

Ю.В. Войцеховська<sup>1</sup>, В.В. Войцеховська<sup>2</sup>  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра менеджменту організацій,  
кафедра економіки підприємств та інвестицій

## ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕГІОНАЛЬНИХ ІНВЕСТИЦІЙНИХ ПРОГРАМ

© Войцеховська Ю.В., Войцеховська В.В., 2011

Розглянуто проблему розподілу фінансування інвестиційних програм між окремими регіонами країни. Окрім ефективності інвестицій, враховано аспекти їхньої регіональної диверсифікації. Для раціонального розподілу інвестицій запропоновано використати нелінійну оптимізаційну економіко-математичну модель, яка інтерпретується на конкретних статистичних даних.

**Ключові слова:** регіон, інвестиції, оптимізація, модель.

The problem of total investment's distribution between different regions is considered. Thus in addition to the investments efficiency, regional diversification aspects are taken into account. For the rational distribution of investments non-linear optimization of economic and mathematical model is proposed, which is interpreted by concrete statistic data.

**Key words:** region, investments, optimization, model.

### Постановка проблеми

Розроблення та реалізація регіональних інвестиційних програм є одним із основних напрямів економічного розвитку окремих територій, регіонів та країни загалом. Це, своєю чергою, вимагає певного наукового обґрунтування та забезпечення здійснення цих програм. Одним із важливих завдань є формулювання та розв'язання задач, пов'язаних з регіональною диверсифікацією інвестицій.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Нині в економічній літературі існують два підходи до оптимізації розподілу інвестицій. Перший з них полягає у визначенні пріоритетних напрямів інвестування за критерієм їх ефективності. Другий напрям передбачає пропорційний розподіл інвестицій відповідно до параметрів, які характеризують розмір об'єктів інвестування (поверхня території регіону, чисельність населення, тих, що працюють, вартість діючих основних засобів, обсяги забруднення території тощо).

Проте особливість регіональних інвестиційних програм полягає в тому, що їх здійснення має забезпечити зрівноважений розвиток регіонів. Відповідно розподіл інвестицій потребує розгляду специфічних методичних підходів до вибору напрямів інвестування, принаймні компромісного врахування ефективності та диверсифікації інвестицій.

### Постановка цілей

Дослідження особливостей регіонального розвитку та прикладних проблем розподілу інвестицій зумовлює постановку таких цілей:

- обґрунтування та вибір загальної економіко-математичної моделі оптимізації розподілу інвестицій (критерію оптимізації та обмежень);
- розроблення програмного забезпечення для розв'язання оптимізаційної задачі;
- інтерпретація моделі за конкретними даними з використанням програмного забезпечення.

### Виклад основного матеріалу

Основою кількісного підходу до розподілу інвестицій може бути загальна економіко-математична модель оптимізації:

$$\begin{aligned} E &= b_1 K_1 + b_2 K_2 + \dots + b_n K_n \rightarrow \max, \\ K_1 + K_2 + \dots + K_n &\leq K, \\ \left( \frac{K_1}{Z_1} - I \right)^2 + \left( \frac{K_2}{Z_2} - I \right)^2 + \dots + \left( \frac{K_n}{Z_n} - I \right)^2 &\leq d^2, \\ I &= \frac{K_1 + K_2 + \dots + K_n}{Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n}, \\ K_i &\geq 0, \end{aligned}$$

де  $E$  – сумарний ефект від загальних інвестицій;  $b_i$  – показник регіональної ефективності інвестицій,  $K_i$  – інвестиції  $i$ -го регіону;  $K$  – обсяг загальних інвестицій;  $Z_i$  – параметр, який характеризує  $i$ -й регіон (площа поверхні, чисельність населення, обсяги забруднень тощо);  $I$  – відношення загальних інвестицій до сумарного характеристичного параметра.

Згідно із цією моделлю ставиться мета – досягти максимального ефекту від реалізації загальних інвестицій. Аналіз цільової функції показує, що залежно від поділу загальних інвестицій сумарний ефект буде різним, оскільки ефективності локальних інвестицій відрізняються.

Звичайно, в моделі враховуються обмеження на загальні інвестиції, що є лімітованими, а також чинник диверсифікації інвестицій з введенням відповідного квадратичного обмеження. Пропонується розглядати локальні регіональні інвестиції відносно характеристичного регіонального параметра і порівнювати їх з аналогічним загальним відношенням, розрахованим для усіх інвестицій, обчислюючи квадрат різниці відповідних відношень. Сума цих квадратних відхилень обмежується певною величиною. Такий метод забезпечує диверсифікацію розподілу інвестицій. Розглянемо кілька варіантів інтерпретації сформульованої економіко-математичної моделі.

Для прикладу проаналізуємо розвиток інфраструктури регіону – будову і модернізацію доріг, газифікацію населених пунктів, проведення трубопроводів тощо. Потрібно зауважити, що важливим чинником, який зумовлює регіональну ефективність інвестицій, є чинник протяжності елементів інфраструктури. Залежно від територіального розміщення користувачів послуг протяжність може бути різною. Відповідно буде різною і потреба в інвестиціях для реалізації інфраструктурних проектів.

З деяким наближенням можна вважати, що обсяги інвестицій пропорційні до протяжності інфраструктури, а ефективність обернено пропорційно залежить від неї.

Огляд цільової функції показує, що для оптимізації не такі суттєві значення мають абсолютні величини показників ефективності, як відносні співвідношення між ними. В нашому прикладі це відношення між окремими віддалями. Нехай ці віддалі становитимуть 5 км, 10 км, 15 км, 20 км, 25 км. Якщо прийняти, що показник ефективності  $b_1$  дорівнює одиниці, то отримаємо такі значення останніх показників:

$$b_1 = 1,0000; b_2 = \frac{5}{10} = 0,5000; b_3 = \frac{5}{15} = 0,3333; b_4 = \frac{5}{20} = 0,2500; b_5 = \frac{5}{25} = 0,2000.$$

Тоді цільова функція матиме такий вигляд:

$$E = K_1 + 0,5K_2 + 0,3333K_3 + 0,25K_4 + 0,20K_5 \rightarrow \max.$$

Для кількісних розрахунків припускаємо, що потреба в інфраструктурі різних типів, які характеризуються протяжністю, є однаковою ( $Z_i \equiv Z$ ). Тоді отримуємо балансову рівність:

$$I = \frac{K}{5Z}.$$

Відповідно сума квадратних відхилень становитиме:

$$\left(\frac{K_1}{Z} - \frac{K}{5Z}\right)^2 + \left(\frac{K_2}{Z} - \frac{K}{5Z}\right)^2 + \left(\frac{K_3}{Z} - \frac{K}{5Z}\right)^2 + \left(\frac{K_4}{Z} - \frac{K}{5Z}\right)^2 + \left(\frac{K_5}{Z} - \frac{K}{5Z}\right)^2 \leq d^2.$$

Для повної характеристики моделі потрібно задати ще обсяги загальних інвестицій. Для прикладу приймаємо, що вони дорівнюють умовній величині  $K$ .

Згідно із застосованим алгоритмом розв'язання сформульованої моделі отримаємо такий поділ сумарних інвестицій:

$$K_1 = \frac{1}{5}(1 + 1,8728s)K;$$

$$K_2 = \frac{1}{5}(1 + 0,1492s)K;$$

$$K_3 = \frac{1}{5}(1 - 0,4254s)K;$$

$$K_4 = \frac{1}{5}(1 - 0,7125s)K;$$

$$K_5 = \frac{1}{5}(1 - 0,8849s)K.$$

Поділ інвестицій залежить від параметра  $s$ , котрий характеризує локальні відхилення від пропорційного поділу.

Останній здійснюється при  $s = 0$ , тобто коли  $K_i \equiv \frac{1}{5}K$ .

Розглянемо варіант поділу, за якого інвестиції не скеровуються за напрямом з мінімальною ефективністю, тобто при  $K_5 = 0$  або при  $s = 1,13$ .

В цьому варіанті отримаємо такий поділ інвестицій:

$$K_1 = 0,6233K;$$

$$K_2 = 0,2337K;$$

$$K_3 = 0,1038K;$$

$$K_4 = 0,0390K;$$

$$K_5 = 0,0000.$$

Як бачимо, близько 60 % інвестицій здійснюється у напрямі з найбільшою ефективністю. Але все-таки значна частина (близько 40 %) інвестицій скеровується за іншими напрямками з меншою ефективністю їх використання, тобто забезпечується диверсифікація розподілу інвестицій.

Порівняємо ефекти, отримані у двох варіантах розподілу інвестицій – пропорційному та оптимальному із врахуванням вибраних обмежень.

У пропорційному варіанті розподілу інвестицій ефект дорівнює:

$$E_I = \frac{1}{5}(1 + 0,5 + 0,3333 + 0,25 + 0,20)K = 0,4567K;$$

Визначаємо ефект для варіанта оптимального розподілу інвестицій:

$$E_{II} = (0,6233 + 0,5 \cdot 0,2337 + 0,3333 \cdot 0,1038 + 0,25 \cdot 0,0390)K = 0,7844K;$$

$$\text{Відношення ефектів } E_I \text{ і } E_{II} \text{ становить: } \frac{E_{II}}{E_I} = \frac{0,7844K}{0,4567K} = 1,7175.$$

За другим варіантом поділу ефект від реалізації інвестиційної програми зріс на 71 %. Причина такого результату полягає в тому, що певні пріоритети надаються напрямам із більшою ефективністю інвестицій. Одночасно також інвестиції спрямовуються і на інші типи інфраструктури.

Зауважимо, що процес поділу інвестицій доцільно розглядати і в динаміці. Після реалізації деякої частини інвестиційної програми модель розв'язують в нових умовах і для інших використаних констант.

Другий приклад реалізації розглянутої економіко-математичної моделі стосується оптимізації за фактичними даними поділу інвестицій між воєводствами Польщі з метою зменшення газових забруднень середовища.

В цій задачі доцільно вважати, що основним чинником ефективності інвестицій є густина населення на території. Як параметр  $Z$  взято обсяги емісій газових забруднень території.

Статистичні дані про густину населення та величину газових забруднень у регіонах Польщі взято зі статистичного щорічника [2]. Відповідні дані наведено у табл. 1.

Таблиця 1

**Чисельність населення та емісія газових викидів**

№ з/п	Воєводство	Емісія газових викидів, тис. т, $Z$	Густина населення на $1 \text{ km}^2$ , $b$
1	Нижньосілезьке	88	144
2	Куявсько-Поморське	59	115
3	Люблінське	33	86
4	Любуське	29	72
5	Лодзинське	144	140
6	Малопольське	156	217
7	Мазовецьке	157	146
8	Опольське	60	110
9	Підкарпатське	21	118
10	Підляське	11	59
11	Поморське	35	121
12	Сілезьке	695	377
13	Свентокшиське	84	109
14	Вармінсько-Мазурське	9	59
15	Великопольське	160	114
16	Західнопоморське	43	74

Під час кількісних обчислень модель розв'язана для  $K=1$ , що не впливає на об'єктивність результатів.

Розв'язки моделі подано у табл. 2, де також наведено дані щодо пропорційного поділу інвестицій.

Таблиця 2

**Результати оптимізації розподілу інвестицій**

№	Воєводство	Пропорційний розподіл інвестицій	Оптимальний розподіл інвестицій
1	Нижньосілезьке	0,0490	0,0259
2	Куявсько-Поморське	0,0330	0,0209
3	Люблінське	0,0190	0,0142
4	Любуське	0,0160	0,0127
5	Лодзинське	0,0810	0,0168
6	Малопольське	0,0870	0,0428
7	Мазовецьке	0,0880	0,0144
8	Опольське	0,0340	0,0208
9	Підкарпатське	0,0120	0,0103
10	Підляське	0,0060	0,0057
11	Поморське	0,0200	0,0155
12	Сілезьке	0,3840	0,7566
13	Свентокшиське	0,0470	0,0218
14	Вармінсько-Мазурське	0,0050	0,0047
15	Великопольське	0,0900	0,0000
16	Західнопоморське	0,0240	0,0164

Порівняння двох розподілів показує, що в оптимальному варіанті потрібно вдвічі збільшити частку інвестицій для Сілезького воєводства, де найбільша густина населення на 1 км<sup>2</sup>, а також найбільша емісія газових викидів. Розрахунок показує, що за пропорційного розподілу інвестицій сумарний ефект дорівнює –  $E_I = 228,8$ , а за оптимального –  $E_{II} = 316,8$ . Отже, оптимізація дає змогу збільшити ефект на 40 %.

### **Висновки**

1. Оптимізацію регіональних інвестиційних програм слід вважати важливим напрямом наукових досліджень та практичних розробок. Одним з конкретних завдань є проблема визначення показників та критеріїв ефективності інвестицій з врахуванням низки регіональних особливостей економічного розвитку.

2. Відомий економіко-математичний апарат після доопрацювання можна використати для формулювання і розв'язання оптимізаційних задач щодо регіонального розподілу інвестицій.

3. Інтерпретація розробленого методичного підходу із використанням конкретних статистичних даних воєводств Польщі та розробленого комп'ютерного програмного забезпечення свідчить про доцільність постановки та розв'язання задач оптимізації інвестицій на регіональному рівні.

### **Перспективи подальших досліджень**

Обгрунтовано та розроблено підходи до оптимізації програм розподілу інвестицій є перспективним напрямом досліджень як у теоретичному, так і в практичному аспектах. На сучасному етапі формування та розподіл інвестицій, спрямованих на інноваційний розвиток господарства, потребує вдосконалення та поглиблення розробок, які б створили методичну базу щодо виконання нагальних завдань із забезпечення сталого економічного зростання країни.

*1. Войцеховська В. Економічне оцінювання та вибір варіантів інноваційного розвитку підприємств машинобудування: автореф. дис. ... канд. екон. наук // Національний університет "Львівська політехніка", Львів, 2007. 2. Rocznik statystyczny Rzeczypospolitej Polskiej 2008, 2009. 3 Statistics for Business and Economics, Revised, 10th Edition/Kindle Edition. Thomas A. Williams, 2010. – 4056 p.*