

тихохідного вітроколеса буде  $\omega_k^{on} \approx 2.5 \text{ рад/с} \approx 24 \text{ об/хв}$ , за якої номінальна потужність вітроустановки становитиме  $N^{on} \approx 214 \text{ Вт}$ .

2. Розроблено графічну залежність (рис. 2) номінальної потужності тихохідної вітроустановки з лінійчастими лопатями від кутової швидкості обертання вітроколеса, з якої знайдено оптимальне значення  $\frac{d\varphi}{dt} = 40 \text{ об/хв}$ . Виведено графічні (рис. 1) та аналітичні (25) залежності кута профілю лінійчастої лопаті від поточного радіуса ділянки лопаті та швидкості повітряного потоку для забезпечення оптимальної кутової швидкості обертання вітроколеса. Розраховано номінальну потужність вітроустановки  $N^{on} \approx 230 \text{ Вт}$ .

3. Порівнюючи отримані числові значення, бачимо, що потужність, яку здатна відібрати з потоку повітря вітроустановка з лінійчастими лопатями, приблизно на 7.5 % більша, ніж аналогічна потужність вітроустановки з плоскими лопатями. При цьому, збільшуючи частоту обертання вітроколеса з лінійчастими лопатями до 10 рад/с (за рахунок зміни профільного кута), можна отримати номінальну потужність 300 Вт, яка приблизно на 40 % більша, ніж для вітроколеса з плоскими лопатями.

1. Лозовий І., Придиба В., Кудлик М. Аналіз впливу геометрії лопатей горизонтально-осьового вітроколеса на ефективність його роботи // *Машинознавство*. – 1998. – №9–10. – С. 17–19.
2. Л. Янг. *Лекції по варіаційному исчисленію и теорії оптимального управління*. – М., 1974. – 488 с.
3. Кудлик М., Лозовий І. Оптимальні швидкість обертання тихохідного вітроколеса та профіль його лопатей за критерієм максимального відбору потужності зі слабких потоків повітря // *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»*. – 2001. – №483. – С. 92–97.
4. Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. – М., 1968. – 720 с.

УДК 539.3.

Є.В. Харченко, М.І. Войтович, Р.А. Ковальчук  
Національний університет «Львівська політехніка»,  
кафедра опору матеріалів

## ДО РОЗРАХУНКУ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ СИСТЕМИ ЦИЛІНДРИЧНА ОБОЛОНКА-СТРИЖНІ-ПЛАСТИНКА

© Харченко Є.В., Войтович М.І., Ковальчук Р.А., 2011

Досліджено температурне поле системи циліндрична оболонка-стрижні-пластинка, нагрівання якої здійснюється шляхом конвективного теплообміну з зовнішнім і внутрішнім середовищами, при цьому враховується реальна геометрія вузла з'єднання.

**The temperature field of a cylindrical shell-rod-plate, which is heated by convective heat exchange with the external and internal environment; this takes into account the real geometry node connection.**

**Вступ.** Дослідження напружень і деформацій у конструктивних елементах, які працюють за високих температур, має важливе значення. Від інтенсивності і характеру розподілу цих напружень і деформацій залежать термоміцність, термічне випучування та інші подібні явища. Особливо велике значення має вивчення температурних напружень у місцях з'єднання конструктивних елементів, де можлива концентрація напружень, яка створює небезпеку крихкого руйнування.

Різноманітні сучасні конструкції являють собою системи тонкостінних елементів. Серед них особливе місце посідають складені тонкостінні конструкції, виготовлені із континуальних елементів різної розмірності. До таких систем належать пластинки і оболонки з підкріпченими краями, пластинки і оболонки з ребрами, оболонки і пластинки, спряжені через стрижні. Ці системи в процесі виготовлення та експлуатації нерідко зазнають дії як силового, так і температурного навантажень. Очевидно, що всебічне дослідження термонапруженого стану вимагає розв'язування на першому етапі відповідних задач теплопровідності. Такий підхід дає змогу точніше враховувати реальні умови експлуатації, вивчити вплив теплофізичних параметрів на напружено-деформований стан, а також дає можливість формулювати задачі оптимізації деформівних систем, в яких як функції керування використовуються величини, що характеризують умови нагрівання.

Проте температурні поля систем тонкостінних елементів, зокрема систем оболонок і пластин, спряжених через стрижні, вивчені ще недостатньо. Необхідно відзначити роботи [1, 2], в яких вивчаються температурні поля двох напівбезмежних пластин однакової товщини, симетрично спряжених через стрижень прямокутного поперечного перерізу, а також праці [3, 4], в яких розглянуто геометрично складніші системи цього виду.

**Мета роботи** – визначити температурне поле системи, що складається з довгої циліндричної оболонки, пластинки-смуги і двох стрижнів, та дослідити вплив на нього геометричних і теплофізичних параметрів її елементів.

**Постановка задачі.** Розглянемо систему, яка складається із довгої циліндричної оболонки радіусом  $R_2$  і товщиною  $h_2$ , пластинки-смуги шириною  $2R_1$ , товщиною  $h_1$  і двох стрижневих елементів прямокутного поперечного перерізу  $2b \times 2h$ ; система нагрівається зовнішнім і внутрішнім середовищами конвективним теплообміном. Визначимо температурне поле системи.

На рис. 1 показаний переріз системи площиною, яка перпендикулярна до осі оболонки. Позначимо через  $\zeta_1$  і  $\zeta_2$  ексцентриситети спряження пластини і оболонки зі стрижнями. Враховуватимемо також неортогональність серединної поверхні оболонки і поверхні контакту. Зауважимо, що система із описаних елементів взагалі не може бути виконана так, щоб існувала вказана ортогональність.

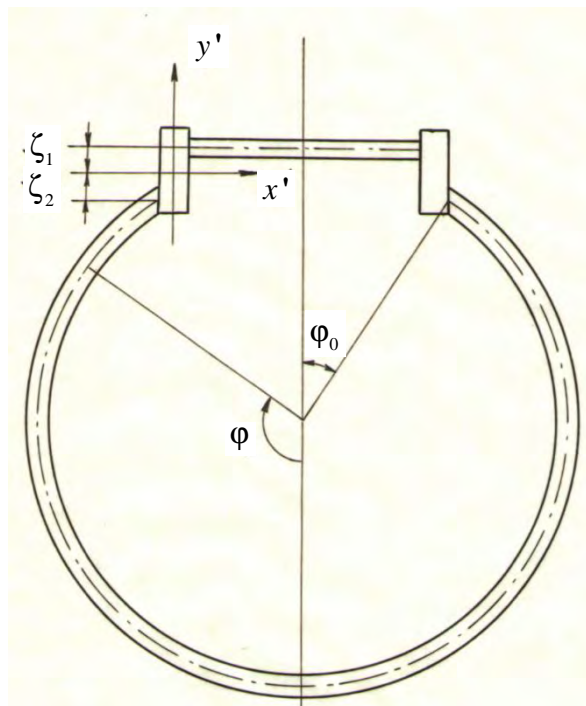


Рис. 1. Переріз системи площиною, нормальною до осі оболонки

**Математична модель температурного поля системи.** Диференціальні рівняння теплопровідності пластинки і циліндричної оболонки [5] (отримані в припущенні параболічного розподілу температури по товщині) у разі незалежності умов нагрівання від поздовжньої координати будуть такими:

$$\begin{aligned} (\Delta_j - Bi^{(j)} r_j^2) T_j + (2\delta_{j2} - Bi^{(j2)} r_j) r_j \Theta_j &= -(Bi^{(j1)} t_c^{(+)} + Bi^{(j2)} t_c^{(-)}) r_j^2, \\ (\Delta_j - 2,5(1 + Bi^{(j1)}) r_j^2) \Theta_j - 2,5 Bi^{(j2)} r_j^2 T_j &= -2,5 (Bi^{(j1)} t_c^{(-)} + Bi^{(j2)} t_c^{(+)}) r_j^2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$(j=1,2);$$

$$Bi^{(j,k)} = (2\lambda_j)^{-1} [\varepsilon_j^{(+)} + (-1)^k \varepsilon_j^{(-)}] h_j,$$

$$r_j = R_j h_j^{-1} \quad (j,k=1,2);$$

$$t_c^{(\pm)} = 0,5(t_c^{(1)} \pm t_c^{(2)})$$

$$\Delta_1 = \frac{d^2}{d\xi^2}, \quad \xi = xR_1^{-1}, \quad (-1 \leq \xi \leq 1), \quad (2)$$

$$\Delta_2 = \frac{d^2}{d\varphi^2}, \quad (-\varphi_* \leq \varphi \leq \varphi_*), \quad \varphi_* = \pi - \varphi_0.$$

У формулах (1) і (2):  $T_j, \Theta_j, (j=1,2)$  – середня температура і температурний аналог згинального моменту  $j$ -го елемента системи [5];  $\lambda_j$  – коефіцієнт теплопровідності матеріалу цього елемента;  $\varepsilon_j^{(+)}$  і  $\varepsilon_j^{(-)}$  – коефіцієнти тепловіддачі з його зовнішньої і внутрішньої поверхонь;  $t_c^{(1)}$  і  $t_c^{(2)}$  – температури зовнішнього і внутрішнього середовищ;  $\delta_{j2}$  – символ Кронеккера. Тут і далі нижній індекс «1» зараховує відповідну величину до пластинки, а нижній індекс «2» – до оболонки.

Із рівнянь теплопровідності стрижня, який контактує з оболонками (пластинами), і умов спряження [6] отримаємо у цьому разі умови неідеального теплового контакту циліндричної оболонки і пластини-смуги, тобто умови, яким повинні задовольняти розв'язки систем диференціальних рівнянь (1) в областях їх спряження:

$$\begin{aligned} 2 \left( \lambda_1 r_1^{-1} \frac{dT_1}{d\xi} + \lambda_2 r_2^{-1} \frac{dT_2}{d\varphi} \right)_* - 0,5 \sum_{i=1}^2 (-1)^i E_{i0} - E_{00} (T_i - \zeta_i h_i^{-1} \Theta_i)_* + E_{01} h_1^{-1} \Theta_{1*} - \\ - 2\lambda_2 t g \varphi_0 \Theta_{2*} = -T_{00}^{(c)}, \\ 2 \left( \lambda_1 r_1^{-1} \frac{dT_1}{d\xi} - \lambda_2 r_2^{-1} \frac{dT_2}{d\varphi} \right)_* + 0,5 \sum_{i=1}^2 (E_{i0} - (-1)^i (E_{20} + R_x^{-1})) (T_i - \zeta_i h_i^{-1} \Theta_i)_* + E_{11} h_1^{-1} \Theta_{1*} + + \\ + 2\lambda_2 t g \varphi_0 \Theta_{2*} = -T_{10}^{(c)}, \\ 2h_1^{-1} \left( \lambda_1 r_1^{-1} \left( \zeta_1 \frac{dT_1}{d\xi} + \frac{1}{3} h_1 \frac{d\Theta}{d\xi} \right)_* + \lambda_2 r_2^{-1} \left( \zeta_2 \frac{dT_2}{d\varphi} + \frac{1}{3} h_2 \frac{d\Theta}{d\varphi} \right)_* \right) + \\ + 0,5 \sum_{i=1}^2 (E_{01} - (-1)^i E_{i1}) (T_i - \zeta_i h_i^{-1} \Theta_i)_* + (E_{20} + R_y^{-1}) h h_1^{-1} \Theta_{1*} - \\ - 2\lambda_2 h^{-1} \left( \zeta_2 - \frac{4}{3} h_2 r_2^{-2} \right) t g \varphi_0 \Theta_{2*} = -T_{01}^{(c)}, \\ h_2 \Theta_{1*} - h_1 \cos \varphi_0 \Theta_{2*} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

а також формули для середньої температури і температурних аналогів згинальних моментів у стрижнях:

$$T = \frac{1}{2} \left( T_{1*} + T_{2*} - \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2} \left( \frac{\Theta_{1*}}{h_1} + \frac{\Theta_{2*}}{h_2} \cos \varphi_0 \right) \right),$$

$$\Theta_y = \frac{1}{2} \left( T_{1^*} + T_{2^*} - \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{2} \left( \frac{\Theta_{1^*}}{h_1} + \frac{\Theta_{2^*}}{h_2} \cos \varphi_0 \right) \right),$$

$$\Theta_x = \frac{h}{2} \left( \frac{\Theta_{1^*}}{h_1} + \frac{\Theta_{2^*}}{h_2} \cos \varphi_0 \right). \quad (4)$$

Тут зірочкою відзначені значення величин  $T_j, \Theta_j$  ( $j=1,2$ ) і їх похідних в областях контакту, тобто значення  $T_1$  і  $\Theta_1$  беруться за  $\xi=1$ , а  $T_2$  і  $\Theta_2$  – за  $\varphi=\varphi_*$ .

Для термоопорів  $R_x$  і  $R_y$ , зведених коефіцієнтів тепловіддачі  $E_{ij}$  ( $i+j=0,2$ ) і величин  $T_{ij}^{(c)}$  ( $i+j=0,1$ ), які входять в умови спряження (3), у цьому випадку отримуємо такі вирази:

$$R_x = 4bh^{-1}\lambda, \quad R_y = 4hb^{-1}\lambda,$$

$$E_{ij} = \lambda^{-1} \sum_{k=1}^2 \varepsilon_0^{(k)} \int_{L_k} \left( \frac{x'}{b} \right)^i \left( \frac{y'}{h} \right)^j dl,$$

$$T_{ij}^{(c)} = -\lambda^{-1} \sum_{k=1}^2 \varepsilon_0^{(k)} t_c^{(k)} \int_{L_k} \left( \frac{x'}{b} \right)^i \left( \frac{y'}{h} \right)^j dl. \quad (5)$$

де  $L_1(L_2)$  – частина контуру поперечного перерізу стрижня, омивана зовнішнім (внутрішнім) середовищем;  $\varepsilon_0^{(1)}, \varepsilon_0^{(2)}$  – коефіцієнти тепловіддачі з частин бічної поверхні стрижня, які омивані зовнішнім і внутрішнім середовищами відповідно;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності матеріалу стрижнів;  $x', y'$  – головні центральні осі поперечного перерізу стрижня.

**Методика розв'язування задачі.** Введемо нові функції  $\Psi_j^{(i)}$ , які пов'язані з шуканими функціями  $T_i, \Theta_i$  формулами

$$\Psi_j^{(i)} = T_i + \mu_j^{(i)} \Theta_i, \quad (i,j=1,2). \quad (6)$$

Тоді для визначення нових функцій із систем диференціальних рівнянь (1) отримаємо чотири окремі диференціальні рівняння:

$$\frac{d^2 \Psi_j^{(1)}}{d\xi^2} - d_{1j}^2 \Psi_j^{(1)} = d_{1j} t_c^{(1)} - (Bi^{(12)} + 2.5\mu_j^{(1)} Bi^{(11)}) r_1^2 t_c^{(2)},$$

$$\frac{d^2 \Psi_j^{(2)}}{d\phi^2} - d_{2j}^2 \Psi_j^{(2)} = -d_{2j} t_c^{(1)} - (Bi^{(22)} + 2.5\mu_j^{(2)} Bi^{(21)}) r_2^2 t_c^{(2)}, \quad (7)$$

де

$$d_{kj}^2 = (Bi^{(k1)} + 2.5Bi^{(k2)} \mu_j^{(k)}) r_k^2,$$

$$\mu_j^{(k)} = \frac{5r_k^2 + 3Bi^{(k1)} - (1)^j \sqrt{(5r_k^2 + 3Bi^{(k1)})^2 - 40Bi^{(k2)}(2r_k(k-1) - Bi^{(k2)})}}{10Bi^{(k2)}}.$$

Шукані функції  $T_i, \Theta_i$  ( $i=1,2$ ) виражаються через функції  $\Psi_j^{(i)}$  за формулами

$$T_i = \frac{\mu_2^{(i)} \Psi_1^{(i)} - \mu_2^{(i)} \Psi_2^{(i)}}{\mu_2^{(i)} - \mu_1^{(i)}},$$

$$\Theta_i = \frac{\Psi_2^{(i)} - \Psi_1^{(i)}}{\mu_2^{(i)} - \mu_1^{(i)}}. \quad (8)$$

Розв'язуючи рівняння (7) і підставляючи знайдені для  $\Psi_j^{(i)}$  вирази у співвідношення (8), отримаємо шукані функції  $T_i, \Theta_i$  ( $i=1,2$ ), які залежатимуть від восьми сталих інтегрування. Ввагатимемо, щоб виконувались умови симетрії:

$$\begin{aligned} \frac{dT_1}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{d\Theta_1}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = 0; \\ \frac{dT_2}{d\varphi} \Big|_{\varphi=0} = 0, \quad \frac{d\Theta_2}{d\varphi} \Big|_{\varphi=0} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

В результаті для інтегральних характеристик температурних полів пластинки і оболонки отримаємо такі вирази:

$$\begin{aligned} T_1 &= (C_2\mu_1^{(1)} chd_{12}\xi - C_1\mu_2^{(1)} chd_{11}\xi + T_1^{(u)})t_c^{(+)}, \\ \Theta_1 &= (C_1 chd_{11}\xi - C_2 chd_{12}\xi + \Theta_1^{(u)})t_c^{(+)}, \\ T_2 &= (C_4\mu_1^{(2)} chd_{22}\varphi - C_3\mu_2^{(2)} chd_{12}\varphi + T_2^{(u)})t_c^{(+)}, \\ \Theta_2 &= (C_3 chd_{12}\varphi - C_4 chd_{22}\varphi + \Theta_2^{(u)})t_c^{(+)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Тут позначено

$$\begin{aligned} T_j^{(u)} &= 1 + (Bi^{(j1)} Bi^{(j2)} (2 + 12,5\mu_j^{(1)}\mu_j^{(2)}) + 5(\mu_j^{(1)} + \mu_j^{(2)})(Bi^{(j2)})^2)k_j, \\ \Theta_j^{(u)} &= 5((Bi^{(j1)})^2 - (Bi^{(j2)})^2)k_j, \\ k_j &= \prod_{s=1}^2 (2Bi^{(js)} + 5\mu_j^{(s)} Bi^{(j2)}) \frac{t_c^{(-)}}{t_c^{(+)}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Підставимо вирази для  $T_1$ ,  $\Theta_1$ ,  $T_2$  і  $\Theta_2$  в умови неідеального теплового контакту (3); в результаті для визначення сталих  $C_i$  ( $i=1,4$ ) отримаємо систему алгебраїчних рівнянь:

$$\sum_{i=1}^4 a_{ij} C_i = b_j, \quad (j=1,4). \quad (12)$$

Коефіцієнти і вільні члени цієї системи є такими:

$$\begin{aligned} a_{11} &= h_2 h_1^{-1} \mathbf{csc} \varphi_0 chd_{11}, \quad a_{12} = -h_2 h_1^{-1} \mathbf{csc} \varphi_0 chd_{21}, \\ a_{13} &= -chd_{12} \varphi_*, \quad a_{14} = chd_{22} \varphi_*, \\ a_{21} &= -2\lambda_1^* r_1^{-1} \mu_2^{(1)} d_{11} shd_{11} - (B_4^{(0)} \mu_2^{(1)} + B_6^{(0)}) shd_{11}, \\ a_{22} &= 2\lambda_1^* r_1^{-1} \mu_1^{(1)} d_{21} shd_{21} + (B_4^{(0)} \mu_1^{(1)} + B_6^{(0)}) shd_{21}, \\ a_{23} &= -2\lambda_2^* r_2^{-1} \mathbf{csc} \varphi_0 \mu_2^{(2)} d_{12} shd_{12} \varphi_* - (B_5^{(0)} \mu_2^{(2)} + 2\lambda_2^* tg \varphi_0) chd_{12} \varphi_*, \\ a_{24} &= 2\lambda_2^* r_2^{-1} \mathbf{csc} \varphi_0 \mu_1^{(2)} d_{22} shd_{22} \varphi_* + (B_5^{(0)} \mu_1^{(2)} + 2\lambda_2^* tg \varphi_0) shd_{22} \varphi_*, \\ a_{31} &= (B_1^{(0)} \mu_2^{(1)} - B_3^{(0)}) chd_{11} + 2\lambda_1^* r_1^{-1} \mu_2^{(1)} d_{11} shd_{11}, \\ a_{32} &= -(B_1^{(0)} \mu_1^{(1)} - B_3^{(0)}) chd_{21} - 2\lambda_1^* r_1^{-1} \mu_1^{(1)} \alpha_{21} shd_{21}, \\ a_{33} &= (-B_2^{(0)} \mu_2^{(2)} - 2\lambda_2^* tg \varphi_0) chd_{12} \varphi_* - 2\lambda_2^* r_2^{-1} \mu_2^{(2)} \mathbf{csc} \varphi_0 d_{12} shd_{12}, \\ a_{34} &= (-B_2^{(0)} \mu_1^{(2)} + 2\lambda_2^* tg \varphi_0) chd_{22} \varphi_* + 2\lambda_2^* \mu_1^{(2)} r_2^{-1} \mathbf{csc} \varphi_0 d_{22} shd_{22} \varphi_*, \\ a_{41} &= (-B_7^{(0)} \mu_2^{(1)} + B_9^{(0)}) chd_{11} - 2\lambda_1^* r_1^{-1} d_{11} (3^{-1} h_1 (-\zeta_1) \mu_2^{(1)}) shd_{11}, \\ a_{42} &= (B_7^{(0)} \mu_1^{(1)} - B_9^{(0)}) chd_{21} + 2\lambda_1^* r_1^{-1} d_{21} (3^{-1} h_1 (-\zeta_1) \mu_1^{(1)}) shd_{21}, \\ a_{43} &= [-B_8^{(0)} \mu_2^{(2)} + 2\lambda_2^* tg \varphi_0 (\zeta_2 + 4 \cdot 3^{-1} h_2 r_2^{-1} \mathbf{csc} \varphi_0)] chd_{12} \varphi_* - \\ &\quad - 2\lambda_2^* r_2^{-1} \mathbf{csc} \varphi_0 (3^{-1} h_2 \mathbf{csc} \varphi_0 - \zeta_2 \mu_2^{(2)}) d_{12} shd_{12} \varphi_*, \\ a_{44} &= [B_8^{(0)} \mu_1^{(2)} - 2\lambda_2^* tg \varphi_0 (\zeta_2 + 4 \cdot 3^{-1} h_2 r_2^{-1} \mathbf{csc} \varphi_0)] chd_{22} \varphi_* + \\ &\quad + 2\lambda_2^* r_2^{-1} \mathbf{csc} \varphi_0 (3^{-1} h_2 \mathbf{csc} \varphi_0 - \zeta_2 \mu_1^{(2)}) shd_{22} \varphi_*; \\ b_1 &= -h_2 h_1^{-1} \mathbf{csc} \varphi_0 \cdot \Theta_1^{(u)} + \Theta_2^{(u)}, \\ b_2 &= T_{00}^{(c)} - B_4^{(0)} T_1^{(u)} - B_5^{(0)} T_2^{(u)} + B_6^{(0)} \Theta_1^{(u)} + 2\lambda_1^* tg \varphi_0 \cdot \Theta_2^{(u)}, \\ b_3 &= T_{10}^{(c)} + B_1^{(0)} T_1^{(u)} - B_2^{(0)} T_2^{(u)} - B_3^{(0)} \Theta_1^{(u)} + 2\lambda_2^* tg \varphi_0 \cdot \Theta_2^{(u)}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
b_4 &= T_{01}^{(c)} - B_7^{(0)} T_1^{(u)} - B_8^{(0)} T_2^{(u)} - B_9^{(0)} \Theta_1^{(u)} - 2\lambda_2^* t g \varphi_0 (\zeta_2 + 4 \cdot 3^{-1} h_2 r_2^{-1} \operatorname{csc} \varphi_0) \Theta_2^{(u)}; \quad (14) \\
T_{00}^{(c)} &= Bi^{(+)} [2(h+b) - \zeta_1 - \zeta_2 - h_1 - h_2 \operatorname{csc} \varphi_0] (1+\mu) + \\
&\quad + Bi^{(-)} [2(h+b) + \zeta_1 + \zeta_2 - h_1 - h_2 \operatorname{csc} \varphi_0] (1-\mu), \\
T_{10}^{(c)} &= Bi^{(+)} [\zeta_1 - \zeta_2 + h_1 - h_2 \operatorname{csc} \varphi_0] (1+\mu) + \\
&\quad + Bi^{(-)} [\zeta_2 - \zeta_1 + h_1 - h_2 \operatorname{csc} \varphi_0] (1-\mu), \\
T_{01}^* &= Bi^{(-)} [h^2 + 2bh - 0,5(\zeta_1 - h_1)^2 - 0,5(\zeta_2 - h_2 \operatorname{csc} \varphi_0)^2] (1-\mu) - \\
&\quad - Bi^{(+)} [h^2 + 2bh - 0,5(\zeta_1 + h_1)^2 - 0,5(\zeta_2 + h_2 \operatorname{csc} \varphi_0)^2] (1+\mu); \quad (15) \\
B_1^{(0)} &= Bi^{(-)} \left(h + \frac{b}{3} + \zeta_1 - h_1\right) + Bi^{(+)} \left(h + \frac{b}{3} - \zeta_1 - h_1\right) + 2hb^{-1}, \\
B_2^{(0)} &= Bi^{(-)} \left(h + \frac{b}{3} + \zeta_2 - h_2 \operatorname{csc} \varphi_0\right) + Bi^{(+)} \left(h + \frac{b}{3} - \zeta_2 - h_2 \operatorname{csc} \varphi_0\right) + 2hb^{-1}, \\
B_3^{(0)} &= Bi^{(0)} h_1^{-1} h^{-1} [2(\zeta_1 - \zeta_2)(h + 3^{-1}b) - \zeta_1 h_1 + \zeta_2 h_2 \operatorname{csc} \varphi_0] - \\
&\quad - Bi^{(*)} h_1^{-1} h^{-1} [1,5(\zeta_1^2 - \zeta_2^2) - 0,5(h_1^2 - h_2^2 \operatorname{csc}^2 \varphi_0)] + 4(\zeta_1 - \zeta_2) h (bh_1)^{-1}, \\
B_4^{(0)} &= h^{-1} [Bi^{(0)}(h+b-h_1) - Bi^{(*)} \zeta_1], \\
B_5^{(0)} &= [Bi^{(0)}(h+b-h_2 \operatorname{csc} \varphi_0) - Bi^{(*)} \zeta_2] h^{-1}, \\
B_6^{(0)} &= Bi^{(0)} h_1^{-1} h^{-1} [2(h+b)(\zeta_1 + \zeta_2) - \zeta_1 h_1 - \zeta_2 h_2 \operatorname{csc} \varphi_0] - \\
&\quad - Bi^{(*)} h_1^{-1} h^{-1} [1,5(\zeta_1^2 + \zeta_2^2) - 0,5(h_1^2 + h_2^2 \operatorname{csc}^2 \varphi_0) + h^2 + 2bh], \\
B_7^{(0)} &= [Bi^{(0)} \zeta_1 h_1 - 0,5 Bi^{(*)} (h^2 + 2bh - \zeta_1^2 - h_1^2)] h^{-2}, \\
B_8^{(0)} &= [Bi^{(0)} \zeta_2 h_2 \operatorname{csc} \varphi_0 - 0,5 Bi^{(*)} (h^2 + 2bh - \zeta_2^2 - h_2^2 \operatorname{csc}^2 \varphi_0)] h^{-2}, \\
B_9^{(0)} \cdot h_1 &= \{Bi^{(0)} [3^{-1}(h_1^3 + h_2^3 \operatorname{csc}^3 \varphi_0 - 2h^3 - 6bh^2) - \zeta_1^2 h_1 - \\
&\quad - \zeta_2^2 h_2 \operatorname{csc} \varphi_0] + Bi^{(*)} [(\zeta_1 + \zeta_2)(h^2 + 2bh) - 2 \cdot 3^{-1}(\zeta_1^3 + \zeta_2^3)]\} h^{-2} - 4bhh^{-1}; \\
Bi^{(0,*)} &= Bi^{(+)} \pm Bi^{(-)}, \quad Bi^{(+,-)} = \varepsilon_0^{(+,-)} \lambda^{-1} h, \quad \lambda_j^* = \lambda_j \lambda^{-1}, \quad \mu = \frac{t_c^{(-)}}{t_c^{(+)}}. \quad (16)
\end{aligned}$$

Формули (10) – (16) вирішують визначення температурних полів оболонкового і пластинчастого елементів системи. Із цих формул отримаємо (за  $\varphi = \Phi_*$ ,  $\xi=1$ ) граничні значення величин  $T_j$ ,  $\theta_j$  ( $j=1, 2$ ), через які за формулами (4) виражаються середня температура і температурні аналоги згинальних моментів стрижневих елементів.

**Результати параметричного дослідження температурного поля.** На основі отриманого розв'язку було проведено параметричне дослідження температурного поля системи. На рис. 2 показано залежність від параметра  $B_i^{(+)}$  (приведеного коефіцієнта тепловіддачі з частини бічної поверхні стрижня, омиваної зовнішнім середовищем) температурних аналогів згинальних моментів в стрижні  $\theta_x$  і  $\theta_y$ ; тут позначено

$$\bar{\Theta}_x = \Theta_x : t_c^{(+)}, \quad \bar{\Theta}_y = \Theta_y : t_c^{(+)}. \quad (17)$$

При цьому значення параметрів системи приймалися такими:

$$\lambda_j^* = 1 \quad (j=1,2); \quad Bi^{(-)} = 0; \quad Bi^{(11)} = Bi^{(21)} = 0,3; \quad Bi^{(12)} = Bi^{(22)} = -0,2;$$

$$\mu = 0,8; \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{4}; \quad \xi_1^* = \frac{2}{3}; \quad \xi_2^* = 0; \quad r_2 = 40; \quad (18)$$

$$\xi_1^* = \xi_1 : h; \quad \xi_2^* = \xi_2 : h; \quad h = 3b; \quad h_1 = \frac{1}{2}h; \quad h_2 = \frac{1}{2}h.$$

Залежність від критерію  $B_i^{(+)}$  контактних значень середньої температури  $T_{1*}$  і температурного перепаду  $\Theta_{1*}$  в пластинці за значень параметрів системи (18) показано на рис. 3.

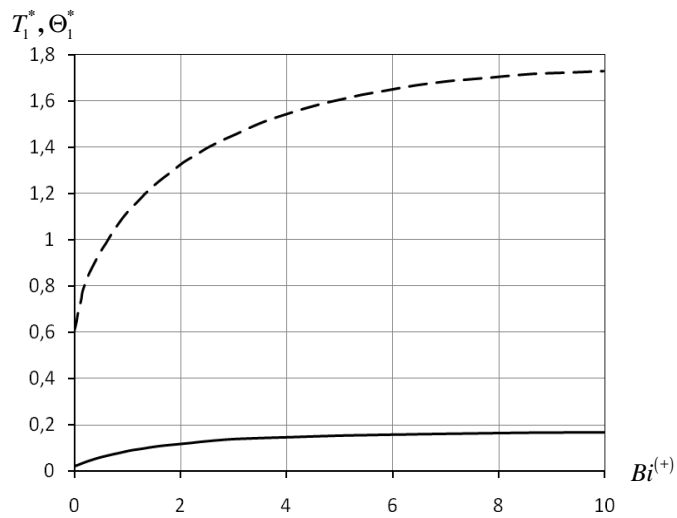


Рис. 2. Залежність температурних аналогів згинальних моментів у стрижневих елементах системи  $\bar{\Theta}_x$  (штрихова лінія) і  $\bar{\Theta}_y$  (суцільна лінія) від приведенного коефіцієнта тепловіддачі  $Bi^{(+)}$

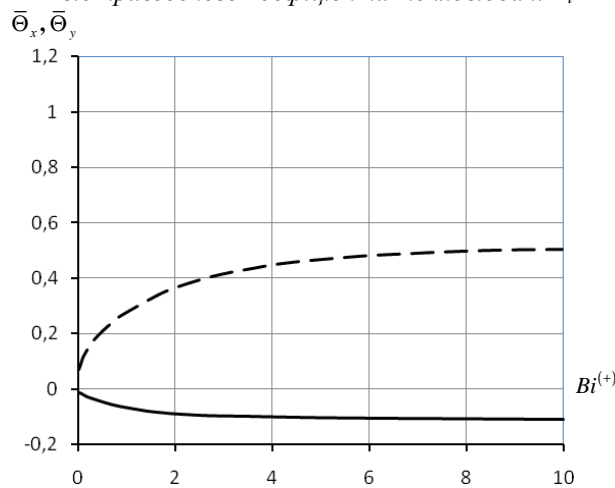


Рис. 3. Залежність контактних значень інтегральних характеристик температурного поля пластини  $T_{1*}$  (суцільна лінія) і  $\Theta_{1*}$  (штрихпунктирна лінія) від критерію  $Bi^{(+)}$

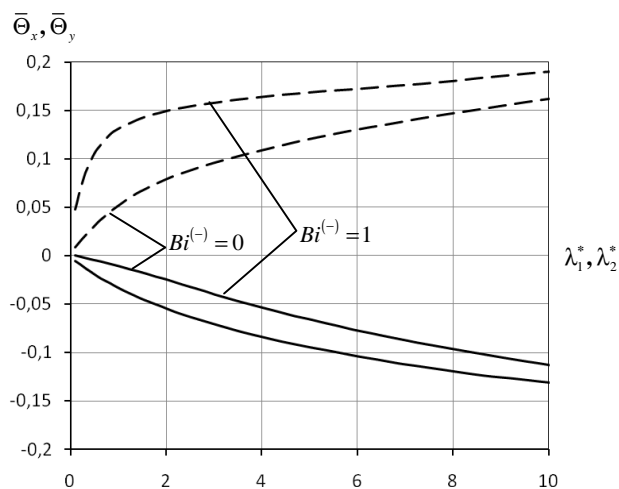


Рис. 4. Вплив відношення коефіцієнтів теплопровідності матеріалів пластинки і оболонки до коефіцієнта теплопровідності матеріалу стрижнів на температурні аналоги згинальних моментів у стрижнях  $\bar{\Theta}_x$  (штрихова лінія) і  $\bar{\Theta}_y$  (суцільна лінія)

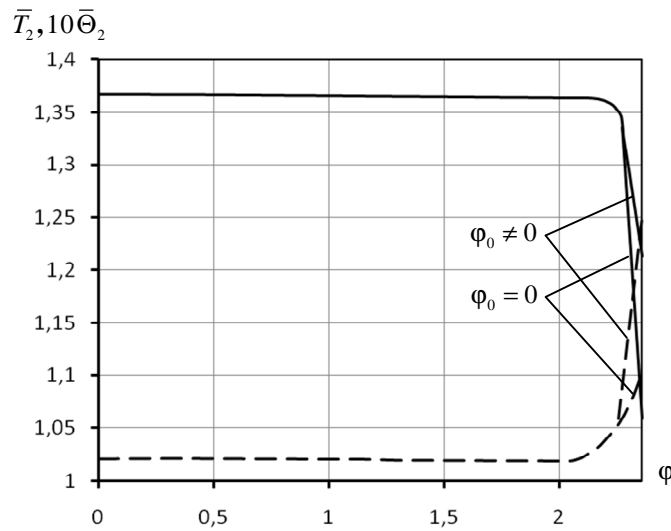


Рис. 5. Вплив неортогональності середньої поверхні оболонки і поверхні контакту оболонки та стрижня на розподіл середньої температури  $T_2$  (суцільні лінії) і температурного перепаду  $\Theta_2$  (штрихові лінії) оболонки вздовж напрямної

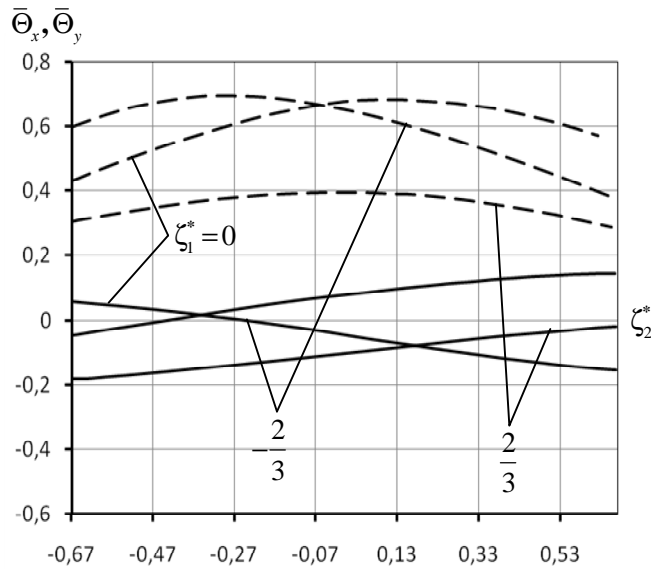


Рис. 6. Залежність температурних перепадів  $\bar{\Theta}_x$  (штрихові лінії),  $\bar{\Theta}_y$  (суцільні лінії) в стрижні від ексцентриситетів спряження елементів системи

На рис. 4 показано графіки зміни величин  $\bar{\Theta}_x$  і  $\bar{\Theta}_y$  залежно від параметрів  $\lambda_1^*$  і  $\lambda_2^*$  (відношення коефіцієнтів теплопровідності матеріалів пластини, оболонки і стрижнів) і  $B_i^{(-)}$  – приведенного коефіцієнта тепловіддачі з частини бічної поверхні стрижня, омиваної внутрішнім середовищем.

Розподіл вздовж напрямної середньої поверхні оболонки її середньої температури  $T_2$  і температурного перепаду  $\Theta_2$ , віднесених до  $t_c^{(+)}$ , показано на рис. 5; причому  $t_c = 2,36$  відповідає зоні контакту. Криві ( $\varphi_0 = 0$ ) відповідають випадку, коли неортогональність вказаних поверхонь не враховується.

Вплив ексцентриситетів спряження  $\xi_1^*$  і  $\xi_2^*$  на температурні перепади  $\Theta_x$  і  $\Theta_y$  у стрижнях ілюструє рис. 6. Тут прийнято  $\mu=1,25$ ;  $B_i^{(-)}=1,5$ ;  $B_i^{(+)}=0,3$ . Інші параметри мають значення (18).  
 $v_1 = v_1^{(0)}(\xi) + (D_3 + D_4)y$ .



### **Висновки:**

1. Розв'язано задачу теплопровідності для системи циліндрична оболонка-стрижні-пластинка, яка нагрівається середовищами, теплообмін з якими описується законом Ньютона; при цьому враховується реальна геометрія з'єднання елементів системи, а саме – несиметричність і неортогональність їх спряження. На основі отриманого розв'язку проведено параметричне дослідження температурного поля системи.

2. Отримані числові результати показують, що неврахування реально наявної неортогональності спряження оболонки зі стрижневими елементами може призвести до істотних похибок у визначенні інтегральних характеристик температурного поля (до 20 % у розглянутих випадках) у приконтатних зонах. За достатнього віддалення від приконтатної зони характер з'єднання елементів фактично не впливає на їхнє температурне поле.

3. Із отриманих числових результатів також випливає, що температурні аналоги згинальних моментів в елементах системи істотно залежать від ексцентриситетів спряження  $\xi_1^*$  і  $\xi_2^*$ . Так, значення величини  $\Theta_x$  залежно від параметра  $\xi_2^*$  може відрізнятись на 40 % і більше,  $\Theta_y$  може змінити знак.

1. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинках. – К.: Наук. думка, 1972. – 308 с. 2. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М., Семерак М.М. Температурные поля и напряжения в элементах электровакуумных приборов. – К.: Наук. думка, 1981. – 342 с. 3. Чернуха Ю.А., Войтович Н.И. Термонапряженное состояние сопряженных через кольцо круговых пластин // Прикл. механика. – 1986. – №6. – С. 75–81. 4. Подстригач Я.С., Чернуха Ю.А., Войтович Н.И. Температурное поле системы сферическая оболочка-стержень-круговая пластинка // Проблемы прочности. – 1986. – №5. – С. 101–106. 5. Чернуха Ю.А. Задача теплопроводности для облучаемых многослойных оболочек // Мат. методы и физико-механические поля. – 1975. – Вып. 1. – С. 104–109. 6. Подстригач Я.С., Чернуха Ю.А., Войтович Н.И. К определению температурных полей и напряжений в оболочках, сопряженных через стержень // Математические методы в термомеханике. – К.: Наук. думка, 1978. – С. 3–11.

УДК 534.1+539.5

О.І. Хитряк, Б.І. Сокіл

Академія Сухопутних військ імені гетьмана П. Сагайдачного

## **ВПЛИВ ШВИДКОСТІ ПОЗДОВЖНЬОГО РУХУ НА НАПРУЖЕННЯ У ГНУЧКИХ ЕЛЕМЕНТАХ СИСТЕМ ПРИВОДІВ ЗА РЕЗОНАНСУ**

© Хитряк О.І., Сокіл Б.І., 2011

**Проведено дослідження впливу швидкості поздовжнього руху на резонансні коливання та напруження за резонансу у гнучких елементах систем приводів. Отримано співвідношення, які описують основні параметри резонансних коливань, а на їхній основі проаналізовано вплив швидкості на напруження гнучких елементів.**

**Researches of influence of a velocity of longitudinal movement on resonance oscillations and voltages are conducted at a resonance in flexible elements of systems of drives. The relations describing key parametres of resonance oscillations are received, and on their basis influence of a velocity on voltage of flexible elements is analysed.**

**Актуальність та огляд основних результатів досліджень.** Приводи з гнучким робочим елементом широкого використовуються у різних галузях народного господарства. Вони дають змогу в автоматичному режимі здійснювати регулювання швидкості механізму, проводити