

УДК 528.5

## ОПРАЦЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРИЛАДОВОЇ ПОПРАВКИ ТАХЕОМЕТРІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ВИМІРЮВАННЯ ВІДРІЗКІВ ЛІНІЇ У ВСІХ КОМБІНАЦІЯХ

Я. Костецька, В. Блецкан

Національний університет “Львівська політехніка”

**Ключові слова:** приладова поправка, лінія, відрізки.

### Постановка проблеми

Приладова поправка віддалемірної частини тахеометра враховує конструктивні особливості приладу, тому визначення або перевірка її значення є одним з основних досліджень тахеометрів. Загальноприйнята методика цього дослідження передбачає вимірювання довжин відрізків багаточетового геодезичного базису. Але нерідко потрібно терміново перевірити значення цієї поправки під час вимірювань на об'єкті, віддаленому від геодезичного базису. В літературі [1, 2, 5, 6] рекомендується в таких випадках застосувати вимірювання відрізків будь-якої лінії у всіх комбінаціях (див. рисунок) Рекомендації щодо опрацювання результатів такого дослідження відсутні.

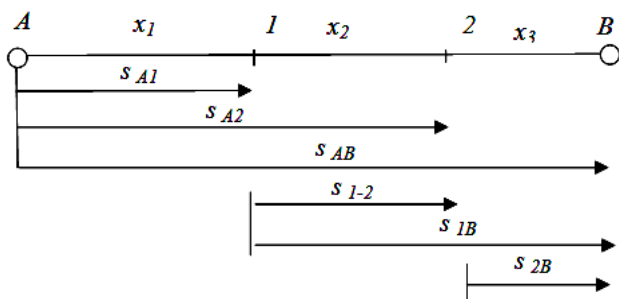


Схема вимірювання відрізків лінії у всіх комбінаціях

### Аналіз останніх досліджень та публікацій, які стосуються вирішення цієї проблеми

Різні способи визначення приладової поправки, серед яких спосіб вимірювання відрізків лінії у всіх комбінаціях, розглянуто в [2]. Суть цього способу визначення приладової поправки розкрито також у [6]. Таким способом досліджували точність визначення приладової поправки. В [5] наведено результати дослідження залежності точності отриманого значення приладової поправки віддалемірів, в яких точність вимірювань не залежить від довжини лінії, яка вимірюється, тобто за рівноточних вимірювань. Встановлено: якщо поділити лінії на 5–6 відрізків, довжини яких знаходять у всіх комбінаціях, точність визначення приладової поправки вдвічі більша від точності вимірювання ліній досліджуваним віддалеміром. Але практично у всіх електронних тахеометрах і віддалемірах середня квадратична помилка (СКП) вимірювання лінії є пропорційною до довжини лінії, тобто виміряні відрізки у всіх комбінаціях мають різну точність. У [3] наведено результати дослідження залежності СКП приладової поправки віддалеміра

“Кварц” від кількості відрізків, на які поділена лінія. З’ясовано, що для отримання приладової поправки з СКП, вдвічі меншої від СКП вимірювання ліній віддалеміром, потрібно ділити лінію на 6–7 відрізків. Тобто потрібно не тільки підготувати лінію до дослідження, але й виміряти близько двадцяти комбінацій її відрізків.

У цих дослідженнях передбачалось просте опрацювання результатів дослідження, а саме обчислення її значення за допомогою порівняння суми виміряних комбінацій відрізків лінії з виміряною довжиною всієї лінії та визначення середнього арифметичного або середнього вагового з отриманих значень приладової поправки.

### Постановка завдання проблеми

Аналіз опублікованих матеріалів показав, що необхідно вдосконалювати спосіб визначення приладової поправки, раціональніше використовуючи отриману під час дослідження інформацію про приладову поправку, щоб зменшити обсяг польових робіт під час досліджень.

### Виклад основного матеріалу проблеми

Аналізуючи строгі методи опрацювання результатів вимірювань величин, які пов’язані математичною залежністю, ми звернули увагу на комбінаційні методи врівноваження, а саме на параметричний метод, якщо невідомі зв’язані умовами (тобто комбінація параметричного і корелатного методів врівноваження) та на корелатний метод з невідомими (комбінація корелатного і параметричного методів). На наш погляд, найраціональнішим для цієї задачі є другий метод. За цим методом потрібно складати залежності між довжиною всієї лінії та її відрізками і комбінаціями відрізків з урахуванням приладової поправки. Ці залежності дадуть нам умовні рівняння, в яких міститься одна невідома величина – приладова поправка. Виконавши врівноваження, отримаємо найімовірніше значення приладової поправки, а також ймовірні значення довжини лінії, її відрізків та комбінацій відрізків, які будуть узгодженими.

За цим методом врівноваження використовують не тільки всі результати вимірювань, але і залежності між виміряними величинами, тому ми припустили, що точність приладової поправки можна підвищити за меншої кількості польових вимірювань, що зводиться до поділу лінії на меншу кількість відрізків.

Щоб перевірити це припущення, ми виконали дослідження приладової поправки електронного тахеометра SET 230R. На рівнинному березі річки з суцільним трав’яним покривом біля парку закріпили лінію AB завдовжки приблизно 1,2 км. За допомогою досліджуваного тахеометра, встановленого в пункті

$A$ , в створі цієї лінії на віддальх близько 400 і 800 м закріплені пункти 1 і 2, тобто вся лінія розділена тільки на три відрізки.

Після цього на пунктах 1, 2 і  $B$  встановлено штативи з трегерами, оснащеними лазерними центрирами, що дало змогу точно їх відцентрувати на пунктах. Висоти марок, встановлених на трегерах, визначено тахеометром. Вони відрізнялись на декілька сантиметрів, тобто поправки для обчислення горизонтальних прокладень відрізків лінії та їхніх комбінацій є дуже малими. Під час вимірювань на трегери встановлювали марки та тахеометр, який поступово переставлявся з п.  $A$  на пункт 1 і далі на п. 2, як показано на рисунку.

Після цього виміряно лінії  $AB$  та її відрізків у всіх комбінаціях. Перші три лінії виміряно тахеометром, встановленим в п.  $A$ . Для вимірювання двох наступних ліній тахеометр встановлено на штативі в пункті 1 на місце марки з відбивачем. Шосту лінію виміряно з пункту 2. Отримані значення горизонтальних прокладень виміряних ліній вказані в другому стовпчику таблиці.

#### Результати врівноваження відрізків лінії

Позначення лінії	Виміряна довжина, м	Поправка, мм	Врівноважена довжина, без $\delta_i$ , м	Врівноважена довжина з $\delta_i$ , м	СКП врівноважених довжин, мм
$S_{A1}$	400,045	-0,6	400,0444	400,0461	0,8
$S_{A2}$	800,173	0,4	800,1765	800,1782	0,9
$S_{AB}$	1200,246	0,7	1200,2470	1200,2480	1,0
$S_{12}$	400,130	0,3	400,1303	400,1320	0,8
$S_{1B}$	800,202	-1,4	800,2006	800,2023	0,9
$S_{2B}$	400,068	0,6	400,0686	400,0703	0,8

Три умовні рівняння складено з огляду на те, що суми врівноважених довжин відрізків лінії з урахуванням приладової поправки повинні дорівнювати врівноваженій довжині всієї лінії  $AB$ . Невідомою величиною в нашій задачі є приладова поправка  $\delta_i$ . Система умовних рівнянь з прийнятими на рисунку позначеннями має вигляд:

$$s_{A1} + v_{A1} + \delta_i + s_{12} + v_{12} + \delta_i + s_{2B} + v_{2B} + \delta_i - (s_{AB} + v_{AB} + \delta_i) = 0$$

$$s_{A1} + v_{A1} + \delta_i + s_{1B} + v_{1B} + \delta_i - (s_{AB} + v_{AB} + \delta_i) = 0$$

$$s_{A2} + v_{A2} + \delta_i + s_{2B} + v_{2B} + \delta_i - (s_{AB} + v_{AB} + \delta_i) = 0,$$

де  $v_{ij}$  – поправки до виміряних довжин  $s_{ij}$  відрізків  $ij$ , які будуть отримані з врівноваження.

Після введення позначення вільних членів

$$w_1 = s_{A1} + s_{12} + s_{2B} - s_{AB},$$

$$w_2 = s_{A1} + s_{1B} - s_{AB},$$

$$w_3 = s_{A2} + s_{2B} - s_{AB},$$

умовні рівняння записуються так:

$$v_{A1} + v_{12} + v_{2B} - v_{AB} + 2\delta_i + w_1 = 0,$$

$$v_{A1} + v_{1B} - v_{AB} + \delta_i + w_2 = 0,$$

$$v_{A2} + v_{2B} - v_{AB} + \delta_i + w_3 = 0,$$

а в матричному вигляді

$$AV + B\delta_i + W = 0. \quad (1)$$

Під час врівноваження враховано, що середня квадратична помилка (СКП) виміряних тахеометром SET 230R довжин ліній  $m = 2 \text{ мм} + 2 \cdot 10^{-6} S$ . Отже, точність виміряних ліній залежить від їхньої довжини. Тому під час врівноваження враховано ваги виміряних ліній. Вагу, яка дорівнює одиниці, надано лінії завдовжки 750 м, тобто її обчислено за формулою:

$$P_{ij} = \frac{3,5^2}{(2 + 2 \cdot 10^{-6} S_{ij})^2}.$$

Нижче наведено матриці коефіцієнтів умовних рівнянь  $A$  та коефіцієнтів при невідомій величині  $B$  (у нас вектор), вектор вільних членів  $W$  та матриця обернених ваг  $P^{-1}$  виміряних сторін

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix},$$

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} 0,640 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,06 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,58 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,64 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,06 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,64 \end{bmatrix}.$$

За результатами вимірювань обчислені вільні члени, які мають такі значення:

$$w_1 = -3 \text{ мм}, \quad w_2 = 1 \text{ мм}, \quad w_3 = -2 \text{ мм}.$$

Нижче наведено матрицю коефіцієнтів умовних рівнянь  $A$  і вектор коефіцієнтів при невідомій величині  $B$  та вектор вільних членів  $W$ :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

При врівноваженні методом корелат з невідомими система нормальних рівнянь записується так [4, 7]:

$$AP^{-1}A^T K + B\delta_i + W = NK + B\delta_i + W = 0, \quad (2)$$

де  $K$  – вектор корелат,  $N = AP^{-1}A^T$  – матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь. За наведеними вище даними знайдено

$$N = \begin{bmatrix} 3,50 & 2,22 & 2,22 \\ 2,22 & 3,28 & 1,58 \\ 2,22 & 1,58 & 3,28 \end{bmatrix} \text{ і}$$

$$N^{-1} = \begin{bmatrix} 0,6794 & -0,3104 & -0,3104 \\ -0,3104 & 0,5388 & -0,0495 \\ -0,3104 & -0,0495 & 0,5388 \end{bmatrix}.$$

Вилучивши з (2) вектор корелат, отримали рівняння  $-B^T N^{-1} B \cdot \delta_i - B^T N^{-1} W = -N^B \delta_i - W^B = 0,$  (3)

де  $N^B$  і  $W^B$  – матриці коефіцієнтів і вільних членів системи нормальних рівнянь параметричного методу, в яких враховано наявність умовних рівнянь. Оскільки у нас є тільки одна невідома, ці матриці мають тільки по одному елементу, обчислені значення яких є такими:

$$N^B = 1,2134 \quad \text{і} \quad W^B = -2,0830.$$

З цього нормального рівняння одержуємо приладову поправку

$$\delta_i = 1,7 \text{ мм.}$$

Підставляючи це значення приладової поправки в (2), отримали корелати

$$K = -R^{-1}(A\Delta X + W) = \begin{bmatrix} -0,4608 \\ -1,3432 \\ 0,4215 \end{bmatrix}.$$

За значеннями корелат обчислено значення поправки до вимірних сторін, які вказано в третьому стовпчику таблиці. В наступних стовпчиках наведено врівноважені довжини відрізків без врахування приладової поправки та з урахуванням її.

Оцінювання точності виконано за формулами з [4]. Середня квадратична помилка одиниці ваги

$$\mu = \sqrt{\frac{V^T P V}{r - k}} = \sqrt{\frac{3,5801}{2}} = 1,3.$$

Середня квадратична помилка приладової поправки

$$m_{\delta_i} = \mu \sqrt{(N^B)^{-1}} = 1,3 \sqrt{0,82} = 1,2 \text{ мм.}$$

Для отримання СКП врівноважених довжин лінії та її відрізків обчислено коваріаційну матрицю:

$$Q = \mu^2 (P^{-1} - P^{-1} B^T N^{-1} B P^{-1}).$$

За значеннями її елементів на головній діагоналі знайдено СКП врівноважених довжин, які містяться в останньому стовпчику таблиці. За значеннями її елементів на головній діагоналі обчислені СКП врівноважених довжин, які вказані в останньому стовпчику таблиці.

Як бачимо, СКП отриманого значення поправки, в два рази вищою від точності вимірювань цим тахеометром.

### Висновки

1. Під час врівноваження методом корелат з невідомими результатами дослідження приладової поправки віддалемірної частини електронних тахеометрів, виконаного способом вимірювання відрізків лінії у всіх комбінаціях, для отримання точності поправки, в два рази вищою від точності віддалеміра, достатньо ділити лінію тільки на три відрізки, а не на 6–7, як вказувалося в [3; 5].

2. Закріпивши цю лінію і її відрізки, одержимо багаточентровий базис, відрізки якого будуть отримані з СКП майже втричі меншими від СКП вимірювання довжин ліній зазначеним приладом.

3. Дослідження приладової поправки способом вимірювання відрізків лінії у всіх комбінаціях при строгому врівноваженні результатів дослідження дає майже таку саму точність, як дослідження, виконане на геодезичному базисі.

### Література

1. Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500. ГКНТА-2.04-02-98. ГУГК та КУ. – К., 1999. – 156 с.
2. Костецька Я.М. Геодезичні прилади. Ч. II Електронні геодезичні прилади / Я.М. Костецька. – Львів. Престиж Інформ, 2000. – 324 с.
3. Костецкая Я.М. Определение постоянной поправки светодальномеров / Я.М. Костецька // Геодезия, аэрофотосъёмка. – 1979. – Вып. 30. – С. 85–88.
4. Baran L.-W. Teoretyczne podstawy opracowania wyników pomiarów geodezyjnych. – Wydawnictwo naukowe PWN SA. – Warszawa, 1999. – 344 s.
5. Jakov G. Zur Wirtschaftlichen Konstantenbestimmung elektrooptischer Entfernungsmesser durch Streckenmessung in allen Kombination. – Vermessungstechnik, 1976. 11. – S. 427–429.
6. Khamen H. Vermessungskundt. 19. Auflage. – W. de G. – Berlin, 1997. – 732 s.
7. Wiśniewski Z. Rachunek wyrównawczy w geodezji (z przykładami). – Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego, Olsztyn, 2005. – 474 s.

### Опрацювання результатів дослідження приладової поправки тахеометрів за допомогою вимірювання відрізків лінії у всіх комбінаціях

Я. Костецька, В. Блецкан

Запропоновано врівноважувати результати дослідження приладової поправки електронного тахеометра, виконаного способом вимірювання відрізків лінії у всіх комбінаціях, методом корелат з невідомими. На прикладі дослідження тахеометра SET 230R показано, що для отримання приладової поправки з точністю, вдвічі вищою від точності вимірювання віддалей тахеометром, потрібно лінію ділити на три відрізки.

### Обработка результатов исследования постоянной тахеометров путём измерения отрезков линии во всех комбинациях

Я. Костецкая, В. Блецкан

Предложено уравнивать результаты определения постоянной тахеометров, выполненного путем измерения отрезков линии во всех комбинациях, методом корелат с неизвестными. На примере исследования тахеометра SET 230R показано, что для определения постоянной поправки с точностью, в два раза большей от точности измерения расстояний тахеометром, нужно делить линию только на три отрезка.

### Processing of results of research of a constant totalstation by measurement of pieces of a line in all combinations

Ya. Kostetskaja, W. Bletskan

It is offered to counterbalance results of definition of a constant totalstation the measurement of pieces of a line executed by a method in all combinations, a method correlate with unknown persons. By the example of research totalstation SET 230R it is shown, that for definition of the constant amendment with accuracy twice above from accuracy of measurement of distances totalstation it is necessary to divide a line only into three pieces.