

## РОЗРОБЛЕННЯ ПРОЕКТУ СТВОРЕННЯ ІНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧНОЇ МЕРЕЖІ ЗА ДОПОМОГОЮ СУПУТНИКОВИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

Р. Шульц, О. Кучеренко, Ю. Медведський

Київський національний університет будівництва і архітектури

**Ключові слова:** інженерно-геодезична мережа; коваріаційна матриця; вектор бази; вирівнювання; подвійні спостереження; тривимірне перетворення.

### Постановка проблеми

Під час побудови геодезичної основи будь-якої великої споруди методами супутникових спостережень можна виділити два етапи, на кожному з яких необхідно вирішити конкретні питання:

#### I. Проектування мережі.

- Розташування приймачів.
- Особливості геометричної побудови мережі.
- Графік спостережень.
- Час спостережень на станції, що забезпечить необхідну точність вимірювання.

- Режим роботи супутникових приймачів.

#### II. Математична обробка даних спостережень мережі

- Зрівнювання мережі.
- Оцінка точності.
- Об'єднання супутникових та наземних геодезичних мереж.
- Перетворення планових координат і висот у систему координат проекту.

Питання проектування мережі є основним, від нього залежать точність мережі та обсяги робіт. Однозначної відповіді на питання проектування мережі немає. Конфігурація мережі, точність та програма спостережень залежать від умов реалізації конкретного проекту.

### Зв'язок із важливими науковими і практичними завданнями

У випадку створення державних опорних геодезичних мереж за допомогою супутникових методів підхід до проектування мережі певною мірою стандартизований, але у разі будівництва та експлуатації інженерних споруд це питання залишається невирішеним. Одним з таких типів інженерних споруд є НСК "Олімпійський", реконструкція якого вимагає створення багатоступеневої геодезичної мережі. Згідно з проек-

том виконання геодезичних робіт передбачено, як один з можливих варіантів, створення зовнішньої геодезичної мережі методами супутникових спостережень.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій, які стосуються вирішення цієї проблеми

Проектування геодезичних мереж, які будуються за допомогою супутникових спостережень описане в багатьох роботах, що стали вже класичними [1–3]. Останнім часом робиться все більше спроб використати супутникові системи для розв'язання задач інженерної геодезії [4–6]. Супутникові методи добре зарекомендували себе під час розв'язання найскладніших інженерних задач: моніторинг інженерних споруд [4, 5]; забезпечення висотного будівництва тощо.

### Невирішені частини загальної проблеми

Недоліком всіх цих робіт є розроблення проектів глобальних геодезичних мереж, які призначені для розв'язання: загальнодержавних та міжнародних задач координатно-часового забезпечення, задач навігації та військових потреб. Саме для цих задач і призначені створені та запроєктовані в світі глобальні навігаційні супутникові системи визначення місцезнаходження (GPS, ГЛОНАСС, Galileo тощо).

Використання супутникових систем для розв'язання інженерних задач поки що має здебільшого експериментальний характер.

### Постановка завдання

Метою роботи є розроблення методики попереднього розрахунку точності проектів створення інженерно-геодезичних мереж за допомогою супутникових спостережень.

### Виклад основного матеріалу дослідження

Загальновідомо, що попередній розрахунок точності геодезичних мереж найзручніше виконувати, використовуючи параметричний метод вирівнювання. В роботі [7] вказано, що існує два підходи до проблеми вирівнювання GPS-вимірів. Можна виконувати вирівнювання безпосередньо виміряних фаз або їх різниць для

всієї сукупності пунктів мережі. В цьому випадку із вирівнювання отримують не лише уточнені геоцентричні координати пунктів спостережень, але й також елементи орбіт супутників, параметри обертання Землі і деякі інші дані.

В іншому способі обробки GPS-вимірів спочатку виконують визначення окремих базових ліній, а потім вирівнювання просторової мережі, утвореної сукупністю векторів. За такої методики не виконується уточнення геоцентричних координат пунктів, тому їх доводиться задавати хоча б для одного пункту мережі. У разі розв'язання інженерно-геодезичних задач визначення глобальних координат точок об'єкта не є необхідним. Найчастіше будівельний проект реалізують в умовній системі координат, а отже, головна умова – це точне визначення взаємного положення пунктів геодезичної мережі. Тому виконаємо попередній розрахунок мережі за умови, що попередньо отримані окремі базові лінії з точністю, яку гарантує виробник GPS-устаткування.

Обробка базової лінії АВ дає в результаті вектор між двома станціями з компонентами у вигляді різниць координат  $\mathbf{D}_{AB} = (\Delta X_{AB}, \Delta Y_{AB}, \Delta Z_{AB})^T$  які розглядають як результати вимірів. Їм відповідає коваріаційна матриця  $\mathbf{K}_{XYZ_{AB}}$  розміру  $3 \times 3$ . Повна коваріаційна матриця для мережі є блоково-діагональною, з підматрицями розміру  $3 \times 3$  на головній діагоналі. Такий результат одержують, якщо працюють двома приймачами. Якщо спільно обробляти результати сесії з R приймачів і отримати R-1 незалежних базових ліній, то їм відповідає повна коваріаційна матриця розміру  $3(R-1) \times 3(R-1)$ .

Додатковими вихідними даними для вирівнювання є:

- координати опорних пунктів у геоцентричній системі WGS-84, UСК-2000 або ITRF з необхідною точністю;

- координати (планові і висотні) пунктів у системі координат проекту під час перетворення просторових координат.

Рівняння зв'язку або функціональна модель вирівнювання супутникової геодезичної мережі (СГМ) визначає співвідношення між виміряними величинами (компонентами вектора базової лінії) і параметрами мережі, якими тут є координати пункту спостережень.

Якщо вирівнювання виконується у прямокутних просторових координатах параметричним

методом, то математичною моделлю вимірів є звичайна модель рівнянь спостережень [7, 8]:

$$\mathbf{D}_{AB} = \mathbf{R}_B - \mathbf{R}_A, \quad (1)$$

де  $\mathbf{D}_{AB}$  – вирівняний вектор спостережень, а  $\mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B$  – вирівняні координати станцій. Така математична модель лінійна. Виразимо координати станцій  $\mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B$  через їх попередні (апріорні) значення  $\mathbf{R}_A^0, \mathbf{R}_B^0$  і поправки до них  $d\mathbf{R}_A, d\mathbf{R}_B$ :

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_1^0 + d\mathbf{R}_1, \quad \mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_2^0 + d\mathbf{R}_2, \quad (2)$$

Тепер рівняння поправок для однієї базової лінії можна записати в вигляді:

$$\mathbf{R}_B^0 - \mathbf{R}_A^0 + d\mathbf{R}_B - d\mathbf{R}_A = \tilde{\mathbf{D}}_{AB} + \mathbf{v}_{AB}, \quad (3)$$

або

$$-d\mathbf{R}_A + d\mathbf{R}_B + \mathbf{I}_{AB} = \mathbf{v}_{AB}, \quad (4)$$

де  $\mathbf{v}_{AB}$  – вектор поправок у виміряні компоненти вектора базової лінії  $\tilde{\mathbf{D}}_{AB}$ :

$$\mathbf{v}_{AB} = (v_{\Delta X_{AB}}, v_{\Delta Y_{AB}}, v_{\Delta Z_{AB}})^T, \quad (5)$$

а  $\mathbf{I}_{AB}$  – вільний член:

$$\mathbf{I}_{AB} = \mathbf{R}_B^0 - \mathbf{R}_A^0 - \tilde{\mathbf{D}}_{AB}. \quad (6)$$

Система рівнянь поправок для всієї мережі записується у вигляді:

$$\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{I} = \mathbf{v}. \quad (7)$$

Матриця коефіцієнтів  $\mathbf{A}$  для моделі (1) складається з 1, -1 і 0, її фрагмент для лінії АВ має такий вигляд:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Кожна базова лінія вносить до матриці коефіцієнтів три стовпці. Вектор невідомих поправок у параметри  $\mathbf{X}$  складається з векторів поправок  $d\mathbf{X}$  у координати пунктів:

$$\mathbf{X} = (d\mathbf{X}_A, d\mathbf{X}_B, \dots, d\mathbf{X}_N)^T. \quad (9)$$

Подібну структуру мають вектори вільних членів  $\mathbf{I}$  і поправок  $\mathbf{v}$ .

Через те, що вектор спостережень містить інформацію про орієнтування і масштаб мережі, досить зафіксувати лише початок координатної системи. Мінімальні обмеження для фіксації початку можна накласти просто видаленням координат однієї станції з набору параметрів. У такий спосіб ця станція буде зафіксована. Під час вирівнювання як додаткові невідомі в параметричні рівняння додають параметри зв'язку між системами координат і висот.

Стохастична модель дає інформацію про точність вимірів, вона задається коваріаційними матрицями, що отримуються під час вирішення окремих базових ліній:

$$\mathbf{K}_{XYZ} = \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} & \sigma_{XZ} \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 & \sigma_{YZ} \\ \sigma_{ZX} & \sigma_{ZY} & \sigma_Z^2 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

у яких діагональні члени – дисперсії приростів координат базових ліній, а недіагональні члени – їх коваріації. Основний недолік цих матриць полягає в тому, що вони характеризують точність базових ліній за внутрішньою збіжністю. Тут не враховується вплив помилок центрування, виміру висоти антени, різниці шляху сигналу, помилок положень фазових центрів і фізичних кореляцій між вимірами. Хоча коваріаційні матриці векторів базових ліній не дають можливості робити висновки про реальну точність їх координат, за ними можна зробити деякі висновки про умови спостережень. Коректування коваріаційних матриць може виконуватись декількома методами (масштабування матриць, додавання похибок).

Для апробації запропонованої методики розглянемо інженерно-геодезичну мережу, що була запроєктована для геодезичного забезпечення проекту реконструкції покрівлі НСК “Олімпійський”. У результаті детального рекогностування було розроблено проект побудови зовнішньої геодезичної мережі.

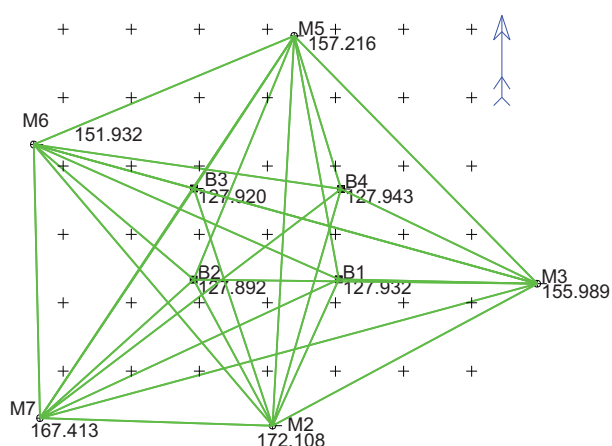


Рис. 1 Схема зовнішньої геодезичної мережі

Для виконання розмічувальних робіт і монтажу елементів конструкцій нижнього ярусу НСК “Олімпійський” безпосередньо на полі стадіону було запроєктовано внутрішню лінійно-кутову

планово-висотну мережу (I стадія) із 7 пунктів С, F1, F2, B1, B2, B3, B4. Глибокий аналіз та рекогностування території будівельного майданчика показали, що створення зовнішньої мережі з пунктами M2-M7 (II стадія) можливе за умови закріплення пунктів на будівлях, що оточують НСК. Фундаментальні пункти внутрішньої мережі B1-B4 та зовнішньої мережі M2-M7 стануть вихідними для подальшого згущення опорної геодезичної мережі в необхідних місцях. Пункти зовнішньої мережі M3-M5 закріплено на бетонних опорних поверхнях для влаштування проїздів та на опорних підпирних стінках. Пункти M2, M6, M7 розміщені на покрівлях будинків, прилеглих до території НСК.

З використанням виразів (7)–(10) було виконане статистичне моделювання зовнішньої геодезичної мережі з такими вихідними даними:

$$m_{\Delta X} = m_{\Delta Y} = m_B / \sqrt{2} \text{ – похибка визначення}$$

планових складових вектора бази, найчастіше для двочастотних GPS-приймачів  $m_B = 5 \text{ мм} + 0,5 \text{ мм/км}$ ;

$m_{\Delta Z}$  – похибка визначення висотної складової вектора бази,  $m_{\Delta Z} = 5 \text{ мм} + 1 \text{ мм/км}$ ;

$m_C$  – похибка центрування – 0,5 мм;  $m_h$  – похибка вимірювання висоти антени – 1 мм;  $m_F$  – похибка визначення фазового центра антени – 1 мм;  $m_n$  – інші джерела похибок.

У результаті моделювання було отримано значення СКП визначення координат пунктів зовнішньої геодезичної мережі, наведені у табл. 1.

Таблиця 1

#### СКП визначення координат пунктів зовнішньої геодезичної мережі

Пункт	СКП, м		
	$m_X$	$m_Y$	$m_Z$
M2	0,0028	0,0028	0,0036
M7	0,0035	0,0033	0,0038
M6	0,0033	0,0030	0,0046
M5	0,0029	0,0029	0,0045
M6	0,0035	0,0032	0,0047

Для того щоб визначити, чи є одержана точність мережі достатньою, порівняємо її з вимогами до точності встановлення елементів конструкції покрівлі НСК “Олімпійський”.

Таблиця 2

**Допустимі відхилення  $\delta$   
у встановленні елементів покрівлі**

$\delta$ , мм	Вимоги точності для змонтованої та попередньо стиснутої конструкції покрівлі
$\pm 5$	у плані для кожної: вузлової точки основи колони; позиції з'єднувальних елементів кільця.
$\pm 5$	по висоті для кожної прилеглої: вузлової точки основи колони; вузлової точки нижнього кільця та верхнього кільця та вузлових точок капітелі колони.
$\pm 10$	по висоті для кожної вузлової: точки основи колони; точки нижнього кільця та верхнього кільця та точок капітелі колони; точки розтягнутого кільця
$\pm 15$	у плані для кожної вузлової точки нижнього кільця*
$\pm 20$	у плані для кожної вузлової точки верхнього кільця та точок капітелі колони*
$\pm 30$	У плані для кожної стандартної вузлової точки розтягнутого кільця
$\pm 35$	по висоті, для вузлових точок всередині вантової ферми на кожній осі.

\* Жодна з точок фасадних колон (основа колони /нижнє кільце/верхнє кільце) не повинна виступати більше ніж на  $\pm 5$  мм в радіальній площині

Середня квадратична похибка геодезичних робіт за довірчої ймовірності  $p = 0,99$  і  $t = 2,5$  для найвідповідальнішого елемента буде

$$m = \frac{\delta}{2,5} = 2 \text{ мм.}$$

Такої точності неможливо досягти за допомогою запроєктованої мережі. Для підвищення точності можна здійснити подвійні спостереження на кожному пункті. В такому випадку отримаємо точності визначення координат, наведені у табл. 3.

Таблиця 3

**СКП визначення координат  
пунктів зовнішньої геодезичної мережі  
за подвійними спостереженнями**

Пункт	СКП, м		
	$m_x$	$m_y$	$m_z$
M2	0,0025	0,0024	0,0034
M7	0,0031	0,0028	0,0036
M6	0,0030	0,0027	0,0045
M5	0,0026	0,0026	0,0044
M6	0,0032	0,0027	0,0045

У середньому точність підвищена на рівні 1, 2. За таких умов мережа, побудована за

допомогою супутникових спостережень, не може бути використана для виконання найвідповідальніших робіт.

Отже, постає питання: чи можливе підвищення точності мережі за допомогою додаткових лінійно-кутових побудов? Вирішення цього завдання необхідно розглядати з позиції задачі об'єднання супутникових та наземних спостережень. тим більше, що в будь-якому випадку розмічувальні та контрольні вимірювання в будівництві виконують в єдиній умовній системі координат. Початкові кроки до розв'язання задачі об'єднання супутникових та наземних спостережень зроблено в роботах Ю.І. Маркузе.

Засоби супутникового визначення місцезнаходження працюють у системі WGS-84, а роботи на будівельному майданчику виконують в системі координат об'єкта. Тому виникає необхідність виконати перехід. Таке перетворення можна здійснити за допомогою тривимірного перетворення Гельмерта [8, 9].

Розглянемо два набори тривимірних декартових координат, які утворюють вектори  $X$  і  $X_T$ . Перетворення між цими двома наборами записують за допомогою співвідношення

$$X_T = c + \mu R X, \quad (11)$$

яке називається перетворенням Гельмерта, де  $c$  – вектор зсуву,  $\mu$  – масштабний множник, а  $R$  – матриця повороту. Значимо, що розглядається один масштабний множник. Із загального погляду (але для GPS це не обов'язково) можна використовувати три такі параметри, по одному на кожну вісь. Матриця повороту є ортогональною матрицею, яка складається з трьох послідовних поворотів:

$$R = R_3 \{ \alpha_3 \} R_2 \{ \alpha_2 \} R_1 \{ \alpha_1 \}. \quad (12)$$

У випадку відомих параметрів  $c$ ,  $\mu$ ,  $R$  координати точки, заданої в системі  $X$ , за допомогою рівняння (11) можна перетворити на координати в системі  $X_T$ . Якщо параметри перетворення невідомі, то їх можна визначити за допомогою спільних точок. Оскільки кожна точка в двох системах дає три рівняння, то для того, щоб знайти сім невідомих параметрів, достатньо задати дві спільні точки й одну додаткову спільну компоненту (наприклад, висоту). На практиці використовується надлишкова кількість спільних точок, а невідомі параметри обчислюють за допомогою процедури вирівнювання.

Оскільки у рівняння (11) параметри входять нелінійно, то потрібно виконати лінеаризацію, для чого треба мати наближені значення  $\mu$ ,  $R$ ,  $c$ .

Відповідну модель можна сформулювати у такому вигляді:

$$X_{T_i} - X_i - (c) = A_i dp, \quad (13)$$

причому ліва частина цього рівняння містить відомі величини і формально може розглядатись як спостереження. Твірна матриця  $A$  та вектор  $dp$ , який містить невідомі параметри, визначаються як:

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_i & 0 & -Z_i & Y_i \\ 0 & 1 & 0 & Y_i & Z_i & 0 & -X_i \\ 0 & 0 & 1 & Z_i & -Y_i & X_i & 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

Вирівнювання дає вектор параметрів  $dp$ . Якщо сім параметрів перетворення за Гельмертом визначені, то можна застосувати формулу для перетворення інших точок.

### Висновки

У результаті виконаного дослідження встановлено, що точність створення зовнішньої інженерно-геодезичної мережі методом супутникових спостережень є недостатньою для виконання найточніших та найвідповідальніших геодезичних робіт під час встановлення елементів конструкцій покрівлі НСК "Олімпійський". Для підвищення точності необхідно додатково спроектувати допоміжні лінійно-кутові побудови, які необхідно буде об'єднати з результатами супутникових спостережень.

### Література

1. Глобальна система визначення місцеположення (GPS). Теорія і практика / Б. Гофманн-Велленгоф, Г. Ліхтенеггер, Д. Коллінз; Пер. з англ. третього вид. під ред. Я.С. Яцківа. – К.: Наук. думка, 1995 – 380 с.
2. Соловьев Ю.А. Системы спутниковой навигации / Соловьев Ю.А. – М.: Эко-Трендз, 2000 – 268 с.
3. Parkinson B.W., Spilker J.J.Jr. Global Positioning System: Theory and Applications Volume I. – American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, 1996. – p. 798. Volume II, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington, 1996. – p. 652.
4. Ассане А.А. Геодезические методы анализа высотных и плановых деформаций инженерных сооружений и земной поверхности: Автореферат канд. тех. наук. – М.: МИИГАиК, 2007. – 24 с.

5. Жуков Б.Н. Геодезический контроль инженерных объектов промышленных предприятий и гражданских комплексов / Жуков Б.Н., А.П. Карпик – Новосибирск: СГГА, 2006. – 118 с.

6. Ворошилов А.П. Спутниковые системы и электронные тахеометры в обеспечении строительных работ: Учебн. пособие / А.П. Ворошилов. – Челябинск: АКСВЕЛЛ, 2007. – 163 с.

7. Антонович К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии: Автореферат д-ра тех. наук. – Новосибирск: СГГА, 2007. – 64 с.

8. Большаков В.Д. Уравнивание геодезических построений / В.Д. Большаков, Б.И. Маркузе, В.В. Голубев. – М.: Недра, 1989 – 413 с.

9. Constantin-Octavian A. 3D affine coordinate transformations. Master's of Science Thesis in Geodesy, School of Architecture and the Built Environment Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden March 2006, 63p.

### Розроблення проекту створення інженерно-геодезичної мережі за допомогою супутникових спостережень Р. Шульц, О. Кучеренко, Ю. Медведський

Запропоновано методику попереднього розрахунку точності проекту створення інженерно-геодезичної мережі за допомогою супутникових спостережень.

### Разработка проекта создания инженерно-геодезической сети с помощью спутниковых наблюдений Р. Шульц, О. Кучеренко, Ю. Медведский

Предложена методика предварительного расчета точности проекта создания инженерно-геодезической сети с помощью спутниковых наблюдений.

### The development of engineering-geodetic net creation with help of GPS observations R. Schultz, O. Kucherenko, Y. Medvedskiy

The method of preliminary accuracy calculation of engineering-geodesic net project creation with help of GPS observations is offered.