УДК 519.718.2

С.В. Щербовських
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ЕАП

МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ, СТАНІВ ТА ПОДІЙ ДЛЯ АНАЛІЗУ ВПЛИВУ СТРАТЕГІЇ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ НА ГОТОВНІСТЬ СИСТЕМИ ІЗ ЗАМІЩУВАЛЬНИМ ДУБЛЮВАННЯМ

Наведено моделі процесів, станів та подій дубльованої системи для аналізу впливу стратегій технічного обслуговування на функцію інтенсивності потоку відмов. Аналіз ґрунтується на застосування спеціалізованого математичного та програмного забезпечення для синтезу дискретно-неперервних моделей марковського типу.

Ключові слова: **надійність, готовність, марковська модель, інтенсивність потоку відмов, стратегія технічного обслуговування**

In the paper standby doubled system process, states and events model application for repair maintenance effect on failure intensity is shown. The analysis is based on specialized mathematical and software support for Markov type discrete-continuous models synthesis.

Key words: **reliability, availability, Markov model, failure rate, maintenance strategy**

Вступ. Постановка проблеми

Заміщувальне дублювання є способом підвищення показників надійності системи шляхом введення в її структуру аналогічного основному резервного елемента. Поки основний елемент використовується, то резервний елемент перебуває в ненавантаженому стані. Непрацездатність системи настає у разі непрацездатності основного та резервного елементів одночасно. Ремонтування та технічне обслуговування системи полягає у заміні непрацездатних елементів на нові. Під час технічного обслуговування разом із заміною непрацездатного елемента можна виконувати додаткову заміну інших працездатних елементів, що задається алгоритмом стратегії технічного обслуговування. Зокрема, стаття присвячена проблемі аналізу впливу стратегії технічного обслуговування на функцію інтенсивності потоку відмов та функцію готовності системи із заміщувальним дублюванням, застосовуючи дискретно-неперервні стохастичні моделі марковського типу. Практичний аспект вирішення проблеми пов’язаний із підвищенням точності прогнозування характеристик готовності систем зі структурним резервуванням, а теоретичний забезпечує подальший розвиток методів автоматизованої побудови дискретно-неперервних моделей для опису надійності відновлюваних систем.

Аналіз останніх досліджень

Для визначення показників надійності відновлюваних систем застосовують спеціалізоване математичне та програмне забезпечення, в основу якого закладено такі підходи: автоматизація побудови аналітичних моделей; автоматизація побудови дискретно-неперервних стохастичних моделей марковського типу; автоматизація побудови імітаційних моделей на основі методу Монте-Карло. Формування аналітичних моделей ґрунтується на прямому перебиранні станів системи [1, 2]. Недолік методу [1] полягає в тому, що він ефективний лише для аналізу стаціонарних показників надійності. Класичний логіко-ймовірнісний метод, який є різновидом першого підходу, не забезпечує адекватний аналіз процесів відновлення та перерозподілу навантаження [2]. До другого підходу належать методи, описані у [3, 4]. Недолік підходу полягає в тому, що при застосуванні розподілів, відмінних від експоненціального, виникають проблеми із адекватністю моделювання. Дослідження, описані у цій публікації, стосуються саме цього підходу, зокрема результатом є розроблення такого методу, який забезпечує адекватне перетворення неоднорідної марковської моделі у спеціалізовану розщеплену однорідну [5]. Недолік моделювання методом Монте-Карло, на якому ґрунтується третій підхід [6], полягає у спотворенні результатів флуктуаціями, пов'язаними із застосуванням генераторів випадкових чисел та порівняно великою тривалістю розрахунку аналогічних задач за заданої точності результату.

Постановка завдань

1. Розробити моделі процесів, станів та подій відновлюваної системи із заміщувальним дублюванням без та із проміжною заміною резервного елемента.
2. Визначити функції інтенсивності потоку відмов та функцію готовності такої системи для зазначених стратегій технічного обслуговування та їх кількісно оцінити.

Викладення основного матеріалу

Відновлювані системи такого типу характеризуються властивістю, яку називають готовністю. Кількісною характеристикою цієї властивості є функція готовності $A(t)$ та функція інтенсивності потоку відмов $z(t)$. Найефективніший підхід для визначення показників готовності ґрунтується на застосуванні дискретно-неперервних моделей марковського типу із розщепленими станами. Для автоматизованого формування та обчислення таких моделей розроблено спеціалізоване математичне та програмне забезпечення. У межах цього забезпечення вирішено, по-перше, проблему формування за вхідною моделлю процесів, станів та подій (далі модель ПСП) дискретно-неперервної моделі марковського типу (далі модель МТ), а, по-друге, проблему інтерпретації показників готовності за моделлю МТ. Модель ПСП є множиною матриць {**P**, **S**, **Y**, **T**, **Z**}, які вичерпно описують процес експлуатування системи у термінах «стани-події». Така модель є формалізованим описом системи і не може бути безпосередньо використана для розрахунку.

Матриця процесів **P** означує множину процесів, які відбуваються в системі. Кількість рядків матриці **P** дорівнює кількості процесів, а кількість стовпців – двом. Елементами першого стовпця матриці $P_{i,1}$ є символьні константи, які позначають тип *i*-го процесу. Матриця станів **S** та логічний вектор-стовпець станів **Y** задають множину станів, у яких перебуває система. Кількість рядків матриці **S** та вектор-стовпця **Y** дорівнює кількості станів, а кількість стовпців – кількості процесів, які відбуваються у системі. Залежно від стану, процеси можуть бути активними, тобто такими, що відбуваються, або пасивними. Активні процеси характеризуються мірою перебігу, яка є відношенням швидкості перебігу процесу за фактичних умов до швидкості перебігу за базових умов і може приймати довільні значення від нуля до нескінченності. Елемент матриці $S_{i,j}$ є мірою перебігу *j*-го процесу в *i*-му стані. Елемент вектор-стовпця Y_i є ознакою належності *i*-го стану до множини працездатних станів. Якщо стан належить до цієї множини, то елемент вектора дорівнює *True* (позначено одиницею), а якщо не належить, то – *False* (позначено нулем). Матриця **S** та вектор-стовпець **Y** складені так, що останній рядок відповідає початковому стану. Матриця переходів **T** та логічний вектор-стовпець переходів **Z** визначають множину подій, які відбуваються у системі. Кількість рядків матриці **T** та рядків вектор-стовпця **Z** дорівнює кількості подій, а кількість стовпців – чотирьом. Елементи першого стовпця матриці $\mathbf{T}_{i,1}$ є номером стану із якого здійснюється перехід внаслідок виконання *i*-ї події. Нумерація станів виконується згідно з матрицею станів **S**. Елементи другого стовпця матриці $\mathbf{T}_{i,2}$ є номером процесу, закінчення якого зумовлює виконання *i*-ї події. Елементи третього стовпця матриці $\mathbf{T}_{i,3}$ є номером стану, в який здійснюється перехід внаслідок виконання *i*-ї події. Елементи четвертого стовпця матриці $\mathbf{T}_{i,4}$ є логічним вектор-рядком процесів, які перезапускаються внаслідок виконання *i*-ї події. Кількість стовпців такого вектор-рядка дорівнює кількості процесів, а його елемент *j*-й є ознакою, яка вказує чи *j*-й процес у наступному стані має перезапускатись наново чи продовжуватися. Якщо процес має перезапускатись, то елемент вектора дорівнює *True*, а якщо продовжуватися, то – *False*. Звернемо увагу, що завершений процес повинен завжди перезапуститись наново. Елемент вектор-рядка Z_i є ознакою належності *i*-ї події до множини подій, що позначають відмову системи. Якщо подія належить до цієї множини, то елемент дорівнює *True*, а якщо не належить, то – *False*.

Дискретно-неперервна стохастична модель марковського типу є множиною матриць {**A**, **p**(0), **C**}, які описують розподілення ймовірності між фазами системи та інтерпретацію результатів. Фази та переходи такої моделі безпосередньо можуть не мати фізичного тлумачення, проте вона виступає ефективним інструментом для аналізу показників надійності систем. Матриця переходів **A** означує множину переходів між фазами системи, вектор-стовпець **p**(0) означує початкову ймовірність фаз, а матриця перетворення **C** означує як зв'язані показники надійності системи із ймовірностями фаз та інтенсивністю переходів. У подальшому параметри моделі МТ у статті не використовуються, а тому їх опис опущено. Математичне та програмне забезпечення для формування моделі МТ включає процедуру перетворення фактичних розподілів на розподіли фазового типу, розщеплення станів на фази, формування простору станів, формування переходів між фазами, об'єднання переходів у зв'язки та об'єднання простору станів та зв'язок переходів у модель МТ. Процедура обчислення моделі МТ ґрунтується на застосуванні стандартних методів чисельного інтегрування з адаптивним кроком для штивних лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами.

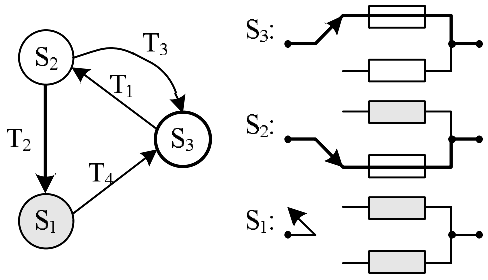


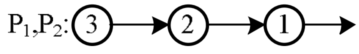
Рис. 1. Граф станів та подій відновлюваної системи із заміщувальним дублюванням

Нехай задано відновлювану систему із заміщувальним дублюванням (рис. 1).

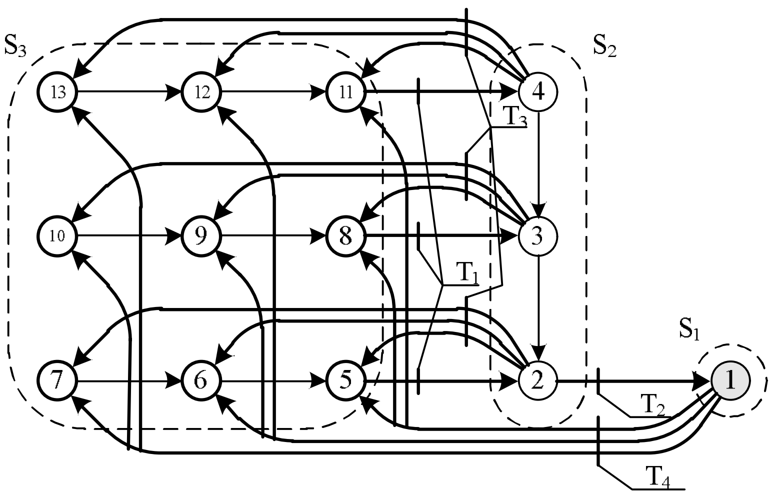
У системі відбувається три процеси: P_1 – використання основного елемента (модель відмов Вейбулла із параметрами α_1, β_1), P_2 – використання резервного елемента (аналогічна модель відмов до першого процесу), Р3 – ремонтування системи (експоненціальна модель відновлення із параметром μ_1). Система перебуває в одному із трьох станів: S_1 – непрацездатність, за якої P_1 та P_2 пасивні, а P_3 активний; S_2 – працездатність, за якої P_1 пасивний, а P_2 та P_3 активні; та початковому S_3 – працездатність, за якої P_1 та P_3 активні, а P_2 пасивний. Для системи існує чотири події: Т1 – пошкодження, спричинене переходом із S_3 у S_2, внаслідок завершення P_1; T_2 – відмова, спричинена переходом із S_2 у S_1, внаслідок завершення P_2; T_3 – відновлення, спричинене переходом із S_2 у S_3, внаслідок завершення P_3; та T_4 – відновлення, спричинене переходом із S_1 у S_3, внаслідок завершення та ініціалізації P_3. Розглядаються дві стратегії технічного обслуговування. Для стратегії «А» у працездатному стані S_2 відбувається лише відновлення основного елемента, а для стратегії «В» разом із відновленням основного відбувається заміна резервного елемента.

Сформуємо моделі ПСП системи для вказаних стратегій технічного обслуговування згідно з словесним описом. Для моделі системи зі стратегією «А» матриця процесів **P** містить три рядки, оскільки в системі відбувається три процеси, зокрема, P_1 та P_2, які розкладемо на три фази, а також P_3, який містить одну фазу (рис. 2, *а*). В елементи P_{11} та P_{21} цієї матриці записуємо символьну константу «wbl», тому що процеси P_1 та P_2 мають розподіл Вейбулла, а у P_{12} та P_{22} – параметри розподілів {α_1 β_1}, об'єднані у вектор-рядок. В елемент P_{13} записуємо символьну константу «exp», тому що процес P_3 має експоненціальний розподіл, а у P_{13} – параметр μ_1. Матриця станів **S** та логічний вектор-стовпець станів **Y** містять три рядки, оскільки система перебуває у трьох станах S_1–S_3. Оскільки в системі відбувається три процеси P_1–P_3, то матриця **S** містять три стовпці. У стані S_1 процеси P_1 та P_2 пасивні, а процес P_3 активний, тому у елементи s_{11} та s_{12} записуємо 0, а в s_{13} – 1. У стані S_2 лише процес P_1 пасивний, а процеси P_2 та P_3 активні, тому в елемент s_{21} записуємо 0, а у s_{22} та s_{23} – 1. У стані S_3 активним є процеси P_1, а процеси P_2 та P_3 є пасивними, тому в елементи s_{31} записуємо 1, а в s_{32} та s_{33} – 0. Стани S_3 та S_2 відповідають працездатності системи, а S_1 – непрацездатності, тому в елементи y_3 та y_2 записуємо 1, а в y_1 – 0. Для стратегії «А» (рис. 2, *б*) матриця переходів **T** та логічний вектор-стовпець переходів **Z** містять чотири рядки, оскільки в системі виникає чотири події T_1–T_4. Унаслідок виконання події T_1 відбувається перехід системи із стану S_3, тому в елемент t_{11} записуємо 3. Подія настає через завершення процесу P_1, тому в t_{12} записуємо 1. Внаслідок події система переходить у стан S_2 тому в t_{13} записуємо 2. У результаті події процес P_1 перезапускається, тому в t_{14} записуємо вектор-рядок {1 0 0}. Унаслідок виконання події

T_2 відбувається перехід системи із стану S_2, тому в елемент t_{21} записуємо 2; через завершення процесу P_2, тому в t_{22} записуємо 2; у стан S_1, тому в t_{23} записуємо 1; у результаті чого процес P_2 перезапускається, тому в t_{24} записуємо вектор-рядок {0 1 0}. Унаслідок виконання подій T_3 та T_4 відбувається перехід системи із станів S_2 та S_1, тому в елементи t_{31} та t_{41} записуємо 2 та 1; через завершення процесу P_3, тому в t_{32} та t_{42} записуємо 3; у стан S_3, тому в t_{33} та t_{43} записуємо 3; у результаті чого процес P_3 перезапускається, тому в t_{34} та t_{44} записуємо вектор-рядок {0 0 1}. Подія T_1 відповідає пошкодженню, а події T_3 та T_4 відновленню системи, тому у елементи z_1, z_3 та z_4 записуємо 0. Подія T_2 відповідає відмові системи, тому у z_2 записуємо 1.



а)



$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \text{'wbl'} & [a_1 \quad b_1] \\ \text{'wbl'} & [a_1 \quad b_1] \\ \text{'exp'} & [m_1] \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{VY} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

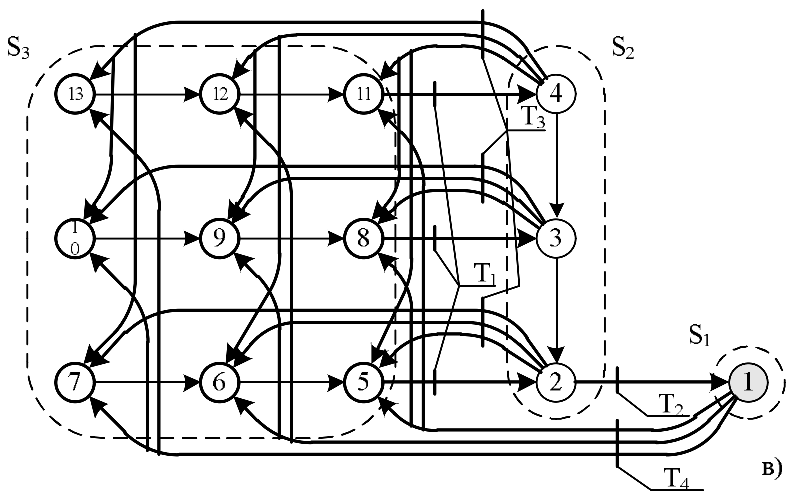
$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & [1 \; 0 \; 0] \\ 2 & 2 & 1 & [0 \; 1 \; 0] \\ 2 & 3 & 3 & [0 \; 0 \; 1] \\ 1 & 3 & 3 & [0 \; 0 \; 1] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

б)

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \text{'wbl'} & [a_1 \quad b_1] \\ \text{'wbl'} & [a_1 \quad b_1] \\ \text{'exp'} & [m_1] \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & [1 \; 0 \; 0] \\ 2 & 2 & 1 & [0 \; 1 \; 0] \\ 2 & 3 & 3 & [0 \; 1 \; 1] \\ 1 & 3 & 3 & [0 \; 0 \; 1] \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$



в)

Рис. 2. Діаграми станів та переходів дискретно-неперервної стохастичної моделі марковського типу системи із заміщувальним дублюванням для зазначених стратегій технічного обслуговування: а – без проміжної заміни резервного елемента; б – із проміжною заміною резервного елемента

Відмінність між ПСП моделями для стратегії «В» (рис. 2, *в*) полягає у події T_3 у результаті якої разом із процесом P_3 відбувається примусова ініціалізація процесу P_2, тому в T_{34} записуємо вектор-рядок {0 1 1}. Також, для перевірки достовірності результату, моделі МТ для обох стратегій технічного обслуговування сформовано безпосередньо вручну, діаграми станів та переходів для яких наведено на рис. 2, *а*, *б*.

За моделями процесів, станів та подій сформовані дискретно-неперервні стохастичні моделі марковського типу та обчислені функція інтенсивності потоків відмов $z(t)$ (рис. 3, *а*) і функція готовності $A(t)$ (рис. 3, *б*) для вказаних стратегій технічного обслуговування

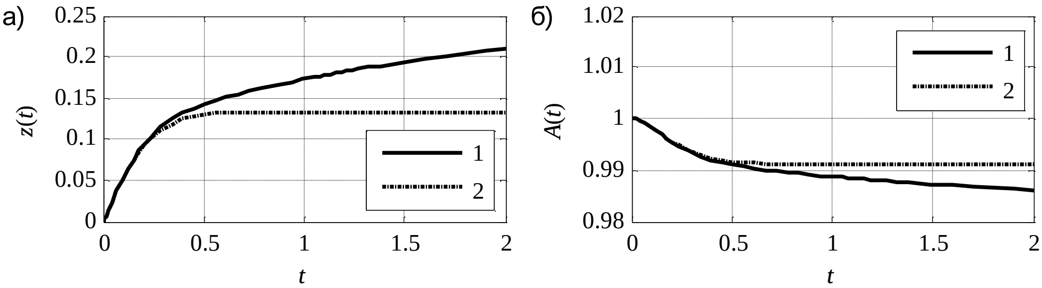


Рис. 3. Криві характеристик готовності системи із заміщувальним дублюванням для зазначених стратегій технічного обслуговування: а – крива функції інтенсивності потоку відмов; б – крива функції готовності

Зокрема, на обох фрагментах а та б, суцільна потовщена крива 1 відповідає стратегії технічного обслуговування «А», а штрих-пунктирна потовщена крива 2 – стратегії «В». Якщо резервний елемент не зазнає технічного обслуговування і замінюється лише після відмови, то це призводить до наростання інтенсивності потоку відмов та зменшення готовності системи. Такий ефект спостерігається внаслідок того, що при повторному вмиканні резервного елемента, ймовірність його відмови вища внаслідок попереднього використання. Застосування стратегії «В» стабілізує показники на мінімальному стаціонарному значенні, проте така стратегія вимагає для своєї реалізації залучення більших ресурсів.

Висновки

Розроблено моделі процесів, станів та подій відновлюваної системи із заміщувальним дублюванням без та із проміжною заміною резервного елемента під час технічного обслуговування. На основі таких моделей, застосовуючи розроблене математичне та програмне забезпечення, сформовані відповідні дискретно-неперервні стохастичні моделі марковського типу та визначені функція інтенсивності потоку відмов та функція готовності для зазначених стратегій технічного обслуговування. Основна перевага підходу полягає в тому, що застосовуючи розроблене математичне та програмне забезпечення, є можливість ефективно генерувати та обчислювати дискретно-неперервні стохастичні моделі марковського типу довільної розмірності. Зокрема, у статті показано, що змінюючи у моделі процесів, станів та подій *лише* одне значення, що відповідає за порядок заміни елементів, забезпечується автоматизоване формування та переформування адекватних дискретно-неперервних стохастичних моделей марковського типу.

Подальші дослідження скеровані на розроблення математичного забезпечення призначеного для автоматизованої побудови моделей процесів, станів та подій систем зі структурним резервуванням.

1. Половко А.М., Гуров С. В. Основы теории надежности. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008. – 704 с. 2. Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем – СПб.: Политехника, 2000. – 248 с. 3. Волочій Б.Ю. Технологія моделювання алгоритмів поведінки інформаційних систем. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту «Львівська політехніка», 2004. – 220 с. 4. Xinzhuo Bao, Lirong Cui. An analysis of availability for series Markov repairable system with neglected or delayed failures // Reliability, IEEE Transactions on. – 2010. – 59, № 4. – P. 734–743. 5 Лозинський О.Ю., Щербовських С.В. Побудова моделей надійності ремонтованих електро-механічних об'єктів на основі розширення простору станів // Вісник НТУ «Харківський політехнічний інститут». – 2005. – № 45. – С. 77–81. 6. Ruiz-Castro J.E., Fernandez-Villodre G., Perez-Ocon R. Discrete Repairable Systems with External and Internal Failures Under Phase-Type Distributions // Reliability, IEEE Transactions on. – 2009. – 58, № 1. – P. 41–52. 7. Veber B., Nagodea M., Fajdiga M. Generalized Renewal Process for Repairable Systems Based on Finite Weibull Mixture // Reliability Engineering and System Safety. – 2008. – 93, № 10. – P. 1461–1472.