

## АДАПТИВНИЙ АЛГОРИТМ ОПЕРАТИВНОГО GPS-ГЕОДЕЗИЧНОГО КОНТРОЛЮ

**О. Мельник**

Волинський національний університет імені Лесі Українки

### Постановка проблеми

Відомо, що ефективність геодезичних моніторингових спостережень забезпечується просторово-часовою та економічною оптимізацією геодезичних робіт [1, 2]. Сучасний підхід до геодезичного моніторингу передбачає оптимізацію на всіх його етапах: стадія проектування геодезичних побудов; методика виконання вимірів; опрацювання та інтерпретація результатів вимірювань [3]. Всі ці питання сьогодні є актуальними.

### Зв'язок із важливими науковими і практичними завданнями

Впродовж 1988–2003 рр. ми виконували систематичні геодезичні роботи (нівелювання II класу, розрядна полігонометрія та GPS-спостереження) за станом ґрунтової греблі Хмельницької АЕС [4].

### Аналіз останніх досліджень та публікацій, які стосуються вирішення цієї проблеми

Важливими питаннями застосування методів GPS-спостережень в інженерних цілях є ефективність розв'язання нелінійних різницево-віддалемірних задач [2, 5]. Незважаючи на численну літературу [1, 2, 6], немає однозначності щодо доцільності введення в режимі on-line поправок за атмосферні впливи тощо. Ці питання тісно пов'язані з підвищенням оперативності обчислювальних процесів.

**Метою досліджень** є розроблення надійного та оперативного алгоритму GPS-координатних визначень, адаптованого до умов геодезичних мереж спеціального призначення.

### Виклад основного матеріалу проблеми

Опрацювання задачі коригування GPS-координатних визначень можна сформулювати так. Запишемо нелінійну навігаційно-віддалемірну задачу так:

$$U = [u_1 u_2 u_3 b]^T \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^3 (x_{ij} - u_j)^2 = (r_i - b)^2, \quad i = 1 \rightarrow 4, \quad (2)$$

де  $u_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) – координатні компоненти пункту спостереження;  $b$  – систематична похибка часу.

Вектор  $U = [u_1 u_2 u_3 b]^T$  можна визначити безпосередньо, якщо виміряні псевдовіддалі  $R = [r_1 r_2 r_3 r_4]^T$  і відомі координатні компоненти супутників  $u_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ), але цей підхід в польових умовах є неефективним.

Натомість запропонований нами підхід [4] передбачає знаходження рішення (2) в околі поточної оцінки пункту спостереження, зокрема послідовним

вирахуванням координатних корекцій через оцінки нових залишкових похибок.

Згідно з (2) запишемо:

$$r_i = \left[ (x_{i1} - u_1)^2 + (x_{i2} - u_2)^2 + (x_{i3} - u_3)^2 \right]^{1/2} + b. \quad (3)$$

Розкладаючи в ряд Тейлора (3), отримаємо:

$$r_i = \bar{r}_i + (\partial r_i / \partial U) \cdot \delta U + \dots, \quad (4)$$

де  $\bar{U}$  – оцінка вектора  $U$ ;  $\bar{r}_i$  – вираховане значення з (3).

Опускаючи похідні вищого порядку (другого і вище), запишемо базове диференціальне рівняння у вигляді:

$$\delta r_i = [(\partial r_i / \partial u_1)(\partial r_i / \partial u_2)(\partial r_i / \partial u_3)(\partial r_i / \partial b)] \delta U, \quad (5)$$

де  $\delta r_i = r_i - \bar{r}_i$  і  $\delta U = U - \bar{U}$ .

Відповідно у компактній формі

$$\delta r_i \equiv h_i \delta U, \quad (6)$$

де  $h_i$  – вектор-рядок в формулі (5) має вигляд:

$$h_i = \left[ \frac{u_1 - x_{i1}}{r_i - b} \quad \frac{u_2 - x_{i2}}{r_i - b} \quad \frac{u_3 - x_{i3}}{r_i - b} \quad 1 \right]. \quad (7)$$

Отже, для випадку з чотирма супутниками

$$\delta R = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{bmatrix} \cdot \delta U = H \delta U, \quad (8)$$

де  $H$  – матриця  $4 \times 4$  складових  $R$  відносно  $U$ , оцінювана за вектором  $\bar{U}$  і  $R = [r_1 r_2 r_3 r_4]^T$ .

Очікувану оцінку позиції спостережуваного пункту отримують, розв'язавши рівняння (8):

$$\delta U = H^{-1} \delta R. \quad (9)$$

Пропонується ітеративний процес обчислення оберненої матриці  $H$  в (8) здійснювати за методом Хотеллінга [7, 8]. Припустимо, що для обчислення початкового значення матриці  $H$  після вибору чотирьох супутників буде використано стандартний алгоритм знаходження оберненої матриці  $H$ . Існування оберненої матриці  $H$  забезпечується відповідним вибором конфігурації чотирьох супутників.

Реалізація ітеративного алгоритму Хотеллінга така:

$$G_m = G_{m-1} (2I - H G_{m-1}), \quad m = 1, 2, \dots \quad (10)$$

де  $G_0$  – початкова оцінка  $H$ .  $G_1, G_2, G_3, \dots$  послідовно наближаються до  $H$ , якщо

$$\|I - H G_0\| = \|F_0\| = k < 1. \quad (11)$$

Точність обчислень пропорційна до значень:

$$\|G_m - H^{-1}\| \leq \|G_0\| k^{2m} / (1 - k). \quad (12)$$

При цьому норма

$$\|X\| \equiv \max_i \sum_{j=1}^n |X_{ij}|. \quad (13)$$

Остаточню запропонований алгоритм працює за такою схемою:

- 1) отримується оцінка вектора  $U$  за вибраним сузір'ям чотирьох супутників. Розраховують  $G = H^{-1}$ ;
- 2) обчислюється для  $i = 1 \rightarrow 4$   $r_i$  та  $x_{ij}$ ;
- 3) за формулою (3) вираховується  $\bar{r}_i$  з  $\bar{U}$  для  $i = 1 \rightarrow 4$ ;
- 4) обчислюється  $\delta R = R - \bar{R}$ ;
- 5) за формулою (7) знаходять  $H$ ;
- 6) потрібно поновити  $G$  одиночним проходженням (10), як показано в роботі [8], необхідна точність забезпечується одиночним повторенням;
- 7) обчислити  $\delta U = G\delta R$ ;
- 8) знайти нову оцінку положення  $\bar{U} = \bar{U} + \delta U$ ;
- 9) якщо  $\delta U > \varepsilon$  (встановленого допуску), тоді повторити кроки (п.п. 3–8), інакше повернутися до кроку (п. 2).

#### Висновок

Запропонований алгоритм забезпечує дуже прості й оперативні GPS-координатні визначення.

#### Література

1. Третяк К.Р. Планування та оптимізація GPS-вимірів у геодезичних мережах / К.Р. Третяк // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – № 56. – С. 57–67.
2. Урмаев М.С. Определение геодезических координат пункта по результатам радиотехнических наблюдений навигационных спутников / М.С. Урмаев // Изв.вузов, Серия "Геодезия и аерофотосъемка. – 1991. – № 6. – С. 61–72.
3. Куштин И.Ф. Геодезия / И.Ф. Куштин // Изд. ПРИОР, 2001. – 446 с.
4. Мельник В. Вариант оперативного контролю за эксплуатационным станом греблі ХАЕС / В. Мельник, О. Мельник // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Вип. 1(17), 2009. – С. 178–186.
5. Барабанов О.О. Математические задачи дальномерной навигации / О.О. Барабанов, Л.П. Барабанова. – М.: Физматлит, 20007. – 266 с.
6. Шестопалов В.Л. Итеративный алгоритм решения навигационно-геодезической задачи для спутниковой радионавигационной системы (СРНС) Навстар / В.Л. Шестопалов // Известия вузов. Геодезия и аерофотосъемка, 1991. – № 4. – С. 50–53.
7. Noe P., Mayers K.A., Wu T.K. A navigation algorithm for the low-cost receiver / Navigation (USA), 1978. – V. 25. – № 2. – P. 166–172.

#### Адаптивний алгоритм оперативного GPS-геодезичного контролю

О. Мельник

Наведено простий і оперативний алгоритм GPS-координатних визначень, адаптований для умов геодезичних мереж спеціального призначення.

#### Адаптивный алгоритм оперативного GPS-геодезического контроля

А. Мельник

Приведен простой и оперативный алгоритм GPS-координатных определений, адаптированный для условий геодезических сетей специального назначения.

#### Adaptive algorithm operating GPS-geodetic control

A. Melnyk

In the article the simple and efficient algorithm for GPS-coordinate definitions adapted to the conditions of geodetic networks for special purpose.



### EUREF 2011

25–28 травня 2011 р.  
м. Кишинев, Молдова

Відбудеться черговий EUREF симпозиум з питань функціонування європейської перманентної мережі EPN та подальшого вдосконалення загальноєвропейської референсної системи координат ETRS89 і вертикальної системи EVRS.

Більше інформації на <https://sites.google.com/site/euref2011/>