

## ДОСЛІДЖЕННЯ АНАЛІТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТРОПОСФЕРНОЇ ЗАТРИМКИ

Б. Паляниця

Національний університет "Львівська політехніка"

**Ключові слова:** супутникові виміри, тропосферна затримка.

### Постановка проблеми

Розвиток сучасних геодезичних технологій вимагає нового вирішення проблеми точнішого визначення і врахування впливу атмосфери у результати вимірювань, отриманих із застосуванням цих технологій. Вагома частка впливу атмосфери зумовлена тропосферою, тобто нижньою її частиною. Вплив цієї частини атмосфери на супутникові GPS-виміри називають тропосферною затримкою  $\Delta S_{trop}$ , надалі  $\Delta S$ .

При використанні біекспоненційної моделі атмосфери тропосферну затримку розділяють на суху (гідростатичну)  $\Delta S_h$  та вологу (негідростатичну)  $\Delta S_{nh}$  складові і розглядають як добуток значення затримки в зеніті ( $Z=0^\circ$ ) на функцію відображення  $m(Z)$  (mapping function), обчислену для відповідного значення зенітної відстані  $Z$ :

$$\Delta S = \Delta S_h^z \cdot m_h(Z) + \Delta S_{nh}^z \cdot m_{nh}(Z), \quad (1)$$

Це дає змогу комбінувати різні аналітичні моделі для визначення тропосферної затримки, тобто використовувати зенітну тропосферну затримку з моделі одного автора, а функцію відображення – з моделі іншого. Такі моделі дістали назву гібридних і викликають інтерес у дослідників.

Сьогодні існує цілий ряд формул для розрахунку як самих поправок  $\Delta S$ , зокрема  $\Delta S^z$ , так і функцій відображення.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій, які стосуються цієї проблеми

Проблему підвищення точності поправки  $\Delta S$  за вплив атмосфери на супутникові віддалені виміри, розрахованої за аналітичними формулами, можна розглядати двоюко: як підвищення точності складових поправки  $\Delta S$  в зеніті (при  $Z=0^\circ$ ), і як підбір найвідповідніших функцій відображення.

Оцінку точності функцій відображення виконували багато авторів, причому на різних зенітних відстанях, аж до  $Z=87^\circ$  [1].

$$m_i(\varepsilon) = \frac{1 + \frac{a_i}{b_i}}{1 + c_i} \cdot \frac{1}{\sin \varepsilon + \frac{a_i}{\sin \varepsilon + \frac{b_i}{\sin \varepsilon + c_i}}} + H_0 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{1}{\sin \varepsilon} - \frac{1 + \frac{a_{ht}}{b_{ht}}}{\sin \varepsilon + \frac{a_{ht}}{\sin \varepsilon + \frac{b_{ht}}{\sin \varepsilon + c_{ht}}}} \right], \quad (4)$$

### Постановка завдання

Метою цієї роботи є порівняння наявних функцій відображення та результатів обчислення складових тропосферної затримки.

### Виклад основного матеріалу

Для обчислення функції відображення серед відомих формул застосовуються, зокрема, такі.

Девіс [1] взяв за основу ідею Марєя і Маріні подання функції відображення у вигляді ланцюгового дробу:

$$m_{h,nh}(\varepsilon) = \frac{1}{\sin \varepsilon + \frac{a}{\operatorname{tg} \varepsilon + \frac{b}{\sin \varepsilon + c}}}, \quad (2)$$

де  $\varepsilon = 90^\circ - Z$  – кут нахилу (висота);  $a$ ,  $b$  – коефіцієнти, що залежать від приземних значень атмосферного тиску і температури повітря, а також від середнього градієнта зміни температури і висоти тропосфери; коефіцієнт  $c = -0,009$ .

Формули для розрахунку функції відображення Іфадіса і Герінга [1] також мають вигляд ланцюгового дробу:

$$m_i(\varepsilon) = \frac{1 + \frac{a_i}{b_i}}{1 + c_i} \cdot \frac{1}{\sin \varepsilon + \frac{a_i}{\sin \varepsilon + \frac{b_i}{\sin \varepsilon + c_i}}}. \quad (3)$$

Відмінність цієї формули від попередньої полягає у коефіцієнтах для розрахунку функції відображення для сухої і вологої складової. При розрахунках за формулою (3) індекс  $i$  змінюється так, що коефіцієнти для сухої складової дорівнюють:

$$a_i = a_h, \quad b_i = b_h, \quad c_i = c_h;$$

а для вологої:  $a_i = a_{nh}$ ,  $b_i = b_{nh}$ ,  $c_i = c_{nh}$  [1].

Формула Ніла має вигляд [2]:

$$\left[ \frac{1}{\sin \varepsilon} - \frac{1 + \frac{a_{ht}}{b_{ht}}}{\sin \varepsilon + \frac{a_{ht}}{\sin \varepsilon + \frac{b_{ht}}{\sin \varepsilon + c_{ht}}}} \right], \quad (4)$$

де

$$a_i = a_h(\varphi_i, t) = a_{h_{avg}}(\varphi_i) - a_{h_{amp}}(\varphi_i) \cos\left(2\pi \frac{\text{день} - 28}{365,25}\right) \quad (5)$$

при обчисленні сухої складової,  $a_{h_{avg}}(\varphi_i)$  визначає середнє значення коефіцієнта  $a_h(\varphi_i, t)$ ,  $a_{h_{amp}}(\varphi_i)$  – амплітуду зміни вищевказаного коефіцієнта протягом року, а саме задає річний хід зміни функції відображення, і як результат цього, самої тропосферної затримки;  $a_i = a_{nh}$  (див. таблицю) для вологої складової.

Під час обчислення вологої складової другий член формули (4) не враховується. Аналогічно і для коефіцієнтів  $b_i$  і  $c_i$ .

**Коефіцієнти обчислення функції відображення за формулою (5), розраховані для широти  $\varphi = 50^\circ$ , (м. Львів)**

$a_{ht} \cdot 10^5$	2,53	$a_{h_{avg}} \cdot 10^3$	1,237561
$b_{ht} \cdot 10^3$	5,49	$b_{h_{avg}} \cdot 10^3$	2,919982
$c_{ht} \cdot 10^3$	1,14	$c_{h_{avg}} \cdot 10^3$	63,75594
$a_{h_{amp}} \cdot 10^5$	2,901593	$a_{nh} \cdot 10^4$	5,865453
$b_{h_{amp}} \cdot 10^5$	4,429476	$b_{nh} \cdot 10^3$	1,471764
$c_{h_{amp}} \cdot 10^5$	31,16492	$c_{nh} \cdot 10^2$	4,414828

Якщо порівнювати формулу Ніла (1996) із формулами Іфадіса (1986) і Герінга (1992) то,

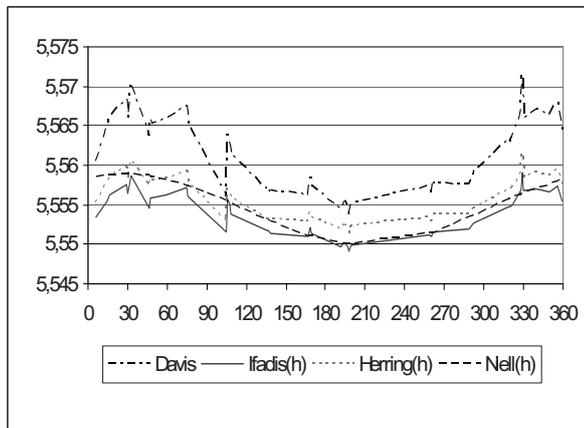


Рис. 1. Графіки функцій відображення для вологих складових при  $Z=80^\circ$

– функція відображення Девіса менше реагує на зміну метеорологічних величин;

– функція відображення Ніла для сухої складової, хоч і не залежить від метеорологічних величин, а лише від дня з початку року, все ж дає хороші результати порівняно із результатами, отриманими за іншими формулами;

– функція відображення Ніла для вологої складової не залежить ні від метеорологічних величин, ні від дня з початку року, тому на графіку (рис. 2) вона зображена прямою лінією.

окрім відмінності коефіцієнтів, у (4) є член, що залежить від висоти станції спостережень.

За формулами (2)–(4) виконувалися обчислення значень функцій відображення. Вихідними даними були виміри приземних значень метеорологічних величин на пункті спостережень (м. Львів), отримані на Львівській метеорологічній станції протягом одного року в один період доби ( $0^h$  по UTC). Загалом 43 виміри.

На основі отриманих результатів обчислення функцій відображення для сухих складових за формулами Девіса, Іфадіса, Герінга і Ніла (рис. 1) і для вологих складових за формулами Іфадіса, Герінга і Ніла (рис. 2) побудовано графіки зміни функцій відображення, обчислених протягом річного періоду, де на осі абсцис відкладено дні від початку року, а на осі ординат – значення функцій відображення на зенітній відстані  $80^\circ$ .

Аналіз отриманих результатів свідчить, що:

– результати, одержані за формулами Іфадіса і Герінга, є близькими як для сухої складової, так і для вологої, причому у формулі Герінга коефіцієнти  $a$  і  $b$  залежать лише від температури  $t_0$ , тому крива, що відповідає функції відображення, обчислений за цією формулою, має вираженіший сезонний характер зміни, як і зміна самого значення  $t$ ;

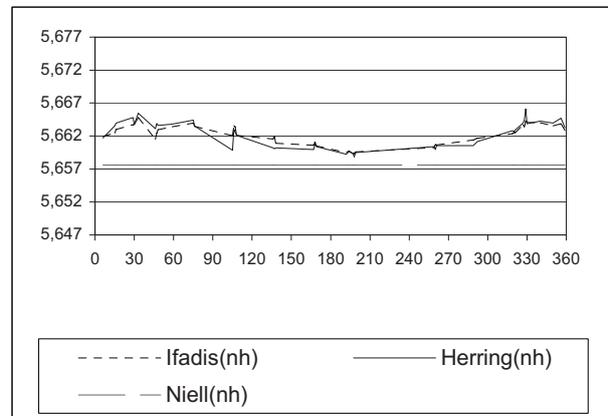


Рис. 2. Графіки функцій відображення для сухих складових при  $Z=80^\circ$

Надалі порівнювалися значення складових атмосферної поправки, отриманих із використанням вищевказаних функцій відображення. Зенітні значення складових обчислені за формулами Саастамойнена [3]:

$$\Delta S_h^z = \frac{0,002277 \cdot P_0}{1 - 0,0026 \cos 2\varphi - 0,00000028 \cdot H_0}, \quad (6)$$

$$\Delta S_{nh}^z = 0,002277 \left( \frac{1255}{T_0} + 0,05 \right) \cdot e_0, \quad (7)$$

де  $P_0$ ,  $T_0$ ,  $e_0$  – приземні значення метеорологічних величин ( $P_0$  і  $e_0$  в мбарах,  $T_0$  в °K);  $H_0$  і  $\varphi$  – висота і географічна широта станції спостережень, відповідно.

Для порівняння визначено різниці  $\delta S$  складових за формулою:

$$\delta S = \Delta S_i - \Delta S_B,$$

де  $\Delta S_B$  – складова, обчислена із використанням функції відображення Іфадіса, взятої за вихідну;  $\Delta S_i$  – складова, обчислена із використанням інших функцій відображення (Девіса, Хопфілд, Герінга, Ніла). Результати цих обчислень наведені на рис. 3 і 4.

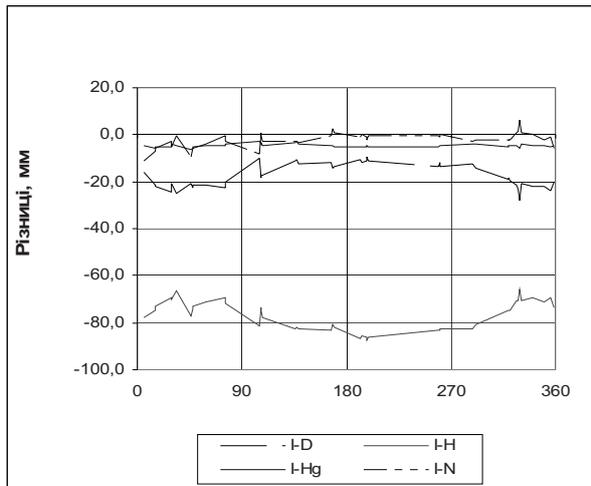


Рис. 3. Різниці сухих складових, обчислених за різними аналітичними моделями при  $Z=80^\circ$

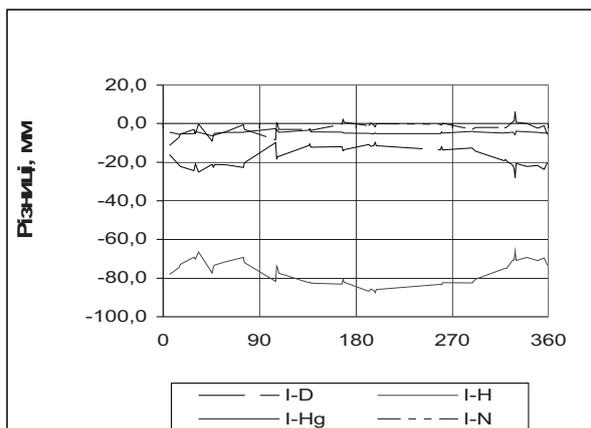


Рис. 4. Різниці вологих складових, обчислених за різними аналітичними моделями при  $Z=80^\circ$

Із графіків рис. 3 видно, що різниці сухих складових Іфадіс–Девіса (I-D), Іфадіс–Герінга (I-Hg) та Іфадіс–Ніл (I-N) є порівняно малими і не перевищують 2 см на зенітній відстані  $80^\circ$ . Різниці Іфадіс–Хопфілд (I-H) істотніші і становлять близько 8 см. Коливання протягом року усіх різниць є незначними і лежить в межах 2 мм.

Стосовно різниць вологих складових, то, як видно з (рис. 4), різниці Іфадіс–Герінга (I-Hg) та Іфадіс–Ніл (I-N) є незначними, різниці Іфадіс–Девіса (I-D) та Іфадіс–Хопфілд (I-H) значно більші і залежать від пори року. У літній період різниці вологих складових (I-D) досягають 5 мм, а (I-H) – 17 мм.

### Висновок

За результатами досліджень можна зробити висновок, що функції відображення Герінга, Іфадіса і Ніла дають досить близькі між собою результати. Тому для обчислення тропосферної затримки під час опрацювання GPS-вимірювань, виконаних у західних регіонах України, можна рекомендувати саме ці формули.

### Література

1. Mendes V.B., Langley R.B. A comprehensive analysis of mapping functions used in modeling tropospheric propagation delay in space geodetic data // International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation, Banff, Canada, August 30–September, 1994.
2. Niel A.E. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths // Journal of Geophysical Research, Vol.101, №. B2. – P. 3227–3246.
3. Saastamoinen J. Contributions to the Theory of Atmospheric Refraction // Bull. Geod. – 1972. – № 107. – P. 13–34.

### Дослідження аналітичних моделей тропосферної затримки

Б. Паляниця

Описано дослідження функцій відображення, що використовуються в аналітичних моделях розрахунку атмосферних поправок у спутникові GPS виміри.

### Исследование аналитических моделей тропосферной задержки

Б. Паляниця

Приведены результаты исследования функций отображения, используемых в аналитических моделях расчета атмосферных поправок у спутниковые GPS-измерения.

### Investigations of analytical models of atmospheric delay

B. Palianytsia

Investigations of the mapping functions which are used in analytical models for calculation of the atmospheric corrections at the satellite GPS-measurements are given.