

**Висновок.** Встановлено оптимальні конструктивні параметри робочого органа вібраційного стола, які забезпечили допустимі значення власної частоти згинальних коливань, зменшення маси робочого органа на 13,16 % порівняно із масою за вихідних значень конструктивних параметрів. Введено частотно-масовий критерій для проведення подальшої оптимізації конструктивних параметрів, який дав змогу зменшити масу робочого органа ще на 3,21 кг (11 %). Оптимізація робочих органів вібраційних столів повинна ґрунтуватися на введеному критерії, за яким забезпечується їхня максимальна поперечна жорсткість та оптимальним буде співвідношення між масою конструкції та частотою власних коливань.

1. Потураев В.Н. Динамика и прочность вибрационных транспортно-технологических машин / В.Н. Потураев, А.Г. Червоненко, Ю.Я. Ободан; ред. К.М. Рагульскиса. – Л.: Машиностроение, 1989. – 113 с. 2. Ланець О. С. Високоєфективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): монографія. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2008. – 324 с. 3. <http://www.brecon-vibration.com>. 4. Michalczyk J. Natural vibrations of long vibratory conveyers / J. Michalczyk, P. Czubak // Archives of metallurgy and materials. – 2006. – Volume 51. – Issue 1. – P. 145–154. 5. Носко П.Л. Оптимальное проектирование машиностроительных конструкций. – Луганск: Изд-во ВУГУ, 1999. – 392 с. 6. Кіндрацький Б. І., Сулим Г. Т. Раціональне проектування машинобудівних конструкцій: монографія. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД, 2003. – 280 с.

УДК 621.548

**І.В. Кузьо, В.М. Корендій, Н.І. Прокпець**  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра механіки та автоматизації машинобудування

## **ОПТИМІЗАЦІЯ ГЕОМЕТРІЇ ЛОПАТЕЙ ТИХОХІДНОГО ВІТРОКОЛЕСА З МЕТОЮ МАКСИМІЗАЦІЇ ВІДБОРУ ПОТУЖНОСТІ З ПОТОКІВ ПОВІТРЯ**

© Кузьо І.В., Корендій В.М., Прокпець Н.І., 2011

Наведено і реалізовано методику розрахунку та оптимізації кута атаки плоских лопатей і профільного кута лінійчастих лопатей тихохідного вітроколеса для забезпечення максимального відбору потужності з потоку повітря; подано графічні та аналітичні залежності оптимальних значень вказаних кутів.

**Methods of calculation and optimization of angle of attack of flat blades and profile angle of linear blades of low-speed wind-wheel for maximum power takeoff from the air flow are set and realized, graphical and analytical expressions of optimum values of these angles are provided in the article.**

**Постановка проблеми.** Енергія повітряних мас є одним із найперспективніших видів альтернативних джерел енергії. На фоні постійного зростання цін на природне паливо та інші енергоносії дослідження роботи, розробка нових конструкцій та вдосконалення методик розрахунку дешевих вітряків малої одиничної потужності, які працюють за слабких середньорічних вітрів, є доволі актуальними.

Особливий науковий інтерес становить дослідження обертального руху тихохідного вітроколеса, кутова швидкість якого змінюється за допомогою повороту лопатей навколо своїх осей або за рахунок зміни кута встановлення лопатей у площині, перпендикулярній до площини обертання. У таких випадках необхідно розробляти оптимальні закони керування залежно від швидкості набігаючих потоків повітря.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** В [1] розглянуто взаємодію повітряного потоку з горизонтально-осьовим вітроколесом, отримано математичну модель роботи вітроенергетичної установки, на сонові якої можна досліджувати її статичні та динамічні характеристики. Проте слід зауважити, що розроблена математична модель не враховує зміни кута нахилу лопатей до площини обертання вітроколеса вздовж лопатей, і тому за її допомогою можна проаналізувати ефективність роботи лише лопатей з лінійними поверхнями, а саме: площини, гіперболічного параболоїда, коноїда і циліндроїда.

У [3] сформульовано задачу оптимізації профілю лопатей тихохідного вітроколеса за критерієм максимально можливого відбору потужності зі слабких потоків повітря, подано залежність, яка дає змогу визначати потужність, яку відбирає елементарна ділянка лінійчастої лопаті вітроколеса з горизонтальною віссю обертання з горизонтального потоку повітря.

**Формулювання цілі статті.** Під час написання цієї роботи ставилася мета реалізувати методику розрахунку оптимального кута атаки плоских та профільного кута лінійчастих лопатей тихохідного вітроколеса, знайти залежності вказаних кутів від швидкості повітряних потоків та розробити оптимальні закони керування кутовою швидкістю вітроколеса за рахунок обертання лопатей навколо власної осі або за допомогою зміни кута встановлення лопатей у площині, перпендикулярній до площини обертання.

**Виклад основного матеріалу.** У цій роботі ми обґрунтуємо та реалізуємо алгоритм оптимізації кута атаки плоских лопатей (або профільного кута – у випадку лінійчастих лопатей), а також кутової швидкості обертання вітроколеса за критерієм максимально можливого відбору потужності зі слабких потоків повітря.

Спершу розглянемо плоскі лопаті. В [1] на основі теореми про зміну кількості руху була виведена формула для знаходження потужності, яку розвиває ділянка плоскої лопаті горизонтально-осьового вітроколеса на радіусі  $r$  з площею  $\Delta S$ :

$$\Delta N_r = 2\pi\rho_n r^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha_r V_n \left( V_n \cos \alpha_r - \frac{d\varphi}{dt} r \sin \alpha_r \right) \Delta r. \quad (1)$$

Потужність, яку відбирають з потоку повітря усі лопаті смужкою елементарної висоти  $dr$ , що розташована на відстані  $r$  від осі обертання ВК, на підставі формули (1) дорівнює

$$dN_r = 2\pi\rho_n r^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha_r V_n \left( V_n \cos \alpha_r - \frac{d\varphi}{dt} r \sin \alpha_r \right) dr. \quad (2)$$

Потужність, яку відбирає ВК загалом з потоку повітря, в такому випадку можна знайти із виразу

$$N = 2\pi\rho_n \int_{R_B}^{R_3} r^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha_r V_n \left( V_n \cos \alpha_r - \frac{d\varphi}{dt} r \sin \alpha_r \right) dr, \quad (3)$$

де  $R_B$ ,  $R_3$  – внутрішній та зовнішній радіуси ВК.

За відомих швидкостей горизонтального потоку повітря  $V_n$ , його питомої маси  $\rho_n$ , вибраних розмірів ВК –  $R_B$ ,  $R_3$  потужність, що відбирає ВК з потоку повітря, залежить від кутової швидкості вітрового колеса  $\frac{d\varphi}{dt}$ , яка входить у формулу (3) як невідомий параметр, та кута атаки лопаті  $\alpha_r$ . Це дає змогу залежність (2) подати як функціонал з невідомим параметром вигляду

$$N = \int_{R_B}^{R_3} F \left( r, \alpha_r, \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) \right) dr, \quad (4)$$

де внутрішніми дужками виділено невідомий параметр  $\frac{d\varphi}{dt}$ .

Отже, одне із завдань цієї роботи, яка стосується оптимізації кутової швидкості обертання тихохідного ВК та кута атаки його плоских лопатей за критерієм максимально можливого відбору потужності зі слабких потоків повітря, зводиться до математичної задачі пошуку екстремуму функціонала (4), що містить невідомий параметр  $\frac{d\varphi}{dt}$ . На підставі варіаційного числення [2] задача пошуку екстремуму функціонала розв'язується побудовою диференціального рівняння Ейлера:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_r} - \frac{d}{dr} \left( \frac{\partial F}{\partial \left( \frac{d\alpha_r}{dr} \right)} \right) = 0 \quad (5)$$

та розв'язанням для нього задачі з граничними умовами

$$\alpha_r|_{r=R_B} = \alpha_B \text{ та } \alpha_r|_{r=R_3} = \alpha_3. \quad (6)$$

Аналіз структури підінтегрального виразу залежності (3) свідчить про те, що він не залежить

від  $\frac{d\alpha_r}{dr}$ . Тому  $\frac{\partial F}{\partial \left( \frac{d\alpha_r}{dr} \right)} = 0$ , звідки  $\frac{d}{dr} \left( \frac{\partial F}{\partial \left( \frac{d\alpha_r}{dr} \right)} \right) = 0$ .

Тоді рівняння Ейлера (4) набуває вигляду

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_r} = 0. \quad (7)$$

Беручи частинну похідну від підінтегральної функції залежності (3) по  $\alpha_r$ , і на підставі (7), прирівнюючи її до нуля, матимемо

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \alpha_r} &= \frac{\partial \left( r^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha_r V_n \left( V_n \cos \alpha_r - \frac{d\varphi}{dt} r \sin \alpha_r \right) \right)}{\partial \alpha_r} = \\ &= V_n \frac{d\varphi}{dt} r^2 \sin \alpha_r \left( -\frac{d\varphi}{dt} r \cos \alpha_r - V_n \sin \alpha_r \right) + V_n \frac{d\varphi}{dt} r^2 \cos \alpha_r \left( V_n \cos \alpha_r - \frac{d\varphi}{dt} r \sin \alpha_r \right) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Розв'язання тригонометричного рівняння (8) дає змогу отримати залежність оптимального кута атаки  $\alpha_r$  плоскої лопаті:

$$\alpha_r = \alpha_r \left( r, (V_n), \left( \frac{d\varphi}{dt} \right) \right), \quad (9)$$

в яку швидкість потоку повітря  $V_n$  та кутова швидкість обертання ВК  $\frac{d\varphi}{dt}$  входять параметрами.

Під кутом атаки плоскої лопаті у цьому випадку розумітимемо кут між площиною обертання вітроколеса та площиною лопаті.

Рівняння (8) має такий розв'язок:

$$\alpha_r = \arccos \left( \frac{\sqrt{V_n^2 + \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2} + \sqrt{\left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2 \left( V_n^2 + \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2 \right)}}{2V_n^2 + 2 \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2} \right). \quad (10)$$

Підставляючи функцію кута  $\alpha_r$  атаки лопаті (10) в (3), отримаємо максимальне значення функціонала, тобто максимальне значення потужності  $N^{on}$ , яку може відібрати ВК з плоскими лопатями, що мають оптимальний кут атаки  $\alpha_r$ :

$$\begin{aligned}
 N^{on} &= 2\pi\rho_n \int_{R_B}^{R_3} r^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha_r V_n \left( V_n \cos \alpha_r - \frac{d\varphi}{dt} r \sin \alpha_r \right) dr = \\
 &= 2\pi\rho_n \int_{R_B}^{R_3} \left[ r^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \left( \arccos \frac{\sqrt{V_n^2 + \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2} + \sqrt{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2 \left( V_n^2 + \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2 \right)}}{2V_n^2 + 2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2} \right) \times \right. \\
 &\quad \left. V_n \cos \left( \arccos \frac{\sqrt{V_n^2 + \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2} + \sqrt{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2 \left( V_n^2 + \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2 \right)}}{2V_n^2 + 2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2} \right) - \right. \\
 &\quad \left. \frac{d\varphi}{dt} r \sin \left( \arccos \frac{\sqrt{V_n^2 + \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2} + \sqrt{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2 \left( V_n^2 + \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2 \right)}}{2V_n^2 + 2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2} \right) \right] dr. \tag{11}
 \end{aligned}$$

Для визначення оптимальної кутової швидкості  $\omega_k^{on}$  обертання ВК необхідно прирівняти до нуля частинну похідну від  $N^{on}$  по  $\frac{d\varphi}{dt}$ , тобто

$$\frac{\partial N^{on}}{\partial \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)} = \frac{\partial N^{on}}{\partial \omega_k^{on}} = 0. \tag{12}$$

Оскільки кутова швидкість  $\frac{d\varphi}{dt}$  та змінна інтегрування  $r$  в (11) – незалежні між собою величини, то послідовність операцій інтегрування по  $r$  в (11) та диференціювання по  $\omega_k^{on}$  в (12) можна поміняти місцями. Тоді з врахуванням (11) і (12) можна записати:

$$\begin{aligned}
 &\frac{\partial}{\partial \omega_k^{on}} \left( 2\pi\rho_n \int_{R_B}^{R_3} r^2 \omega_k^{on} \sin \alpha_r V_n \left( V_n \cos \alpha_r - \omega_k^{on} r \sin \alpha_r \right) dr \right) = \\
 &= 2\pi\rho_n \int_{R_B}^{R_3} \left( \frac{\partial}{\partial \omega_k^{on}} \left[ r^2 \omega_k^{on} \sin \alpha_r V_n \left( V_n \cos \alpha_r - \omega_k^{on} r \sin \alpha_r \right) \right] \right) dr = 0. \tag{13}
 \end{aligned}$$

Підставляємо отримані розв'язки (10) у підінтегральну функцію, знаходимо частинну похідну по кутовій швидкості  $\omega_k^{on}$  та прирівнюємо її до нуля з урахуванням того, що радіус  $r$  змінюється від  $R_B$  до  $R_3$ , тобто  $r = R_3 - R_B$ :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \omega_k^{on}} &= \frac{\partial}{\partial \omega_k^{on}} \left[ \omega_k^{on} \sin \alpha_r (V_n \cos \alpha_r - \omega_k^{on} r \sin \alpha_r) \right] = \\
&= \frac{\partial}{\partial \omega_k^{on}} \left[ \begin{aligned} &\omega_k^{on} \sin \left( \arccos \left( \frac{\sqrt{V_n^2 + (\omega_k^{on})^2 r^2} + \sqrt{(\omega_k^{on})^2 r^2 (V_n^2 + (\omega_k^{on})^2 r^2)}}{2V_n^2 + 2(\omega_k^{on})^2 r^2} \right) \right) \times \\ &V_n \cos \left( \arccos \left( \frac{\sqrt{V_n^2 + (\omega_k^{on})^2 r^2} + \sqrt{(\omega_k^{on})^2 r^2 (V_n^2 + (\omega_k^{on})^2 r^2)}}{2V_n^2 + 2(\omega_k^{on})^2 r^2} \right) \right) - \\ &-\omega_k^{on} r \sin \left( \arccos \left( \frac{\sqrt{V_n^2 + (\omega_k^{on})^2 r^2} + \sqrt{(\omega_k^{on})^2 r^2 (V_n^2 + (\omega_k^{on})^2 r^2)}}{2V_n^2 + 2(\omega_k^{on})^2 r^2} \right) \right) \end{aligned} \right] = \\
&= \frac{1}{2(V_n^2 + (\omega_k^{on})^2 r^2)^2} \left( \begin{aligned} &-2V_n^4 \omega_k^{on} r - 2(\omega_k^{on})^5 r^5 + V_n^5 \sqrt{\frac{V_n^2}{V_n^2 + (\omega_k^{on})^2 r^2}} + \\ &+ V_n^3 (\omega_k^{on})^2 r^2 \sqrt{\frac{V_n^2}{V_n^2 + (\omega_k^{on})^2 r^2}} + \\ &+ 2(\omega_k^{on})^3 r^3 \sqrt{(\omega_k^{on})^2 r^2 (V_n^2 + (\omega_k^{on})^2 r^2)} + \\ &+ V_n^2 \left( -4(\omega_k^{on})^3 r^3 + \right. \\ &\left. 3\omega_k^{on} r \sqrt{(\omega_k^{on})^2 r^2 (V_n^2 + (\omega_k^{on})^2 r^2)} \right) \end{aligned} \right) = 0.
\end{aligned} \tag{14}$$

Розв'язуючи отримане рівняння, знаходимо оптимальне значення кутової швидкості обертання вітроколеса:

$$\omega_k^{on} = 0.306 \frac{V_n}{r} = 0.306 \frac{V_n}{R_3 - R_B}. \tag{15}$$

Підставляємо знайдене значення оптимальної кутової швидкості  $\omega_k^{on}$  (15) у залежність (10) для визначення оптимального кута атаки лопаті та, спростивши отриманий вираз, знаходимо відповідне числове значення:

$$\alpha_r^{on} = \arccos \left[ 0.6762 \sqrt{1.0936 + 0.3200} \right] \approx 36.5^\circ. \tag{16}$$

Із залежності (16) випливає, що оптимальне значення кута атаки лопаті, визначене за критерієм максимального відбору потужності зі слабких потоків повітря, є величиною сталою, тобто не залежить від швидкості повітряних потоків, і становить приблизно  $36,5^\circ$ , тому для регулювання частоти обертання вітроколеса (підтримання його обертів на оптимальному рівні) можна використати механізм типу «парасольки», який дає змогу змінювати значення зовнішнього та внутрішнього радіусів лопатей, не змінюючи при цьому кута атаки лопатей.

Одержані оптимальні значення кута атаки і кутової швидкості підставляємо у рівняння (11) для знаходження максимальної потужності, яку здатна розвинути вітроустановка:

$$N^{on} = \int_{R_B}^{R_3} 0.7111\rho V_n^3 r dr = 0.3555\rho V_n^3 (R_3^2 - R_B^2). \quad (17)$$

Отже, ми вивели залежності (10), (15) і (17), які уможливають визначити оптимальне значення кута атаки плоскої лопаті, кутової швидкості обертання вітроколеса та максимальну потужність, яка відбирається ним зі слабких потоків повітря. Якщо за розрахункову швидкість повітряного потоку взяти  $V_n = 8$  м/с, то оптимальною кутовою швидкістю обертання тихохідного вітроколеса буде  $\omega_k^{on} \approx 2.5$  рад/с  $\approx 24$  об/хв, за якої номінальна потужність вітроустановки становитиме  $N^{on} \approx 214$  Вт.

У разі лінійчастої (профільованої) лопаті для визначення потужності, яку може відібрати вітроустановка з потоку повітря, скористаємося формулою, виведеною в роботі [3]:

$$N = 2\pi\rho_n \int_{R_B}^{R_3} r^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha_r V_n \cos \alpha_r \left( V_n \cos \alpha_r - \frac{d\varphi}{dt} r \sin \alpha_r \right) dr. \quad (18)$$

Використовуючи алгоритм, поданий вище для плоских лопатей, визначимо оптимальні значення кута профілю лопаті, кутової швидкості обертання вітроколеса та максимальну потужність, яку здатна відібрати тихохідна установка з горизонтальною віссю обертання із потоку повітря.

Знайдемо частинну похідну від підінтегральної функції залежності (18) по  $\alpha_r$ , зведемо отриманий вираз до степеневій функції стосовно тангенса, і на підставі (7), прирівняємо її до нуля:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \alpha_r} &= \frac{\partial \left( r^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin \alpha_r V_n \cos \alpha_r \left( V_n \cos \alpha_r - \frac{d\varphi}{dt} r \sin \alpha_r \right) \right)}{\partial \alpha_r} = \\ &= V_n \frac{d\varphi}{dt} r^2 \sin \alpha_r \cos \alpha_r \left( -\frac{d\varphi}{dt} r \cos \alpha_r - V_n \sin \alpha_r \right) + V_n \frac{d\varphi}{dt} r^2 \cos^2 \alpha_r \left( V_n \cos \alpha_r - \frac{d\varphi}{dt} r \sin \alpha_r \right) - \\ &- V_n \frac{d\varphi}{dt} r^2 \sin^2 \alpha_r \left( V_n \cos \alpha_r - \frac{d\varphi}{dt} r \sin \alpha_r \right) = V_n^2 \frac{d\varphi}{dt} r^2 \cos^3 \alpha_r - 2V_n \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^3 \cos^2 \alpha_r \sin \alpha_r - \\ &- 2V_n^2 \frac{d\varphi}{dt} r^2 \cos \alpha_r \sin^2 \alpha_r + V_n \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^3 \sin^3 \alpha_r = \operatorname{tg}^3 \alpha_r - \frac{2V_n}{\frac{d\varphi}{dt} r} \operatorname{tg}^2 \alpha_r - 2\operatorname{tg} \alpha_r + \frac{V_n}{\frac{d\varphi}{dt} r} = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Розв'язок цього алгебраїчного рівняння стосовно  $\operatorname{tg} \alpha_r$  дає змогу отримати залежність оптимального кута  $\alpha_r^{on}$  профілю лопаті від її поточного радіуса. За допомогою підстановки

$\operatorname{tg} \alpha_r = y + \frac{2V_n}{3\frac{d\varphi}{dt} r}$  рівняння (19) зводиться до неповного вигляду [4]:

$$\begin{aligned} \left( y + \frac{2V_n}{3\frac{d\varphi}{dt} r} \right)^3 - \frac{2V_n}{\frac{d\varphi}{dt} r} \left( y + \frac{2V_n}{3\frac{d\varphi}{dt} r} \right)^2 - 2 \left( y + \frac{2V_n}{3\frac{d\varphi}{dt} r} \right) + \frac{V_n}{\frac{d\varphi}{dt} r} = \\ = y^3 + \left( -2 - \frac{4V_n^2}{3\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2} \right) y + \left( -\frac{16V_n^3}{27\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^3 r^3} - \frac{V_n}{3\frac{d\varphi}{dt} r} \right) = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{У нашому випадку } p = -2 - \frac{4V_n^2}{3\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2}, \quad q = -\frac{16V_n^3}{27\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^3 r^3} - \frac{V_n}{3\frac{d\varphi}{dt}r},$$

$$Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 = \frac{1}{27} \left( -2 - \frac{4V_n^2}{3\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2} \right)^3 + \frac{1}{4} \left( -\frac{16V_n^3}{27\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^3 r^3} - \frac{V_n}{3\frac{d\varphi}{dt}r} \right)^2 =$$

$$= \frac{1}{108} \left( -32 - \frac{32V_n^4}{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^4 r^4} - \frac{61V_n^2}{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2} \right). \quad (21)$$

Оскільки  $Q < 0$  («незвідний» випадок), то рівняння (20) матиме три різні дійсні корені, які можна знайти за такими залежностями [4]:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \frac{\beta}{3}, \\ y_{2,3} &= -2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \left( \frac{\beta}{3} \pm \frac{2\pi}{3} \right), \\ \cos \beta &= -\frac{q}{2\sqrt{\left(-\frac{p}{3}\right)^3}}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

У нашому випадку отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= 2\sqrt{\frac{1}{3} \left( 2 + \frac{4V_n^2}{3\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2} \right)} \cos \left[ \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{16V_n^3 + 9V_n \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2}{4\sqrt{\left(4V_n^2 + 6\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2\right)^3}} \right) \right], \\ y_{2,3} &= -2\sqrt{\frac{1}{3} \left( 2 + \frac{4V_n^2}{3\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2} \right)} \cos \left[ \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{16V_n^3 + 9V_n \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2}{4\sqrt{\left(4V_n^2 + 6\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2\right)^3}} \right) \pm \frac{2\pi}{3} \right], \\ \beta &= \arccos \left( \frac{16V_n^3 + 9V_n \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2}{4\sqrt{\left(4V_n^2 + 6\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 r^2\right)^3}} \right). \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Враховуючи вищевказану підстановку, можна знайти  $\operatorname{tg}\alpha_r$ :

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg}\alpha_{r1} &= 2 \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2 + \frac{4V_n^2}{3 \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2} \right)} \cos \left[ \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{16V_n^3 + 9V_n \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2}{4 \sqrt{\left( 4V_n^2 + 6 \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2 \right)^3}} \right) \right] + \frac{2V_n}{3 \frac{d\varphi}{dt} r}, \\ \operatorname{tg}\alpha_{r2,3} &= -2 \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2 + \frac{4V_n^2}{3 \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2} \right)} \cos \left( \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{16V_n^3 + 9V_n \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2}{4 \sqrt{\left( 4V_n^2 + 6 \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2 \right)^3}} \right) \pm \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{2V_n}{3 \frac{d\varphi}{dt} r}, \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Отже, ми отримали такі залежності кута профілю лопаті від поточного радіуса  $r$ , куди швидкість потоку повітря  $V_n$  та кутова швидкість обертання вітроколеса  $\frac{d\varphi}{dt}$  входять параметрами:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{r1} &= \operatorname{arctg} \left[ 2 \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2 + \frac{4V_n^2}{3 \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2} \right)} \cos \left[ \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{16V_n^3 + 9V_n \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2}{4 \sqrt{\left( 4V_n^2 + 6 \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2 \right)^3}} \right) \right] + \frac{2V_n}{3 \frac{d\varphi}{dt} r} \right], \\ \alpha_{r2,3} &= \operatorname{arctg} \left[ -2 \sqrt{\frac{1}{3} \left( 2 + \frac{4V_n^2}{3 \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2} \right)} \cos \left( \frac{1}{3} \arccos \left( \frac{16V_n^3 + 9V_n \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2}{4 \sqrt{\left( 4V_n^2 + 6 \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 r^2 \right)^3}} \right) \pm \frac{2\pi}{3} \right) + \frac{2V_n}{3 \frac{d\varphi}{dt} r} \right], \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

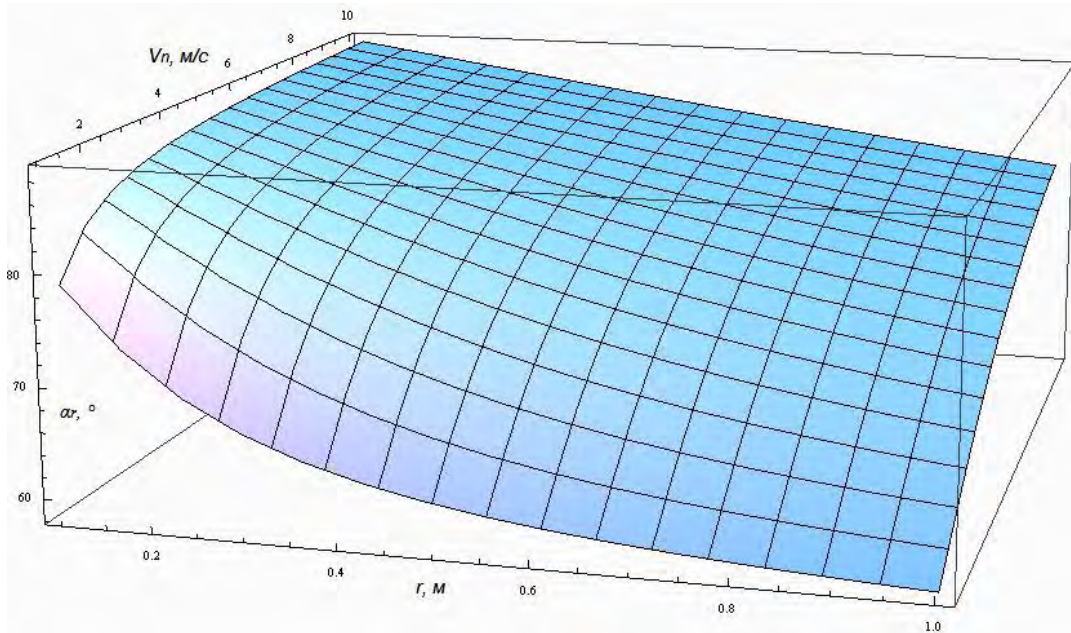


Рис. 1. Залежність кута профілю лопаті від швидкості повітряного потоку та поточного радіуса ділянки за сталої частоти обертання вітроколеса



Аналізуємо отримані розв'язки, підставляючи конкретні значення швидкості вітру, кутової швидкості і поточного радіуса лопаті, та приймаємо для подальших розрахунків перший розв'язок  $\alpha_{r1}$ . Для забезпечення сталої частоти обертання вітроколеса за зміни швидкості вітру необхідно змінювати профільний кут лопаті. Графік залежності профільного кута  $\alpha_r$  від швидкості повітряного потоку  $V_n$  та поточного радіуса ділянки  $r$  за максимальної кутової швидкості обертання тихохідного вітроколеса ( $\frac{d\varphi}{dt} = 40$  об/хв) показано на рис. 1.

Отже, залежність номінального значення потужності, яку здатна відібрати вітроустановка з лінійчастими лопатями з потоку повітря, що мають оптимальний кут профілю  $\alpha_r$ , від кутової швидкості обертання тихохідного вітроколеса за швидкості вітрового потоку  $V_n = 7$  м/с, показано на рис. 2.

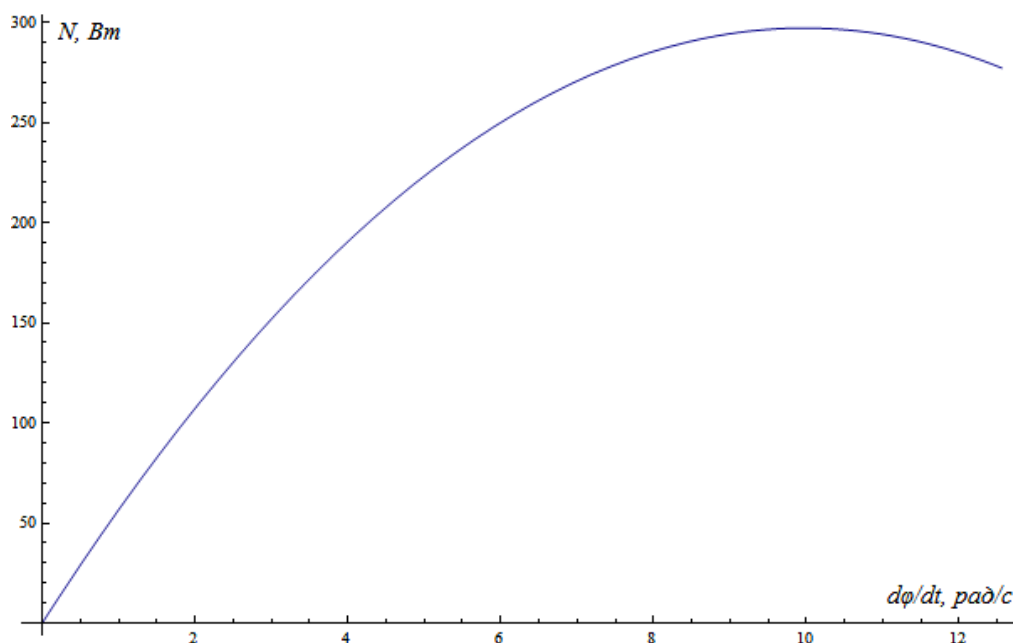


Рис. 2. Залежність потужності вітроустановки від кутової швидкості вітроколеса за фіксованих значень швидкості повітряного потоку та визначеного оптимального кута профілю лопаті

Із рис. 2 випливає, що оптимальною кутовою швидкістю обертання вітроколеса є приблизно 10 рад/с, або 95 об/хв, за якої вітроустановка зможе розвинути потужність близько 300 Вт. Проте, враховуючи той факт, що обране нами для досліджень вітроколесо є тихохідним із максимальною кутовою швидкістю  $\frac{d\varphi}{dt} = 40$  об/хв, отримуємо номінальну потужність:

$$\begin{aligned}
 N^{on} &= 2\pi\rho_n \int_{R_B}^{R_3} r^2 \frac{d\varphi}{dt} \sin\alpha_r V_n \cos\alpha_r \left( V_n \cos\alpha_r - \frac{d\varphi}{dt} r \sin\alpha_r \right) dr \approx \\
 &\approx 2 \cdot \pi \cdot 1.23 \int_{0.2}^1 r^2 \cdot 4.2 \cdot \sin\alpha_r \cdot 8 \cdot \cos\alpha_r \cdot (8 \cdot \cos\alpha_r - 4.2 \cdot r \cdot \sin\alpha_r) dr \approx 230 \text{ Вт.}
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

**Висновки.** На підставі проведених досліджень ми отримали такі результати:

1. Виведено залежності (10), (15) і (17), які дають змогу визначити оптимальне значення кута атаки плоскої лопаті, кутової швидкості обертання вітроколеса з плоскими лопатями та максимальну потужність, яка відбирається ним зі слабких потоків повітря. Якщо за розрахункову швидкість повітряного потоку взяти  $V_n = 8$  м/с, то оптимальною кутовою швидкістю обертання

тихохідного вітроколеса буде  $\omega_k^{on} \approx 2.5 \text{ рад/с} \approx 24 \text{ об/хв}$ , за якої номінальна потужність вітроустановки становитиме  $N^{on} \approx 214 \text{ Вт}$ .

2. Розроблено графічну залежність (рис. 2) номінальної потужності тихохідної вітроустановки з лінійчастими лопатями від кутової швидкості обертання вітроколеса, з якої знайдено оптимальне значення  $\frac{d\varphi}{dt} = 40 \text{ об/хв}$ . Виведено графічні (рис. 1) та аналітичні (25) залежності кута профілю лінійчастої лопаті від поточного радіуса ділянки лопаті та швидкості повітряного потоку для забезпечення оптимальної кутової швидкості обертання вітроколеса. Розраховано номінальну потужність вітроустановки  $N^{on} \approx 230 \text{ Вт}$ .

3. Порівнюючи отримані числові значення, бачимо, що потужність, яку здатна відібрати з потоку повітря вітроустановка з лінійчастими лопатями, приблизно на 7.5 % більша, ніж аналогічна потужність вітроустановки з плоскими лопатями. При цьому, збільшуючи частоту обертання вітроколеса з лінійчастими лопатями до 10 рад/с (за рахунок зміни профільного кута), можна отримати номінальну потужність 300 Вт, яка приблизно на 40 % більша, ніж для вітроколеса з плоскими лопатями.

1. Лозовий І., Придиба В., Кудлик М. Аналіз впливу геометрії лопатей горизонтально-осьового вітроколеса на ефективність його роботи // *Машинознавство*. – 1998. – №9–10. – С. 17–19.
2. Л. Янг. *Лекції по варіаційному исчисленію и теорії оптимального управління*. – М., 1974. – 488 с.
3. Кудлик М., Лозовий І. Оптимальні швидкість обертання тихохідного вітроколеса та профіль його лопатей за критерієм максимального відбору потужності зі слабких потоків повітря // *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»*. – 2001. – №483. – С. 92–97.
4. Корн Г., Корн Т. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. – М., 1968. – 720 с.

УДК 539.3.

Є.В. Харченко, М.І. Войтович, Р.А. Ковальчук  
Національний університет «Львівська політехніка»,  
кафедра опору матеріалів

## ДО РОЗРАХУНКУ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ СИСТЕМИ ЦИЛІНДРИЧНА ОБОЛОНКА-СТРИЖНІ-ПЛАСТИНКА

© Харченко Є.В., Войтович М.І., Ковальчук Р.А., 2011

Досліджено температурне поле системи циліндрична оболонка-стрижні-пластинка, нагрівання якої здійснюється шляхом конвективного теплообміну з зовнішнім і внутрішнім середовищами, при цьому враховується реальна геометрія вузла з'єднання.

**The temperature field of a cylindrical shell-rod-plate, which is heated by convective heat exchange with the external and internal environment; this takes into account the real geometry node connection.**

**Вступ.** Дослідження напружень і деформацій у конструктивних елементах, які працюють за високих температур, має важливе значення. Від інтенсивності і характеру розподілу цих напружень і деформацій залежать термоміцність, термічне випучування та інші подібні явища. Особливо велике значення має вивчення температурних напружень у місцях з'єднання конструктивних елементів, де можлива концентрація напружень, яка створює небезпеку крихкого руйнування.