

РОЗРОБКА МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ НЕЛІНІЙНИХ ПОЗДОВЖНЬО-КУТОВИХ КОЛИВАНЬ ГУСЕНИЧНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

© Величко Л.Д., Сокіл Б.І., Чаган Ю.А. 2011

На основі узагальненої моделі динаміки гусеничних транспортних засобів розроблено методику дослідження власних нелінійних поздовжньо-кутових коливань. В її основу покладено ідею застосування спеціальних періодичних Атеб-функцій для побудови звичайних диференціальних рівнянь із степеневою нелінійністю. Отримано залежність, яка визначає частоту коливань від характеристик підвіски та особливостей її розміщення. Показано, що найсприятливішими з точки зору комфортабельності є підвіски із сильно нелінійним зв'язком між деформацією та відновлювальною силою.

On the basis of the generalized model of dynamics of caterpillar vehicles it is developed a technique of research of own nonlinear longitudinal-angular oscillations. In its basis it is necessary idea of usage of special Ateb-functions for construction of the usual differential equations with sedate nonlinearity. It is received a relation which determines an oscillation frequency from characteristics of the suspension and features of its accommodation. It is shown that optimum, from the point of view of comfortableness, there are suspensions with strongly nonlinear communication between deformation and renewing force.

Вступ. У роботі досліджується вплив нелінійних характеристик підвіски на поздовжньо-кутові коливання гусеничних транспортних засобів (ГТЗ). Останні експлуатуються здебільшого у набагато складніших умовах як колісні транспортні засоби (КТЗ) [1, 2]. У той самий час питання дослідження впливу характеристик підвіски ГТЗ не знайшли такого широкого висвітлення у літературі, як для КТЗ. З огляду на сказане, дослідження є актуальним. Вони є розвитком основних положень, які започатковані у [3, 4]. Основна їх ідея полягає у тому, що належну комфортабельність руху досліджуваних об'єктів може забезпечити підвіска, для якої зв'язок між переміщенням та відновлювальною силою апроксимується у вигляді степеневого або близького до нього закону. Це дає змогу для дослідження розглядуваних моделей динаміки руху ГТЗ використовувати основну ідею методів збурень [5, 6] у поєднанні із теорією періодичних Атеб-функцій [7, 8].

Постановка завдання та методика виконання. Як показано у [4], диференціальні рівняння які описують динамічні процеси у ГТЗ за руху останніх по пересічній місцевості, можна привести до такого вигляду:

$$\begin{aligned}
 M_1 \ddot{x} + \frac{I_1}{r} \ddot{\varphi} + \alpha_1(\varphi_1) \dot{\varphi} + \beta(\dot{x}, x) \dot{x} &= \frac{M_{kp}}{R_2} - \sum_{i=5}^{10} (F_i + P_i + R_i(z_i, \dot{x}_i)) f'(x_i^*); \\
 M \ddot{x} + \frac{I_2}{r} \ddot{\varphi} + \alpha_2(\varphi_1) \dot{\varphi} &= Mg - \sum_{i=1}^6 (c_i(\Delta_{idefor}) (\varphi_1 l_i + (z_i - z_i^0) - z_i^*) + R_i(z_i, \dot{x}_i)); \\
 I_3 \ddot{\varphi} + \alpha_3(\varphi_1) \dot{\varphi} + \alpha_4(\varphi_1) \varphi &= P_2 l_2 - P_3 l_3 - \sum_{i=1}^6 (c_i(\Delta_{idefor}) (\varphi_1 l_i + (z_1 - z_i^0) - z_i^*) + R_i(z_i, \dot{x}_i)) l_i,
 \end{aligned} \tag{1}$$

де усі позначення зберігаються, як у [4].

Окремий їх випадок, що відповідає власним вертикальним коливанням, ($\varphi_1 = 0, x_1 = const, R_i(\dot{x}_i) = 0$):

$$(m_1 + m_2 + m_3) \ddot{x} = - \sum_{i=6}^{11} (c_i(\Delta_{defor}) (z_1 - z_i^0)), \tag{2}$$

розглядався у [9], де підтверджено, що достатню з точки зору вертикальних коливань комфортабельність забезпечує підвіска із таким законом зв'язку між деформацією та відновлювальною силою $F = c\Delta^{v+1}$, де c – «сумарна вертикальна жорсткість підвіски», Δ – вертикальна деформація, v – ступінь нелінійності. Більше того, у вказаній роботі, для випадків $v = \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, 2$ проаналізовано вплив параметра c на частоту власних вертикальних коливань, враховуючи стандарти безпеки. Використовуючи вищенаведене, у цій роботі поставлено складнішу задачу, а саме: вибір таких характеристик окремих елементів підвіски, які мають відому сумарну вертикальну жорсткість і забезпечують при цьому належну комфортабельність поздовжньо-кутових коливань ГТЗ (рис. 1).

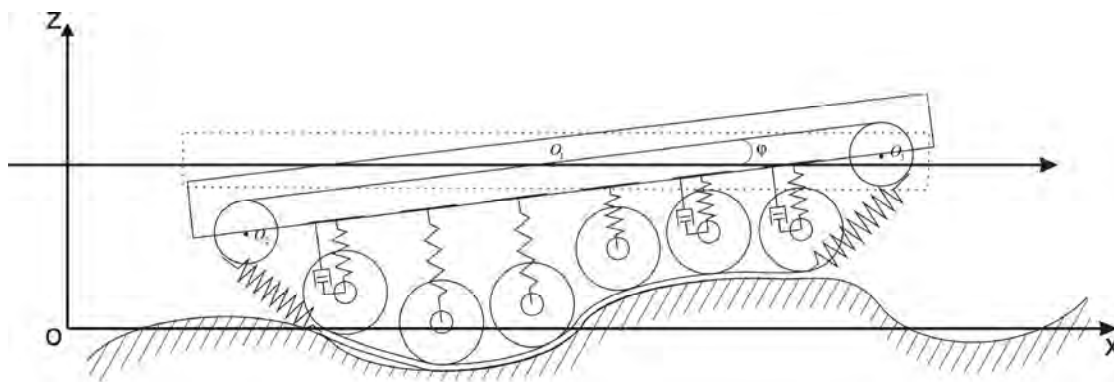


Рис. 1. Розрахункова схема для дослідження динаміки ГТЗ

Диференціальне рівняння поздовжньо-кутових коливань досліджуваного транспортного засобу із урахуванням наведеного набуває вигляду

$$I\ddot{\varphi} + \sum_5^{11} c_i(\varphi)\varphi l_i^2 = 0, \quad (3)$$

де I – момент інерції ГТЗ стосовно центра мас.

Нижче вважатимемо (враховуючи аналіз вертикальних коливань [9]), що змінні жорсткості пружин визначаються співвідношенням

$$c_i = \alpha_i c_0 \varphi^v, \quad (4)$$

де $c_0 = \frac{Mg}{\Delta_{cm}^{v+2}}$, а невідомі коефіцієнти α_i повинні задовольняти умову

$$\sum_{i=1}^6 \alpha_i = 1 \quad \alpha_i > 0. \quad (5)$$

Примітка 1. Тут, як і у [9], вважатимемо, що пружні характеристики елементів підвіски задовольняють степеневий закон.

До того ж у рівноважному положенні корпус ГТЗ повинен займати горизонтальне положення. Це еквівалентно тому, що сума моментів сил, які діють на нього із боку амортизаторів стосовно центра мас, повинна дорівнювати

$$c_1(\varphi)l_1^2 + c_2(\varphi)l_2^2 + c_3(\varphi)l_3^2 = c_4(\varphi)l_4^2 + c_5(\varphi)l_5^2 + c_6(\varphi)l_6^2 \rightarrow \varphi = 0, \quad (6)$$

де l_i – відстань i -го пружного елемента від центра мас.

Якщо урахувати залежність (4), наведене трансформується до вигляду

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i l_i^{v+2} = \sum_{i=4}^6 \alpha_i l_i^{v+2}. \quad (7)$$

Отже, завдання полягає у визначенні таких значень параметрів α_i , які визначають характеристики конкретних пружних елементів, що пов'язані алгебраїчними співвідношеннями (5), (7) та які забезпечують вимоги експлуатації з точки зору частоти поздовжньо-кутових коливань.

Враховуючи наведене, диференціальне рівняння поздовжньо-кутових коливань набуває вигляду

$$I_0 \ddot{\varphi} + \sum_5^{11} \alpha_i c_0 \varphi^{v+1} l_i^{v+2} = 0. \quad (8)$$

Його розв'язок виражається через періодичні Атеб-функції [7, 8]:

$$\varphi = \varphi_0 ca(v+1, 1, \Omega(\varphi_0)t + \psi_0), \quad (9)$$

де φ_0 – амплітуда; $\Omega(\varphi_0)$ – частота поздовжньо-кутових коливань, яка визначається співвідношенням

$$\Omega_\varphi = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{v+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{v+2}\right)} \sqrt{\frac{c_0 \sum \alpha_i l_i^{v+2}}{I_0}} \varphi_0^v, \quad (10)$$

де $\Gamma(\dots)$ – гамма-функція відповідного аргументу, а φ_0 – амплітуда поздовжньо-кутових коливань.

Примітка 2. Тут розглядаються поздовжньо-кутові коливання за спрощеної моделі підвіски (без урахування дії на корпус демперних пристроїв), тому φ_0 у (9) чи (10) залишається сталою величиною.

Отже, задача полягає у визначенні таких значень параметрів $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$, що пов'язані співвідношеннями (6) та (7), а частота поздовжньо-кутових коливань задовольняє технічні умови експлуатації ГТЗ [10].

Визначити однозначно із співвідношень (6), (7) та (10) шість невідомих параметрів не вдається. Тому накладемо на систему додаткові умови: характеристики пружних елементів попарно рівні, тобто $\alpha_1 = \alpha_4, \alpha_2 = \alpha_5, \alpha_3 = \alpha_6$. Це дає змогу залежність (7) записати у вигляді

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i l_i^{v+2} - \sum_{i=1}^3 \alpha_i l_{i+3}^{v+2} = 0. \quad (11)$$

Крім того, нехай у вказаному співвідношенні $\alpha_3 = k\alpha_2$ ($0 < k < 1$). З урахуванням (5) вони трансформуються до вигляду

$$\alpha_2 = [l_2^{v+2} - l_5^{v+2} - l_1^{v+2} + l_4^{v+2}] + k\alpha_2 [l_3^{v+2} - l_6^{v+2} - l_1^{v+2} + l_4^{v+2}] = \frac{1}{2} (l_4^{v+2} - l_1^{v+2}). \quad (12)$$

Тоді із вищенаведеного співвідношення з урахуванням (5) знаходимо:

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \frac{\frac{1}{2}(l_4^{v+2} - l_1^{v+2})}{l_2^{v+2} + l_4^{v+2} - l_5^{v+2} - l_1^{v+2} + k(l_3^{v+2} + l_4^{v+2} - l_6^{v+2} - l_1^{v+2})}; \\ \alpha_3 &= k \frac{\frac{1}{2}(l_4^{v+2} - l_1^{v+2})}{l_2^{v+2} + l_4^{v+2} - l_5^{v+2} - l_1^{v+2} + k(l_3^{v+2} + l_4^{v+2} - l_6^{v+2} - l_1^{v+2})}; \\ \alpha_1 &= \frac{1}{2} - (1+k) \frac{\frac{1}{2}(l_4^{v+2} - l_1^{v+2})}{l_2^{v+2} + l_4^{v+2} - l_5^{v+2} - l_1^{v+2} + k(l_3^{v+2} + l_4^{v+2} - l_6^{v+2} - l_1^{v+2})}. \end{aligned} \quad (13)$$

Це дає змогу, враховуючи (10), побудувати залежності частоти власних поздовжньо-кутових коливань ГТЗ від амплітуди коливань та коефіцієнта k . На рис. 2 показані вказані залежності за таких значень параметра v : $v = 0$ (рис. 2, а), $v = \frac{2}{3}$ (рис. 2, б), $v = \frac{4}{3}$ (рис. 2, в) та $v = 2$ (рис. 2, г).

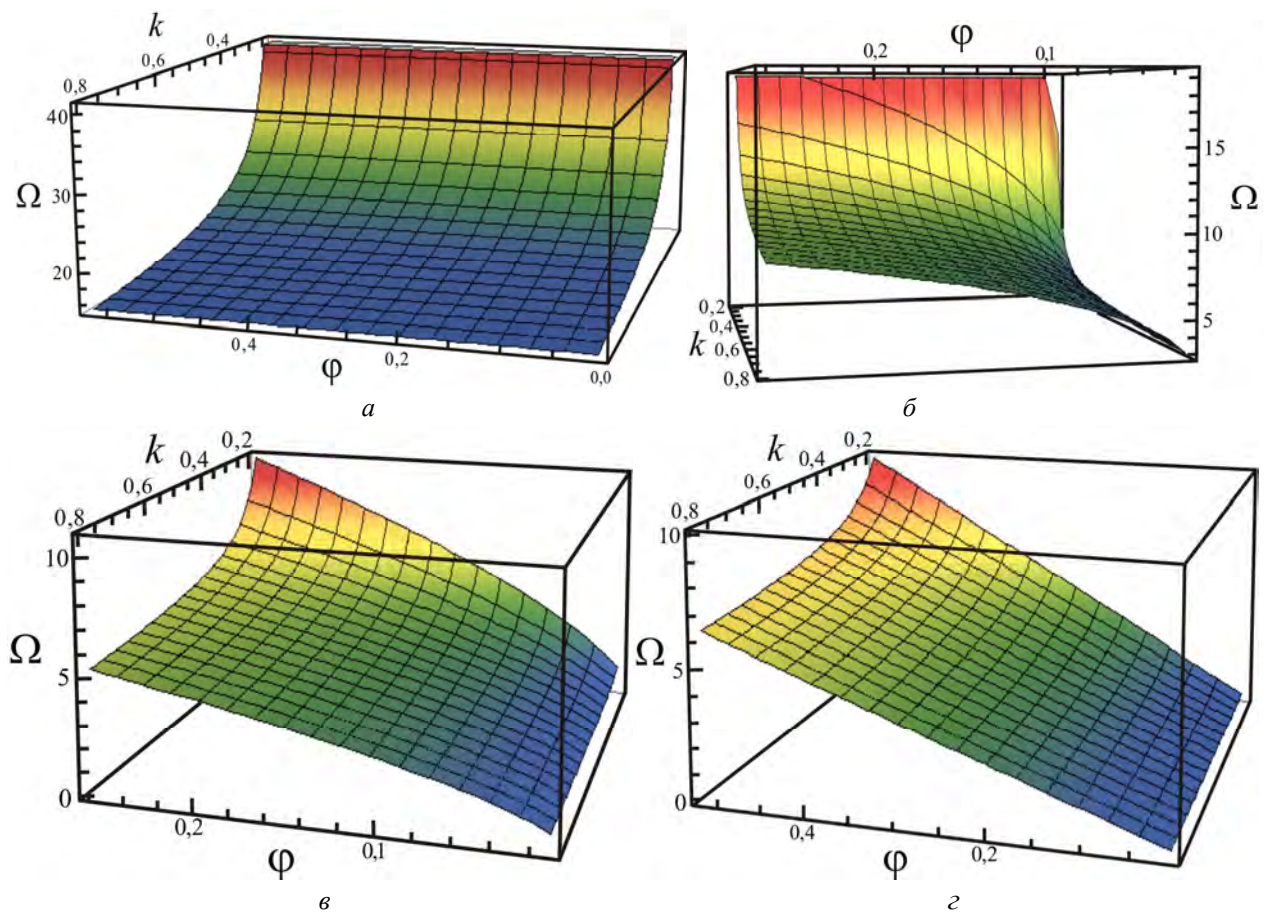


Рис. 2. Залежність частоти поздовжньо-кутових коливань від амплітуди ϕ_0 та коефіцієнта k

Представлена методика та графічні залежності дають змогу зробити такі висновки:

- для підвіски із нелінійною характеристикою зв'язку між деформацією та пружною силою для більших значень амплітуди коливань частота є більшою (рис. 2, б, в, г);
- для підвіски із лінійним зв'язком сили та деформації (рис. 2, а) частота поздовжньо-кутових коливань є значно більшою, ніж для нелінійних, за ідентичних значень параметрів, що характеризують її розташування;
- отримані у роботі результати слугуватимуть основою для дослідження складніших випадків поздовжньо-кутових коливань, зокрема, впливу демпферних пристроїв.

1. Платонов В.Ф. Многоцелевые гусеничные шасси / В.Ф. Платонов, В.С. Кожевников, В.А. Коробкин, С.В. Платонов. – М.: Машиностроение. 1998. – 342 с. 2. Антонов А.С. Армейские гусеничные машины. – Ч.1 / А.С. Антонов, М.М. Запрягаев, В.П. Хавханов. – М.: Воениздат. 1973. – 328 с. 3. Величко Л.Д., Вплив характеристик підвіски на динаміку гусеничних транспортних засобів / Л.Д. Величко, Ю.А. Чаган // Матеріали 11-ї Міжнародної Промислової конференції «Ефективність реалізації наукового, ресурсного и промисленого потенціала в сучасних умовах». – К., 2011. – С. 259–260. 4. Величко Л.Д. Динаміка гусеничних транспортних засобів по пересіченій місцевості. / Л.Д. Величко, Ю.А. Чаган // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість. – Львів: УДЛТУ, 2011. – Вип. 21.4. – С. 346–352. 5. Найфе А.Х. Методы возмущений. – М.: Мир, 1976. – 456 с. 6. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. – М.: Мир, 1972. – 272 с. 7. Сенік П.М. Про Ateb-функції // Доп. АН УРСР. – 1968. – №1. – С. 23–26. 8. Сенік П.М., Возний А.М. Про табулювання періодичних Ateb-функцій // Доп. АН УРСР. – 1969. – №12. – С. 1089–1092. 9. Величко Л.Д. Математичне моделювання підвіски гусеничних транспортних засобів. / Л.Д. Величко, Ю.А. Чаган // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість. – Львів: УДЛТУ, 2011. – Вип. 21.5. – С. 334–342. 10. ГОСТ 12.1.012-90.