
5	0.0033392	0.0033392	0.0003339	0.0003339	0.0000334	0.0000334	0.0000033	0.0000033
6	0.0046217	0.0046217	0.0004622	0.0004622	0.0000462	0.0000462	0.0000046	0.0000046
7	0.0068147	0.0068147	0.0006815	0.0006815	0.0000681	0.0000681	0.0000068	0.0000068
8	0.0079034	0.0079034	0.0007903	0.0007903	0.000079	0.000079	0.0000079	0.0000079
9	0.0110387	0.0110387	0.0011039	0.0011039	0.0001104	0.0001104	0.000011	0.000011
10	0.0133568	0.0133568	0.0013357	0.0013357	0.0001336	0.0001336	0.0000134	0.0000134
11	0.0164899	0.0164899	0.001649	0.001649	0.0001649	0.0001649	0.0000165	0.0000165
12	0.02087	0.02087	0.002087	0.002087	0.0002087	0.0002087	0.0000209	0.0000209
13	0.02087	0.02087	0.002087	0.002087	0.0002087	0.0002087	0.0000209	0.0000209
14	0.0272588	0.0272588	0.0027259	0.0027259	0.0002726	0.0002726	0.0000273	0.0000273
15	0.0272588	0.0272588	0.0027259	0.0027259	0.0002726	0.0002726	0.0000273	0.0000273
16	0.0371022	0.0371022	0.0037102	0.0037102	0.000371	0.000371	0.0000371	0.0000371
17	0.0371022	0.0371022	0.0037102	0.0037102	0.000371	0.000371	0.0000371	0.0000371
18	0.0371022	0.0371022	0.0037102	0.0037102	0.000371	0.000371	0.0000371	0.0000371
19	0.0534272	0.0534272	0.0053427	0.0053427	0.0005343	0.0005343	0.0000534	0.0000534
20	0.0534272	0.0534272	0.0053427	0.0053427	0.0005343	0.0005343	0.0000534	0.0000534

Для вибору параметрів батиметричного знімання необхідно виконати кілька тестових профілів (галсів), і на основі цих даних розрахувати відстань між промірами для всього водосховища. Технологічну схему практичної реалізації подано на рис. 6.

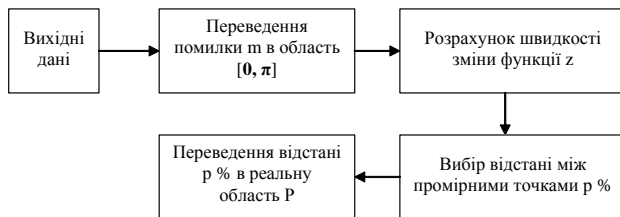


Рис. 6. Технологічна схема вибору параметрів батиметричного знімання

Вихідними даними є координати точок дна водосховища. За X приймемо відстань від початку профілю (вважатимемо, що всі точки лежать на одній лінії, тобто човен плыв точно по галсу і не відхилився), а за H – глибини. Початком профілю вважатимемо X_1 , а кінцем – X_n (де n – кількість точок на профілі). Обидві координати (X , H) виражені в метрах, тому для переходу на проміжки $[0, \pi]$ потрібно скористатись формулами (13)

$$\begin{aligned}
 L &= X_n - X_1 \\
 x_i &= X_i \cdot \frac{\pi}{L}, \\
 h_i &= H_i \cdot \frac{\pi}{L}
 \end{aligned}
 \quad (13)$$

де L – довжина профілю, x_i , h_i – координати точок X_i , H_i на проміжку $[0, \pi]$. Ще одним вихідним параметром є допустима абсолютна помилка визначення площі M . Вона виражена в квадратних метрах, тому її також потрібно перевести в межі $[0, \pi]$, використавши вираз (14).

$$m = M \cdot \left[\frac{\pi}{L} \right]^2. \quad (14)$$

Обчислити швидкість зміни функції z можна за градієнтним методом за виразами (15–16).

$$P_i = \frac{H_{i+1} - H_i}{X_{i+1} - X_i}, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (15)$$

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^{n-2} (P_{i+1} - P_i)}{X_n - X_1}. \quad (16)$$

Після цього за отриманими значеннями швидкості зміни функції z і помилки m за виразом (17) знаходимо значення відстані між промірними точками p у відсотках на проміжку $[0, \pi]$

$$p, \% = 100 \cdot \sqrt{\frac{m}{k \cdot z}}, \quad (17)$$

де $k = 2,67136$.

Переходити від відсотків до метричної системи зручно згідно з виразом (18)

$$P = \frac{p, \%}{100} \cdot L, \quad (18)$$

де L – довжина профілю в метричній системі.

Отже, ми одержали значення відстані P в метричній системі, з якою необхідно робити промірні точки на профілі з відповідним характером дна, щоб отримати площу поперечного перерізу з похибкою, не більшою за M . За цією формулою можна також визначити точність відображення дна та оптимальну відстань між знімальними профілями під час знаходження об'ємів водосховищ.

Висновок

У ході роботи виведено залежність похибки визначення площі поперечного перерізу від форми підводного рельєфу дна. Запропоновано також технологію знаходження відстані між промірними точками за результатами тестових вимірювань. Цю технологію можна також використовувати для визначення точності відображення дна та оптимальної відстані між знімальними профілями під час розрахунку об'ємів водосховищ. Застосування такої технології дасть змогу оптимізувати процес батиметричного знімання та здешевити його.

Література

1. Технологічні та геоінформаційні аспекти інженерно-геодезичних промірних робіт в акваторіях / П.І. Баран, М.П. Михальчук, Л.В. Примака, О.В. Примака // Ученые записки ТНУ. – 2007. Вип. 20 (59). – С. 13–21.
2. Гурский Д.А. Вычисления в Mathcad 12 / Д.А. Гурский, Е.С. Турбина. – СПб.: Питер, 2006. – 544 с.
3. Инструкция по созданию топографических карт шельфа и внутренних водоемов. ГКИНП-11-152-85. – М.: ЦНИИГАиК, 1985. – 158 с.
4. Третяк К. Теоретичні аспекти оптимізації батиметричного знімання у закритих водоймах / К. Третяк, О. Ломпас // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів.
5. Dr. Stephen K. Boss. Bathymetry and sediment thickness of lake alma, arkansas. A Proposal to McClelland Consulting Engineers. 10-Jun-1999.
6. Iho standards for hydrographic surveys. Special Publication No. 44. 5th Edition, February 2008.
7. Girish Gopinath. Sediment stratification and bathymetric survey using sediment echo sounder in reservoirs and shallow marine areas. Current science, Vol. 99, № 12, 25 december 2010.
8. Sonja K. Bathymetry, GPS and GIS: Techniques for Mapping Nebraska Reservoir Volumes. Innerspace Technology, 2001.

Оптимізація параметрів батиметричного знімання водосховищ

К. Третяк, О. Ломпас

Запропоновано технологію знаходження оптимальної відстані між промірними точками на знімальному профілі за результатами тестових вимірювань.

Оптимизация параметров батиметрической съемки водохранилищ

К. Третяк, О. Ломпас

Предложено технологию определения оптимального расстояния между промерами на профилях по результатам тестовых измерений.

The optimization of parameters for bathymetry survey of reservoir

K. Tretjak, O. Lompas

In this paper, the authors propose technique of finding an optimal distance between points on the profiles on the results of test measurements.

12–17 вересня 2011 р., м. Алушта, Крим

Відбудеться XVI міжнародний науково-технічний симпозиум “Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища: GPS- і GIS-технології”
<http://geosymposium.at.ua/>

II З'їзд УКРАЇНСЬКОГО ТОВАРИСТВА ГЕОДЕЗІЇ І КАРТОГРАФІЇ

31 жовтня – 1 листопада 2011 р.

м. Київ

www.utgk.com.ua

тел.: +380503706402