

## Висновки

На основі складеної нейронної мережі, яка дає змогу розпізнавати динамограму, можна спроектувати систему автоматичного керування ШГП у функції коефіцієнта заповнення глибинної помпи, яка забезпечує прийнятну якість керування за неповного або зашумленого набору вхідних даних.

1. Поздеев Д.А. Интеллектуальная станция ALC800 компании АББ для управления станками-качалками / Д.А. Поздеев, С.В. Кудрявцев // Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика: Вестник НТУ "Харьковский политехнический институт". – 2008. – № 30.
2. Алиев Т. М. Автоматический контроль и диагностика скважинных штанговых насосных установок / Т. М. Алиев, А.А. Тер-Хачатуров. – М.: Недра, 1988. – 230 с.
3. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Нейронные сети. MATLAB 6 / В.С. Медведев, В.Г. Потемкин / под общ. ред. В.Г. Потемкина. – М.: Диалог–МИФИ, 2002.
4. Artificial Neural Networks: Concepts and Theory, IEEE Computer Society Press, 1992.
5. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации / С. Осовский [Пер. с польского И.Д. Рудинского]. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.
6. Zong Ming. An intelligent controller for oil-pumping unit / Zong Ming; Geng Dayong; Wang Fengxiang; Wu Lijun // Electrical Machines and Systems. – Proceedings of the Fifth International Conference ICEMS. – 2001. – Vol. 2, № 2. – P. 1254–1257.

УДК 621.372

В.С.Маляр, І.А. Добушовська

Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра ТЗЕ

## РОЗРАХУНОК УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ У НЕЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ З РЕАКТИВНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ І НЕСИНУСОЇДНИМИ ДЖЕРЕЛАМИ ЖИВЛЕННЯ

© Маляр В.С., Добушовська І.А., 2011

Розглянуто проблему розрахунку та аналізу процесів в нелінійних електричних колах з реактивними елементами і несинусоїдними джерелами живлення. Запропоновано метод дослідження впливу параметрів кола на статичні характеристики, які мають багатозначний характер. Задача розв'язується як крайова застосуванням проєкційного методу, в основу якого покладено апроксимацію періодичного розв'язку кубічними сплайнами.

**Ключові слова:** нелінійні кола, реактивні елементи, несинусоїдні джерела живлення.

The article discusses the problem problems of computation and analysis of phenomena in non-linear electrical circuits with reactive elements and non-sinusoidal energy sources. It offers a special technique for investigation of impact of circuit parameters on static characteristics that are featured by inherent multi-valuedness. The problem is being solved as a boundary one by means of projection method application, based on approximation of periodic solution using cubic splines.

**Key words:** non-linear circuits, static characteristics, boundary problem.

### Постановка проблеми

До складу багатьох електротехнічних пристроїв входять нелінійні індуктивні та ємнісні елементи. Крім того, в сучасних умовах високого розвитку і широкого впровадження в практику напівпровідникової техніки напруги, від яких вони живляться, можуть значно відхилятися від синусоїдних. Нелінійні реактивні елементи навіть при синусоїдному живленні є джерелом вищих гармонік струмів та напруг, а у разі несинусоїдного живлення характер перебігу процесів ще більше

ускладнюється. Наявність нелінійних реактивних елементів може зумовлювати появу резонансних явищ як на основній, так і на вищих гармоніках або субгармоніках. Незважаючи на те, що резонансні явища лежать в основі роботи багатьох електротехнічних пристроїв, здебільшого вони можуть зумовити появу перенапруг або великих струмів. Проблема дослідження процесів в нелінійних електричних колах при несинусоїдних напругах живлення і явищ, якими вони супроводжуються, має важливе практичне значення, тому в технічній літературі цій проблемі приділяється значна увага [3, 5, 6], а розроблення ефективних методів їх аналізу як в перехідних, так і в усталених режимах є актуальним завданням.

### Аналіз останніх досліджень та постановка задачі.

Стаціонарний режим в електричному колі може бути станом рівноваги або динамічним періодичним режимом. Стаціонарний режим роботи електричного кола у разі дії несинусоїдних періодичних напруг характеризується періодичною негармонічною зміною координат, а тому розрахунок усталеного режиму полягає у визначенні не сукупності координат режиму, які відповідають конкретному значенню часової координати  $t$ , а функціональних залежностей змінних стану впродовж періоду зміни напруги живлення. У лінійних системах можливий тільки один періодичний режим або стан рівноваги, а у нелінійних їх може існувати декілька.

Як відомо, аналіз усталених режимів лінійних електричних кіл змінного струму при живленні від джерел напруг та струмів у разі несинусоїдних законів їх зміни здійснюють подання останніх у вигляді усічених рядів Фур'є, що дає змогу застосувати до них символічний метод розрахунку і принцип накладання [2]. Для розрахунку нелінійних електричних кіл метод накладання та рядів Фур'є у своїй класичній формі не можна застосовувати, що спонукає до розроблення різних удосконалень і модифікацій, серед яких найефективнішим є запропонований в [1] диференціальний гармонічний метод.

В роботі [3] пропонується досліджувати резонансні явища числовим розрахунком перехідного процесу, тобто розв'язування задачі Коші за деяких початкових умов. Однак такий спосіб не можна вважати оптимальним, оскільки він має низку недоліків. Зокрема, періодичних режимів може бути декілька, отже, результат розрахунку залежить від початкових умов, тому існує проблема пошуку всіх можливих резонансних режимів. Крім того, перехідний процес може бути довготривалим, а інтегрування системи диференціальних рівнянь (ДР), що його описують, на значному часовому інтервалі призводить до накопичення помилок. В слабкодисипативних колах існує проблема визначення моменту закінчення перехідного процесу, оскільки значення координат на початку періоду  $T$  і наприкінці мало відрізняються. Крім того, еволюційний метод пошуку періодичних режимів практично непридатний для розв'язування оптимізаційних задач.

У разі періодичної зміни вектора  $\dot{\mathbf{u}}$  рівняння (1) описують стаціонарний періодичний режим, тому його необхідно розглядати на основі загальної теорії нелінійних коливань [6], згідно з якою задача розрахунку періодичного процесу полягає в знаходженні періодичних розв'язків нелінійної системи ДР, яка їх описує. Метою статті є розв'язування задачі знаходження усіх можливих періодичних розв'язків в позачасовій області, тобто на основі розв'язування задачі як крайової [4].

### Виклад основного матеріалу

Енергетичний стан електричного кола може бути описаний через струми віток та напруги на конденсаторах, які визначаються вектором  $\dot{\mathbf{u}}$  прикладених напруг та параметрами електричного кола. Процеси в нелінійних електричних колах у загальному випадку описуються нелінійними системами рівнянь, до яких входять як диференціальні, так і алгебричні. Їх можна представити у вигляді системи

$$\frac{d\mathbf{y}^{\mathbf{r}}(\mathbf{x}, t)}{dt} + \mathbf{c}^{\mathbf{r}}(\mathbf{y}, \mathbf{x}, t) = \mathbf{u}^{\mathbf{r}}(t); \quad (1a)$$

$$\mathbf{f}^{\mathbf{r}}(\mathbf{y}, \mathbf{x}, t) = 0, \quad (1b)$$

де  $\overset{\mathbf{r}}{y}(\overset{\mathbf{r}}{x}, t)$  – вектор змінних стану, які своєю чергою є нелінійними функціями координат вектора  $\overset{\mathbf{r}}{x} = \overset{\mathbf{r}}{x}(t)$ ;  $\overset{\mathbf{r}}{u}(t) = \overset{\mathbf{r}}{U}_0 + \sum_k (\overset{\mathbf{r}}{U}_{mks} \sin wt + \overset{\mathbf{r}}{U}_{mks} \cos wt)$  – вектор прикладених несинусоїдних напруг живлення;  $\overset{\mathbf{r}}{f}(\overset{\mathbf{r}}{y}, \overset{\mathbf{r}}{x}, t)$  – вектор-функція, яка визначає зв'язки вигляду  $y = y(i)$ ,  $q = q(u_c)$  (вебер-амперні та кулон-вольтні характеристики елементів тощо). Нелінійність системи (1) зумовлена нелінійною залежністю  $\overset{\mathbf{r}}{y} = \overset{\mathbf{r}}{y}(\overset{\mathbf{r}}{x})$ .

Рівняння (1b) можна звести до диференціальних диференціюванням по  $t$ , що дає змогу зобразити систему (1) у формі Коші одним векторним ДР вигляду

$$\frac{d\overset{\mathbf{r}}{y}}{dt} = \overset{\mathbf{r}}{z}(\overset{\mathbf{r}}{y}, \overset{\mathbf{r}}{x}, \overset{\mathbf{r}}{u}, t). \quad (2)$$

де  $\overset{\mathbf{r}}{x} = \overset{\mathbf{r}}{x}(t)$   $m$ -мірний вектор шуканих величин;  $\overset{\mathbf{r}}{z}(\overset{\mathbf{r}}{y}, \overset{\mathbf{r}}{x}, \overset{\mathbf{r}}{u}, t)$  –  $m$ -мірна вектор-функція правих частин, до якої входить вектор  $\overset{\mathbf{r}}{u}$  зовнішніх збурень.

В стаціонарному режимі розв'язком системи рівнянь (2) є  $T$ -періодичні залежності компонент вектора  $\overset{\mathbf{r}}{x}(t) = \overset{\mathbf{r}}{x}(t+T)$ . В математичному аспекті визначення цих залежностей – це крайова задача для системи (2) ДР першого порядку з періодичними крайовими умовами, а її розв'язати найефективніше можна одним із проєкційних методів.

### Алгоритм розв'язування задачі

Запропоновано метод аналізу стаціонарних режимів нелінійних електричних кіл з реактивними елементами за несинусоїдних джерел живлення розробленим на основі застосування кубічних сплайнів проєкційним методом [4], який дає змогу не тільки розраховувати періодичні режими, але й аналізувати їх на стійкість, а також виконувати оптимізаційні розрахунки. Його суть полягає в наступному.

Апроксимуємо компоненти вектора  $\overset{\mathbf{r}}{y}$  на кожному часовому інтервалі  $h_j = t_j - t_{j-1}$  ( $j = \overline{1, n}$ ) періоду  $T$  зміни координат кубічними поліномами вигляду

$$y(t) = a_j + b_j(t_j - t) + c_j(t_j - t)^2 + d_j(t_j - t)^3, \quad (3)$$

де  $a_j, b_j, c_j, d_j$  – коефіцієнти, співвідношення між якими визначаються властивостями сплайн-функцій [4].

Як видно з (3),

$$a_j = y_j; \quad -b_j = \left. \frac{dy}{dt} \right|_j.$$

Враховуючи неперервність значень координат функції (3) у вузлах і її перших двох похідних, а також крайові умови вигляду  $a_j = a_{j+n}; c_j = c_{j+n}$ , кожне ДР системи (2) апроксимуємо на періоді  $T$  системою  $n$  алгебричних рівнянь. У результаті отримуємо алгебричний аналог системи ДР (2) у вигляді

$$S\overset{\mathbf{r}}{Y} + \overset{\mathbf{r}}{Z} = 0, \quad (4)$$

де  $S$  – квадратна матриця переходу від неперервної зміни координат до їх вузлових значень за умови апроксимації змінних кубічними сплайнами, елементи якої визначаються лише відстанями між вузлами [4];  $\overset{\mathbf{r}}{Y}, \overset{\mathbf{r}}{Z}$  – вектори, компонентами яких є вузлові значення векторів  $\overset{\mathbf{r}}{y}_j$  та  $\overset{\mathbf{r}}{z}_j$  відповідно. Отримана алгебрична система рівнянь (4) зв'язує між собою вузлові значення усіх змінних стану на періоді і є дискретним аналогом нелінійної системи ДР (2). Вона – нелінійна як і вихідна система ДР, а її розв'язком є вектор  $\overset{\mathbf{r}}{X}$  вузлових значень координат, визначити який можна одним із ітераційних методів, зокрема Ньютона.

Струми віток та напруги на конденсаторах визначаються вектором  $\overset{\mathbf{r}}{u}$  прикладених напруг та параметрами електричного кола. Очевидно, що кожному значенню вектора  $\overset{\mathbf{r}}{U} = \text{colon}(u_1, \dots, u_n)$ , який складається із вузлових значень прикладених напруг, відповідає значення вузлового вектора

$\mathbf{X}$ , який визначає усталений періодичний режим. За деяких значень параметрів електричного кола таких режимів може бути два або навіть більше. Застосування ітераційних методів розв'язування системи (4) ускладнюється проблемою збіжності ітераційного процесу і, крім того, не дає змогу знайти усі можливі стаціонарні режими. Знайти усі розв'язки системи (4), які відповідають одному і тому ж значенню прикладених напруг, можна диференціальним методом [7]. Для його реалізації домножимо вектор  $\mathbf{U}$  на скалярний параметр  $\varepsilon$ . Очевидно, що збільшення параметра  $\varepsilon$  еквівалентне нарощуванню амплітуд прикладених напруг.

Диференціюємо отримане після введення параметра рівняння по  $\varepsilon$ . При цьому врахуємо, що  $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{X}, \varepsilon)$ ,  $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}(\mathbf{Y}, \mathbf{X}, \mathbf{U}, \varepsilon)$ . У результаті отримаємо

$$J \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \varepsilon} = \mathbf{U}, \quad (5)$$

де  $J = \left( S - \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{Y}} \right) \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}} - \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{X}}$  – матриці Якобі системи (5), в якій матриці  $\frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{Y}}$ ,  $\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}}$ ,  $\frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{X}}$  – є блоково-

діагональні, а кожний блок – це квадратні матриці  $\left. \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \mathbf{y}} \right|_j$ ,  $\left. \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{x}} \right|_j$ ,  $\left. \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial \mathbf{x}} \right|_j$ , які визначаються значеннями

параметрів в  $j$ -му вузлі і не залежать від їх значень в інших вузлах.

Інтегруючи чисельним методом систему ДР (5) по  $\varepsilon$ , знаходимо багатовимірну статичну характеристику періодичного процесу як сукупність стаціонарних режимів (векторів  $\mathbf{X}$ ), які відповідають нарощуванню вузлових значень прикладеної напруги від нуля до заданого значення пропорційно до  $\varepsilon$ . У разі неоднозначності характеристики, (наприклад, під час ферорезонансу) вона має точки, в яких похідна  $d\mathbf{X}/d\varepsilon$  прямує до нескінченності. Наближаючись до них необхідно переходити на інтегрування по іншій координаті, яка є компонентою вектора  $\mathbf{X}$ , а у разі наближення до нової особливої точки необхідно знову повернутись до системи рівнянь аргументу  $\varepsilon$  [7].

На кожному крокові інтегрування отримане значення вектора  $\mathbf{X}$  уточнюється методом Ньютона, в якому прирости  $\Delta \mathbf{X}^{(k)}$  на  $k$ -му крокові ітерації визначаються з рівняння

$$J \Delta \mathbf{X}^{(k)} = \mathbf{Q}(\mathbf{X}^{(k)}), \quad (6)$$

$J$  – матриці Якобі системи (6);  $\mathbf{Q}(\mathbf{X}^{(k)})$  – вектор нев'язок системи при значенні  $\mathbf{X} = \mathbf{X}^{(k)}$ .

На основі рівняння (4) можна дослідити вплив на режим роботи електричного кола зміни будь-якого параметра  $\zeta$  електричного кола (наприклад, ємності конденсатора, активного опору, амплітуди або частоти окремої гармоніки напруги живлення тощо), зокрема на можливість появи резонансу. Для цього необхідно систему (4) скінченних рівнянь продиференціювати, а потім проінтегрувати по цьому параметру. В результаті отримаємо рівняння

$$J \frac{d\mathbf{X}}{dz} = \frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial z}, \quad (7)$$

яке відрізняється від (6) тільки вектором правих частин, що дає змогу за єдиним алгоритмом розв'язувати задачі розрахунку стаціонарного режиму і дослідження впливу зміни параметрів кола, тобто параметричної чутливості.

Періодичні коливні процеси можуть виникати не тільки у разі періодичного збурення, але й в автономних електричних колах. Якщо необхідно досліджувати автономні коливні процеси (в електричному колі, яке не має періодичного збурення), то період  $T$  є невідомим. В цьому разі нелінійна система скінченних рівнянь вигляду (4) складається з  $nm$  рівнянь, де  $m$  – порядок системи (2), а невідомих на одиницю більше – невідомим є період  $T$ . Для того, щоб отримати замкнену систему, необхідно додати ще одне рівняння. Утворимо його так:

$$h_1 + h_2 + \mathbf{K} + h_n = T. \quad (8)$$

Повна система скінченних рівнянь складається з рівнянь (4) та (8) і має вигляд

$$\mathbf{F}(\mathbf{P}) = 0, \quad (9)$$

де  $\mathbf{P} = \text{colon}(\mathbf{X}, T)$ .

Для прикладу на рис. 2 наведені криві струмів схеми рис. 1 за значення прикладеної напруги  $u = 0,23U_m \sin \omega t$  (тобто  $\varepsilon = 0,23$ ), отримані викладеним методом.

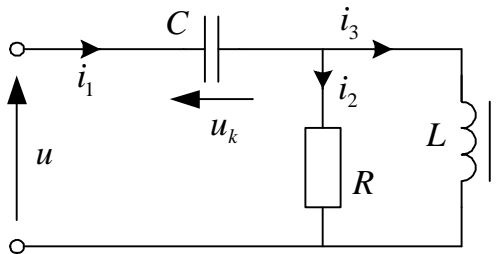


Рис. 1. Електричне коло

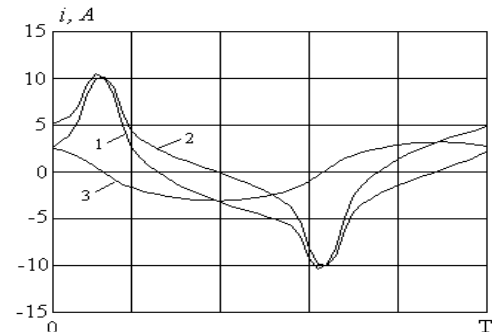


Рис. 2. Періодичні залежності струмів

### Висновки

Запропонований метод дає змогу здійснювати розрахунки усталених режимів у нелінійних електричних колах, які працюють у режимі несинусоїдного живлення в позачасовій області. При цьому задача розв'язується як крайова для нелінійної системи ДР, які описують стаціонарні процеси в електричному колі. На відміну від методу усталення, він дає змогу відшукати всі можливі для цього кола періодичні режими та дослідити вплив зміни будь-якого параметра кола або частотного спектра напруги живлення на характер перебігу процесів, а також будувати ефективні алгоритми оптимізації та параметричної чутливості.

1. Глухівський Л.Й. *Періодичні процеси у нелінійній електротехніці (диференціальний гармонічний метод і його програмне забезпечення)* / Л.Й. Глухівський. – К.: Альфа ПК, 2005. – 159 с.
2. Демирчян К.С. *Моделирование и машинный расчет электрических цепей: учеб. пособ.* / К.С. Демирчян, П.А. Бутырин. – М.: Высш. шк., 1988. – 335 с.
3. Кузнецов В.Г. *Сучасні методи аналізу ферорезонансних процесів в електричних мережах* / В.Г. Кузнецов, Ю.І. Тугай. *Праці ін-ту електродинаміки НАНУ.* – К.: ІЕД НАНУ, 2002. – Вип. 3(3). – С. 27–31.
4. Маляр В.С. *Математическое моделирование периодических режимов электротехнических устройств* / В.С. Маляр, А.В. Маляр // *Электронное моделирование.* – 2005. – Т. 27, № 3. – С. 39–53.
5. Marti J.R. *Ferroresonans in power system* / J.R. Marti, A.S. Soudack // *IEE Proc.* – 1991. – Vol. 138. – P. 321–329.
6. Митропольский Ю.А. *Машинный анализ нелинейных резонансных цепей* / Ю.А. Митропольский, А.А. Молчанов. – К.: Наук. думка, 1981. – 238 с.
7. Фильц Р.В. *Математические основы теории электромеханических преобразователей.* – К.: Наук. думка, 1979. – 208 с.