

УДК 528.72:616.-073.585

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СПУТНИКОВОГО СКАНЕРНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ТИПА

В. Шавук

ФГУП “Северо-Кавказское аэрогеодезическое предприятие”

**Ключевые слова:** математическая модель, спутниковое сканирование.

### Введение

Сканерный снимок отличается от снимка центральной проекции тем, что изображение формируется не мгновенно, а в течение некоторого времени на протяжении определенного отрезка орбиты спутника. Время формирования кадра сканерных изображений может исчисляться несколькими секундами. Их обработка усложняется в связи с тем, что необходимо с высокой точностью учитывать поведение космического аппарата на интервале формирования кадра.

Существующие методы фотограмметрической обработки спутниковых сканерных снимков не учитывают основную составляющую геометрии их изображения – время  $\Delta t$  формирования изображения.

Использование точной баллистической модели движения спутника и математической модели ориентации сканирующего устройства, предполагающей изменения ее во времени, позволяет ориентировать сканерный снимок с погрешностью, не превышающей одного-двух элементов разрешения снимка. Однако указанные наборы исходных данных не являются универсальными и для каждого спутника свои. И, главное, они не предоставляются пользователю при покупке им космических изображений. По этой причине необходима универсальная строгая модель сканерного снимка, которая учитывала бы геометрию сканерного изображения и была бы пригодна для обработки любых космических изображений.

### Математическая модель динамического типа

Учитывая геометрию формирования спутникового сканерного изображения, общую математическую модель сканерного снимка логично представить совокупностью двух частных моделей:

1.  $F_{ST}(X_S, Y_S, Z_S, \alpha, \omega, \chi)$ .
2.  $F_{DIN}(V_X, V_Y, V_Z, V_\alpha, V_\omega, V_\chi, \Delta t)$ .

Первая из них – *статическая модель*, которая описывает стандартную центральную проекцию общей виртуальной связки проектирующих лучей снимка, вторая – *корректирующая ее динамическая модель* – дополняет статическую модель, описывая конкретное для каждой строки множество локальных связей, и отражает динамику формирования каждой локальной связки относительно общей виртуальной связки сцены. Из такой конструкции следует, что статическая модель будет описывать постоянные ЭВО, общие для всех чек снимка ЭВО:  $X_S, Y_S, Z_S, \alpha, \omega, \chi$ , характеризующие усредненное положение спутника на активном отрезке  $\Delta s$  орбиты. Корректирующая ее динамическая модель

описывает изменения общих ЭВО для каждой точки изображения в функции от времени. При таком подходе отражается суть физических процессов, происходящих при формировании геометрии изображения космического снимка сканерного типа.

Уравнения связи для статической модели имеют стандартный вид. Выражения для динамической составляющей получили, учитывая условия формирования сцены за общее время  $\Delta t$  пролета спутником активного отрезка  $\Delta s$  орбиты.

Итак, пусть спутник движется по орбите со скоростью  $V$ . Тогда разница в пространственном и угловом положении спутника для текущей точки  $i$  снимка и всей его сцены определяется в топоцентрической системе координат  $OXYZ$  такими выражениями:

$$\Delta X_{Si} = \int_{t_0}^{t_i} V_X dt; \quad \Delta Y_{Si} = \int_{t_0}^{t_i} V_Y dt; \quad \Delta Z_{Si} = \int_{t_0}^{t_i} V_Z dt; \quad (2)$$

$$\Delta \alpha_i = \int_{t_0}^{t_i} V_\alpha dt; \quad \Delta \omega_i = \int_{t_0}^{t_i} V_\omega dt; \quad \Delta \chi_i = \int_{t_0}^{t_i} V_\chi dt, \quad \Delta \chi_i = \int_{t_0}^{t_i} V_\chi dt,$$

Если принять, что за время экспозиции сцены скорость движения спутника не изменяется: т.е.  $V_i = const$ , то по правилам дифференциального исчисления получим искомые выражения:

$$\Delta X_{Si} = V_X \Delta t_i; \quad \Delta Y_{Si} = V_Y \Delta t_i; \quad \Delta Z_{Si} = V_Z \Delta t_i; \quad (3)$$

$$\Delta \alpha_{Si} = V_\alpha \Delta t_i; \quad \Delta \omega_{Si} = V_\omega \Delta t_i; \quad \Delta \chi_{Si} = V_\chi \Delta t_i;$$

Постоянные  $V_X, V_Y, V_Z$  являются проекциями вектора скорости  $V$  движения спутника на оси координат топоцентрической системы. Постоянные  $V_\alpha, V_\omega, V_\chi$  отражают суммарное влияние суточного вращения Земли, а также спутника по трем степеням свободы. Переменная  $\Delta t_i$  соответствует разнице во времени формирования текущей точки и центральной точки снимка. Комбинации семи указанных параметров образуют шесть динамических ЭВО снимка:  $X_S^0, Y_S^0, Z_S^0, \alpha^0, \omega^0, \chi^0$ , которые изменяются в функции от времени.

С учетом сказанного искомая строгая математическая модель динамического типа для сканерного снимка принимает вид:

$$X = X_S + X_S^0 + (Z - Z_S - Z_S^0) \frac{X'}{Z'};$$

$$Y = Y_S + Y_S^0 + (Z - Z_S - Z_S^0) \frac{Y'}{Z'}; \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \Pi * \Pi^0 * \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -f \end{pmatrix}$$

Основная постоянная матрица  $\Pi$  общего поворота кадрового снимка и корректирующая ее переменная динамическая матрица  $\Pi^0$  включают по девять направляющих косинусов. Произведение этих матриц фиксирует угловое положение  $\Pi$  любой точки сканерного снимка в пространстве OXYZ местности:

$$\Pi^0 = \begin{pmatrix} a_1^0 & a_2^0 & a_3^0 \\ b_1^0 & b_2^0 & b_3^0 \\ c_1^0 & c_2^0 & c_3^0 \end{pmatrix}, \Pi = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix},$$

$$\Pi * \Pi^0 = \Pi. \quad (5)$$

Матричные произведения направляющих косинусов  $a_i, b_i, c_i$  и  $a_i^0, b_i^0, c_i^0$  статической и динамической составляющих общей математической модели сканерного снимка определяют обобщенные направляющие косинусы  $\bar{a}_i, \bar{b}_i, \bar{c}_i$  сканерного снимка.

Пространственные фотограмметрические координаты  $\bar{X}', \bar{Y}', \bar{Z}'$  с началом системы координат в центре сканерного снимка выражаются через его обобщенные направляющие косинусы  $\bar{a}_i, \bar{b}_i, \bar{c}_i$  и измеренные координаты  $x_i, y_i$ :

$$\begin{aligned} \bar{X}' &= \bar{a}_1(x - x_0) + \bar{a}_2(y - y_0) - \bar{a}_3 f; \\ \bar{Y}' &= \bar{b}_1(x - x_0) + \bar{b}_2(y - y_0) - \bar{b}_3 f; \\ \bar{Z}' &= \bar{c}_1(x - x_0) + \bar{c}_2(y - y_0) - \bar{c}_3 f. \end{aligned} \quad (6)$$

Динамические параметры модели сканерного снимка выражаются через текущее значение времени  $\Delta\tau_i$  и соответствующие проекции скорости  $V_i$  спутника:

$$\begin{aligned} X_s^\circ &= V_x * \Delta\tau_i; Y_s^\circ = V_y * \Delta\tau_i; Z_s^\circ = V_z * \Delta\tau_i; \\ \alpha^\circ &= V_\alpha * \Delta\tau_i; \omega^\circ = V_\omega * \Delta\tau_i; \chi^\circ = V_\chi * \Delta\tau_i. \end{aligned} \quad (7)$$

Очевидно, что при  $\Delta\tau_i = 0$  выражения модели вырождаются в коллинеарные зависимости центральной проекции стандартного вида. Поэтому в соответствии со спецификой этой математической модели полное решение обратной фотограмметрической засечки производится в два этапа. На первом этапе предполагается, что ориентируемый сканерный снимок является кадровым. Этого достигают, приняв условие:

$$\Delta\tau_i = 0.$$

В результате такого решения ОФЗ определяются приближенные значения ЭВО кадрового снимка, которые принимают как начальное приближение для второго этапа. Знание этих приближенных значений обеспечивает попадание в область сходимости решения задачи ОФЗ, поскольку увеличение числа неизвестных в общей математической модели сканерного снимка привело, естественным образом, к ухудшению обусловленности системы уравнений погрешностей.

На втором этапе осуществляется полное решение задачи ОФЗ методом итераций с целью определения всех 12 неизвестных. Необходимо решить переопределенную систему уравнений погрешностей, которая составляется на основе измерений на снимке пиксельных координат опорных точек. При этом каждая точка

позволяет составить два уравнения погрешностей такого вида:

$$\begin{aligned} a_x \delta X_s + b_x \delta Y_s + c_x \delta Z_s + d_x \delta \alpha + e_x \delta \omega + f_x \delta \chi + \\ + k_x \delta V_x + l_x \delta V_y + m_x \delta V_z + n_x \delta V_\alpha + p_x \delta V_\omega + \\ + q_x \delta V_\chi + (X)_i - X_i = v_{xi}; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} a_y \delta X_s + b_y \delta Y_s + c_y \delta Z_s + d_y \delta \alpha + e_y \delta \omega + f_y \delta \chi + \\ + k_y \delta V_x + l_y \delta V_y + m_y \delta V_z + n_y \delta V_\alpha + p_y \delta V_\omega + \\ + q_y \delta V_\chi + (Y)_i - Y_i = v_{yi} \end{aligned} \quad (9)$$

Описанные зависимости были положены в основу программного обеспечения системы Ortho/Neva, входящую в состав более общей цифровой системы – StereoSpace, которая предназначена для полной фотограмметрической обработки спутниковых изображений высокого разрешения.

### Выводы

Предложенная строгая математическая модель динамического типа для сканерного снимка позволяет производить фотограмметрическую обработку космических изображений высокого разрешения с точностью 0.5–1.0 pxl. Эта модель является универсальной и применима для обработки спутниковых снимков любых типов, получаемых как в синхронном, так и в асинхронном режимах съемки.

### Литература

1. Шавук В.С. Теоретическое обоснование цифровой фотограмметрической системы обработки космических снимков высокого разрешения: автореферат / В.С. Шавук. – М.: МИИГАиК, 2009.
2. Погорелов В.В. Анализ математических моделей при фотограмметрической обработке космических снимков / В.В. Погорелов, В.С. Шавук. – М.: Геодезия и картография, 2009. – № 3.
3. Чекалин В.Ф. Цифровая фотограмметрическая система “Ortho/Neva”, v.1.0. Руководство пользователя / В.Ф. Чекалин. – М., 2006.

### Математическая модель спутникового сканерного изображения динамического типа

В. Шавук

Предложено универсальную математическую модель для обработки спутниковых снимков любых типов, получаемых как в синхронном, так и в асинхронном режимах съемки.

### Математична модель спутникового лазерного зображення динамічного типу

В. Шавук

Запропоновано універсальну математичну модель для обробки супутникових космічних знімків, отриманих у синхронному та асинхронному режимах знімання.

### Mathematical model of satellite scanner image of the dynamic type

V. Shavuk

The universal mathematical model is proposed for space satellite images processing, that has been obtained in synchronous and asynchronous modes capture.