УДК 616.12:519.218

В. Дунець
Тернопільський національний технічний університет ім. І.Пулюя
кафедра біотехнічних систем

СТОХАСТИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОКАРДІОСИГНАЛУ ДЛЯ ЗАДАЧІ ДІАГНОСТИКИ СТАНУ СЕРЦЯ ПІД ЧАС ФІЗИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Розлянуто проблему діагностики функціонального стану серця в автоматизованих діагностичних кардіосистемах, а саме вибір стохастичної математичної моделі для задачі опрацювання електрокардіосигналу під час фізичного навантаження. Викладено спосіб розв'язання цієї проблеми із використанням моделі електрокардіосигналу у вигляді періодично корельованого випадкового процесу, у структурі якої поєднано властивості стохастичності та періодичності.

Ключові слова: електрокардіосигнал, математична модель, періодично корельований випадковий процес.

The problem of diagnostics of the functional state of heart is considered in automated diagnostic cardiosystems, namely, choice of stochastic mathematical model for the task of working of electrocardiosignal at the physical loading. The method of decision of this problem is expounded, utillizing the model of electrocardiosignal as the periodically correlated stochastic process, which in it combines properties of stochastic a structure with periodicity.

Keywords: electrocardiosignal, mathematical model, periodically correlated stochastic process.

Постановка проблеми

Дослідження стану серцево-судинної системи під впливом фізичних навантажень є актуальною проблемою сучасної кардіології та спортивної медицини, а розроблення комп'ютерної системи для автоматизованої діагностики адаптивно-регулятивних можливостей людського організму є важливою науково-технічною проблемою. Це пов'язано з тим, що в медичній практиці для діагностики стану серця використовують автоматизовані діагностичні кардіосистеми (АДКС), в яких програмне забезпечення розроблене згідно з алгоритмом статистичного опрацювання електрокардіосигналу (ЕКС), обґрунтованим на підставі властивостей математичної моделі. Структура побудови АДКС зображена на рис. 1.

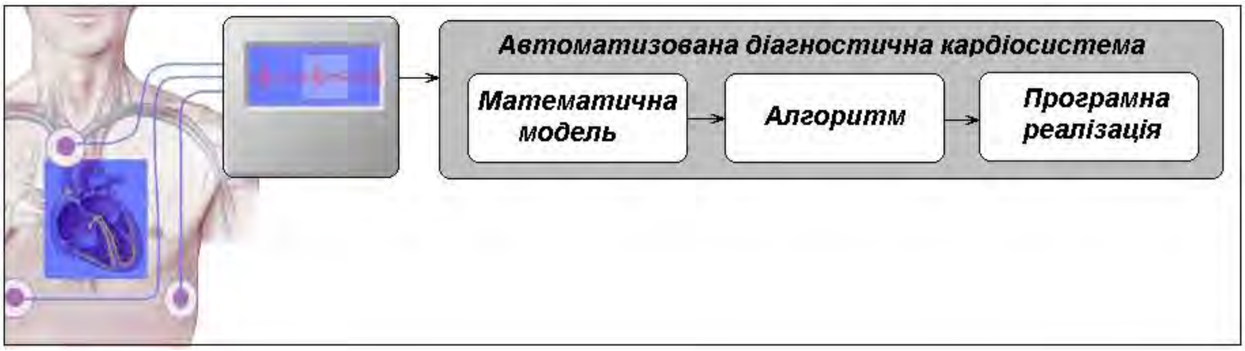


Рис.1. Структура побудови автоматизованих діагностичних кардіосистем

Вирішальним етапом тріади: «модель – алгоритм – програмна реалізація» під час побудови АДКС є вибір математичної моделі [1]. Ця модель повинна містити інформативну характеристику –

ознаку зміни електрокардіосигналу під час фізичного навантаження, що дасть можливість обґрунтувати алгоритми вимірювання і опрацювання сигналів та інтерпретації отриманих результатів. Така модель повинна поєднувати у своїй структурі властивості випадковості (зміна функціонального стану серця) із повторюваністю (ритмічна робота серця).

Аналіз останніх досліджень

Сьогодні з літературних джерел відомо, що є два підходи до побудови математичних моделей ЕКС – детермінований і стохастичний.

Із детермінованих математичних моделей ЕКС відомі моделі у вигляді періодичної функції, що описують форму одного серцевого циклу [2,3]. Його характеристиками є амплітуди зубців PQRST, сегментів (відстань між двома зубцями) та інтервалів (сукупність зубців та інтервалів) Однак такі моделі на враховують стохастичного характеру ЕКС, пов’язаного з функціональним станом серця.

Із виконаних за стохастичним підходом відомою є математична модель у вигляді стаціонарного випадкового процесу, основними характеристиками якого є: математичне сподівання, дисперсія та середньоквадратичне відхилення. Методи опрацювання ЕКС та його інформативні ознаки подано у табл. 1.

Таблиця 1

Відомі методи опрацювання ЕКС та його інформативні ознаки

Метод аналізу	Інформативні ознаки
Морфологічний метод	Амплітуда зубців P,Q,R,S,T,U
	Часові тривалості зубців P,Q,R,S,T,U
Статистичні методи	Оцінка математичного сподівання: $\hat{m}_x(t_k)=\frac{1}{N}\cdot\sum_{i=0}^{N}x_i(t_k),\quad t_k\in[0,T)$ *(мс)*, де $t_k=\Delta t\cdot k$ – значення часу в k-й точці ЕКС; $k=\overline{1,N}$ – точка графіка i-ї реалізації ЕКС. Δt – крок дискретизації
	Оцінка дисперсії: $\hat{d}_x(t_k)=\hat{s}_x^2(t_k)=\frac{1}{N-1}\cdot\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t_k)-\hat{m}(t_k)\right]^2$ (*мс*^{2})
	Оцінка середньоквадратичного відхилення: $\hat{s}_\Delta(t_k)=\hat{s}_x(t_k)\big/\sqrt{N}$ (*мс*)
Спектральний аналіз	Амплітудно- і фазово-частотні характеристики $X_n=\sum_{k=0}^{N-1}x(t_k)\cdot e^{-j2pnk/N},\quad n=0\ldots N-1$, де N – кількість відліків, n – номер частоти ЕКС, k – номер відліку

Методи, наведені у табл. 1, набули поширення і трактуються у певному сенсі як стандартні. Це зумовлено тим, що ці методи й процедури аналізу добре опрацьовані. Однак стаціонарна модель не враховує часової структури сигналу, яка є інформативною ознакою в ЕКС під час фізичного навантаження (зміни стану).

Також відомі моделі, що являють собою поєднання детермінованого та стохастичного підходів, а саме: адитивна, у вигляді суми періодичної детермінованої функції (тренд) та стаціонарного процесу; мультиплікативна – модульований періодичною функцією стаціонарний шум; та адитивно-мультиплікативна, яка є поєднанням їх – періодичний тренд плюс модульований з тим самим періодом стаціонарний шум. Однак структури таких моделей також не враховують фазово-часових відхилень, які виникають в ЕКС під час фізичного навантаження (зміна стану).

Постановка задачі

За допомогою аналізу відомих математичних моделей ЕКС встановлено, що для розв’язання задачі діагностики змін стану за ЕКС під час фізичного навантаження необхідно використати таку математичну модель, яка б враховувала часову структуру сигналу, наявну в ньому повторюваність та випадковість, спричинену змінами функціонального стану серця під час фізичного навантаження.

Обгрунтування вибору стохастичної моделі електрокардіосигналу для діагностики стану серця під час фізичного навантаження

Для дослідження використано ЕКС зі змінним періодом, який спровоковано дозованим подразником у вигляді функціональної проби (20 присідань за 30 сек.). Ця методика є загальноприйнятою для дослідження серцево-судинної системи у функціональній діагностиці [4]. Зареєстрований ЕКС під час фізичного навантаження зображено на рис. 2.

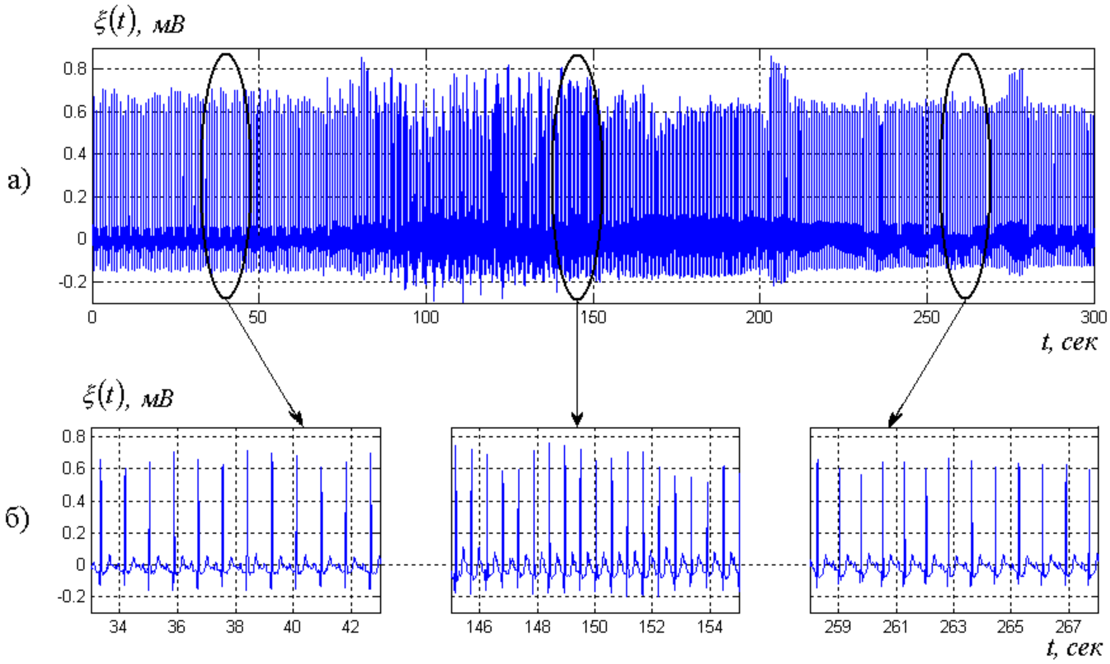


Рис. 2. а – зареєстрований електрокардіосигнал під час виконання функціональної проби (20 присідань за 30 секунд) тривалістю 300 с; б – вибірки із реалізації ЕКС

На рис. 2, а видно зміни у зареєстрованому ЕКС під час виконання функціональної проби. Зокрема, розглядаючи вибірки (рис. 2, б), взяті із реалізації ЕКС через рівні проміжки часу, бачимо, що структура сигналу не змінюється, а міняються тільки його амплітуда та часові тривалості зубців P,Q,R,S,T,U. Тому, враховуючи специфіку поставленої задачі (обґрунтування адекватної математичної моделі для задачі діагностики стану серця людини під час фізичного навантаження) та особливості досліджуваного сигналу, проаналізуємо його характеристики з позицій детермінованого та стохастичного (методами теорії стаціонарних процесів) підходів.

Аналіз характеристик електрокардіосигналу методами гармонічного аналізу

Припущено, що ЕКС описується функцією $s(t)$, яка періодично повторюється з частотою $w = 2p/T$, де T – період повторення. Якщо функція $s(t)$ задовольняє умови Діріхле, то вона представлена рядом Фур’є у експоненціальній формі в базисі ортогональних гармонічних функцій з кратними частотами [5]:

$$s(t) = \sum_{k \in \mathrm{Z}} A_k \cdot e^{\left(j \frac{2p}{T} kt \right)}, \qquad (1)$$

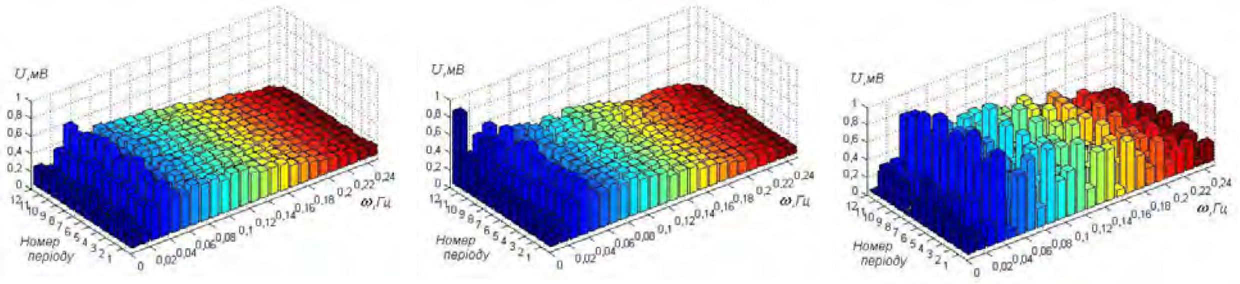
де A_k – амплітуда k-ї гармонічної складової; $\mathbf{Z}$ – множина всіх додатних чисел.

Із виразу (1) випливає, що спектр ЕКС складається з нескінченної кількості гармонічних складових, частоти яких становлять дискретний ряд значень $k\frac{2p}{T}$ (k=1,2,3…), кратних основній частоті w .

Амплітуду A_k k-ї гармонічної складової ЕКС визначають через a_k (дійні числа) та b_k (уявні числа):

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}\ . \tag{2}$$

Результати аналізу вибірок із реалізації ЕКС методами гармонічного аналізу за допомогою детермінованого підходу підтверджують, що отримані амплітудні спектри ЕКС (рис. 3) є мінливими, що свідчить про наявність у сигналі стохастичної складової.



а *б* *в*

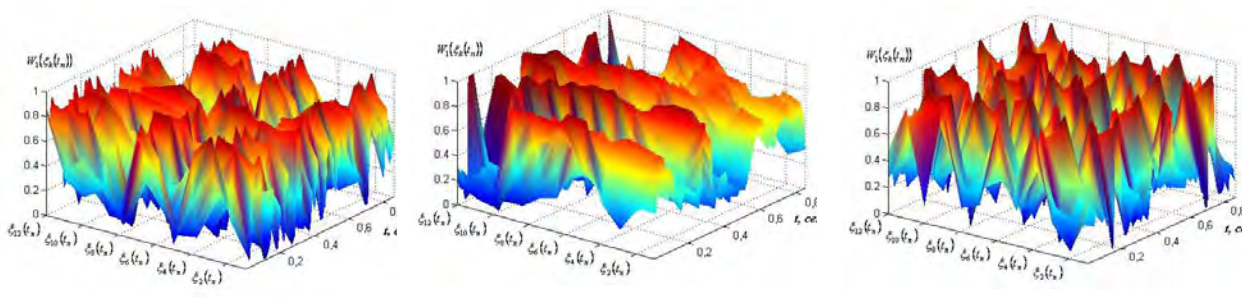
Рис.3. Графіки реалізації амплітудних спектрів ЕКС:
а – пацієнт У стані спокою; б, в – пацієнт у стані фізичного навантаження

Цей факт підтверджує те, що у структурі математичної моделі ЕКС повинна враховувати стохастичну складову.

Аналіз характеристик електрокардіосигналу методами теорії стаціонарних випадкових процесів

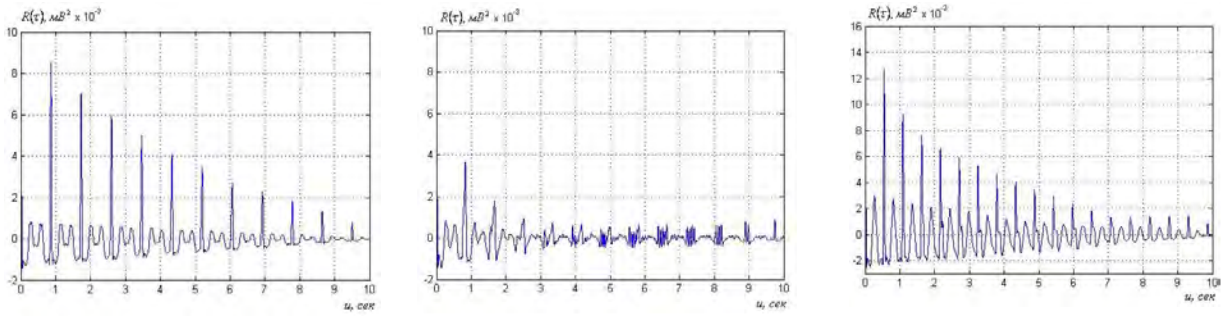
ЕКС як стаціонарному випадковому процесу $x(t)$ властива інваріантність характеристик – щодо довільного зсуву початку відліку часу, яка результує сталість матсподівання $m_x = const$ і дисперсії $d_x = const$ та залежність коваріації винятково від відстані на осі значень процесу $r(t,s) = R(t-s)$ [6].

Розглядаючи ЕКС як стаціонарну модель, зауважимо, що густина розподілу ймовірностей $W_1(x_k(t_n))$ (рис.4) трансформується в часі, а кореляційна функція (перетворення Фур'є від якої і дає спектр потужності) від вибірок ЕКС $R(t)$ (рис. 5) показує, що в сигналі є повторюваність.



а *б* *в*

Рис. 4. Оцінки густини розподілу ймовірностей $W_1(t_n)$ реалізацій ЕКС:
а – пацієнт в стані спокою; б, в – пацієнт у стані фізичного навантаження



а б в

Рис. 5. Оцінки автокореляційних функцій ЕКС:
а – пацієнт в стані спокою; б, в – пацієнт в стані фізичного навантаження

На основі аналізу характеристик ЕКС різних станів показано, що у структурі адекватної їм математичної моделі мають бути враховані властивості випадковості, гармонізовності і періодичності її статистичних характеристик.

Звідси випливає, що загальною моделлю для опису стохастичних коливань, які виникають в результаті повторення серцевих циклів у вигляді послідовності фаз розвитку досліджуваного процесу (і є узагальненням поняття детермінованого коливання), повинен бути нестаціонарний ВП. Він повинен бути гармонізованим, тобто розкладатися на гармоніки, корельовані так, щоб ця корельованість забезпечувала повторюваність властивостей. Але це відобразиться як повторюваність не значень сигналу, а їхніх імовірнісних характеристик.

У термінах енергетичної теорії [7] ці вимоги задовольняє модель у вигляді періодично корельованого випадкового процесу (ПКВП), яка відображає фазово-часову структуру сигналу, має засоби врахування як пов’язаності гармонічних складових, так і зміни імовірнісних характеристик у часовій області.

Математична модель електрокардіосигналу у вигляді періодично корельованого випадкового процесу

За означенням Кронкевича ПКВП відповідно до теоретико-ймовірнісних стандартів є процесом другого порядку, характеристики якого інваріантні щодо зсувів на величину T, яку названо періодом корельованості. А це означає, що математичне сподівання $m_x(t+T)=m_x(t)$ є звичайною періодичною функцією, а коваріація така, що $r_x(t+T,s+T)=r_x(t,s)$, тобто періодична при однакових зсувах обох аргументів.

У працях Я.П. Драгана [8] обґрунтовано за всіма канонами математичної строгості подання виразу ПКВП через стаціонарні компоненти $x_k(t), k\in Z$ – стаціонарні та стаціонарно пов’язані процеси:

$$x(t)=\sum_{k\in\mathbf{Z}} x_k(t)e^{ik\Lambda t}, t\in\mathbf{R} \tag{3}$$

де $\mathbf{Z}$ – множина цілих чисел, $\Lambda=\frac{2p}{T}$ – базова частота, а T – період корельованості, тому що кожна k -та компонента $x_k(t)=m_k+\overset{0}{x}_k(t)$, де m_k – її матсподівання, а $\overset{0}{x}_k(t)$ – відхилення від нього (флюктуація).

Отже, вираз (3) охоплює названі вище математичні моделі, як сума максимально можливої кількості адитивно-мультиплікативних моделей ЕКС, та дає змогу опрацювати електрокардіосигнал людини під час фізичного навантаження засобами ЕТСС (синфазний, компонентний і фільтровий) для того, щоб отримати статистичні оцінки їхніх імовірнісних характеристик, які є показниками змін стану серця.

Висновки

З аналізу структури ЕКС та описаних властивостей періодично корельованих випадкових процесів випливає, що математична модель процесу такого класу дає змогу адекватно описати ЕКС під час фізичного навантаження, а саме врахувати поєднання випадковості та періодичності сигналу які спостерігаються при зміні стану, а отже, і розробити методи визначення інваріантних інформативних ознак ЕКС на основі статистики таких сигналів.

1. Драган Я. Математичне й алгоритмічно-програмне забезпечення комп'ютерних засобів статистичного опрацювання коливань (ритмічних процесів) // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка», № 621, 2008. – С.124–130. 2.Шакин В.В. Вычислительная электрокардиография. – М.: Наука, 1981. – 166 с. 3.Баум О.В., Дубровин Д.З. Физико-математическая модель генеза электрокардиограмм // Биофизика. – 1971. – Т.16, №5. – С. 898–903. 4. Журавлева А.И., Граевская Н.Д. Спортивная медицина и лечебная физкультура / Руководство. – М.: Медицина. 1992. – 432 с. 5. Мандзій Б.А., Желяк Р.І. Основи теорії сигналів. – Львів, ЛДКФ Атлас, 2001. –152 с. 6. Драган Я. Феномен Є.Слуцького і корені системного аналізу проблеми обґрунтування стохастичної моделі ритміки // Комп'ютерні технології друкарства. – № 14, 2005. – С.89–118. 7.Драган Я., Євтех П., Сікора Л., Яворський Б. Періодично корельовані випадкові процеси як адекватні моделі сигналів кратної ритміки природних явищ і технологічних процесів // Комп'ютерні технології друкарства . – 2000. – №4. – С.269– 290. 8. Драган Я. Енергетична теорія лінійних моделей стохастичних сигналів. – Львів: Центр стратегічних досліджень еко-біо-технічних систем, 1997. – XVI+333 с.

УДК 681.142.2; 622.02.658.284; 621. 325

Д. Пелешко, А. Ковальчук, Н. Кустра, І. Ізонін
Національний університет "Львівська політехніка",
Кафедра автоматизованих систем управління

ІНВАРІАНТНІ МОМЕНТИ В ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧАХ ОБРОБКИ ТА АНАЛІЗУ ЗОБРАЖЕНЬ

Здійснено огляд інваріантів для прикладних задач обробки та аналізу зображень у системах штучного інтелекту. Класифіковано використання моментів для різних типів задач інтелектуального аналізу.

Ключові слова: зображення, інваріанти зображень, неортогональні та ортогональні моменти, реконструкція та розпізнавання зображень, афінні перетворення.

In this paper described review applications invariants for image processing and analysis in artificial intelligence systems. There is classified using the moment for various types of mining problems.

Keywords: image, image's invariant, orthogonal and non orthogonal moments, reconstruction and recognition of images, affine transformation.

Вступ

Інваріантами зображень називають такі об'єкти, які залишаються незмінними при визначених перетвореннях, наприклад афінних. Фактично класичні задачі інтелектуальної обробки зображень, зокрема аналізу форм, класифікації та розпізнавання зображень, можна звести до задач побудови фундаментальних просторів інваріантів, що дає можливість розділити два нееквівалентні об'єкти. Серед найвживаніших на практиці інваріантів розглядають моменти, які є базовою проекцією функції інтенсивності зображення на дійсний чи комплексний одночлен.

Неортогональні моменти

Геометричні моменти (регулярні, неортогональні моменти) є найпростішим випадком неортогональних моментів, які є результатом розвитку теорії алгебраїчних інваріантів, розвиненої в