

ТОЧНІСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ПЛОЩІ ЗА ПЛОСКИМИ ПРЯМОКУТНИМИ КООРДИНАТАМИ

А. Доскоч

Університет Вармінсько-Мазурський, Ольштин, Польща

В. Тарнавський, В. Літинський

Національний університет “Львівська політехніка”

Ключові слова: площа, ділянка, точність.

Постановка проблеми

Обчислення площ зводиться до визначення довжин лінійних елементів і є типовим завданням для великомасштабних карт. Сьогодні, під час створення карт в цифровому вигляді, площі обчислюють, застосовуючи аналітичні методи [1] або отримують безпосередньо з баз даних. Площа є ключовим атрибутом відображених об'єктів в обліку ґрунтів і будівель, а, крім того, часто дає необхідну інформацію для проектування й обслуговування інвестицій.

Значення допустимих відхилень дворазового обчислення площі, що донині використовуються в Польщі, визначають із формул, які враховують загалом тільки вплив величини обчисленої площі, а інколи, додатково, коефіцієнт видовження аналізованої геометричної фігури. Натомість відомо, що точність аналітичного обчислення площі довільної геометричної фігури, окрім розміру фігури і її форми, залежить також від похибок визначення положення її вершин [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12].

Аналізуючи точність обчислення площі за координатами, потрібно враховувати сучасні методи їхнього визначення а також їхню точність [13]. З огляду на важливість точного обчислення площі істотною є економічна ефективність визначення координат [14]. Велике значення має також швидкість визначення координат заданих пунктів [15]. В зв'язку з цим особливо ефективним є застосування визначення положення в системі GNSS (Global Navigation Satellite Systems). Вже у перші роки цивільних застосувань системи GPS (Global Positioning System) виявилась перевага визначення площ на основі вимірювань GPS: наприклад, використання вимірів GPS для нагляду і менеджменту землеробських оброблень [16], а також в аспекті ширших господарських застосувань, в кадастрі нерухомості і в системі інформації про територію [17, 18, 19].

Висновки щодо точності обчислення площі з результатів вимірювань GPS подані в роботі [11], де встановлено, що для ділянок площею до 4 га оптимальною є швидкість переміщення приймача GPS близько 0,5–2 м/с.

У контексті потреб сучасного ведення кадастру і споріднених завдань (напр., в Системі ідентифікації земельних ділянок, англ. Land Parcel Identification System, LPIS [20, 21, 22]), крім безпосередніх вимірювань, виконаних електронним тахеометром [23] або технологією RTK GPS [24], використовують також технології цифрової фотограмметрії [25, 26].

Сучасна техніка вимірювань місцевості уможливає визначення ситуаційних точок з високою точністю. Проте потрібно пам'ятати, що в разі оцінки точності за абсолютною похибкою, з урахуванням похибки визначення пунктів основи, ключове значення може мати точність положення пунктів геодезичної мережі і коректність її геометричної конструкції [23]. Оцінка точності абсолютної похибки аналітичного обчислення площі також повинна враховувати точність геодезичної основи [7, 27], подібно, як в разі оцінки абсолютної точності кадастрової карти [28]. В разі розгляду відносної точності закладена безпохибковість пунктів геодезичної основи. У межах вимірювань місцевості це означатиме вимірювання, здійснене в локальному встановленні приладу або дворазові вимірювання з використанням ідентичних пунктів основи.

У пропонованій роботі розглянуто відносну точність (за передумови безпохибковості пунктів геодезичної мережі) обчислення площі геометричної фігури на основі середніх похибок координат вершин (X, Y). У роботі подано також спосіб визначення величини допустимих відхилень дворазового обчислення площі, кадастрових та інших об'єктів, за координатами вершин їхніх меж, визначених за результатами двох вимірювань однакової точності.

Точність аналітичного обчислення площі

Відома точна формула для обчислення похибки площі фігури з n кутами залежно від похибок координат її вершин [2, 3]:

$$m_{P_{\text{ов}}} = \pm \sqrt{1/4 \cdot \sum_{i=1}^n m_i^2 \cdot (2 \cdot m_{i+1}^2 + d_i^2)}, \quad (1)$$

де m_i є похибкою визначення координати i -ї вершини, а d_i є діагоналями багатокутника, які з'єднують вершини з номерами $i-1$, а також $i+1$ ($i=1,2,\dots,n$) – при цьому вершини з номерами 0, $n+1$ означають відповідно вершини з номерами n , 1 (рис. 1).

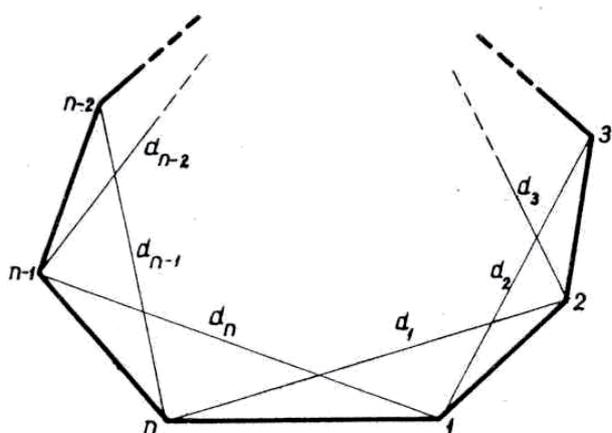


Рис. 1. Розміщення діагоналей навпроти відповідних вершин багатокутника [3, с. 18]

Якщо у формулі (1) вважати, що $2 \cdot m_{i+1}^2 \ll d_i^2$ – і за умови однакової точності визначення координат (X , Y) вершин об'єкта ($m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$), а також нехтуючи впливом похибок пунктів основи і прийнявши відсутність кореляції між координатами цього самого пункту, то (1) можна записати в спрощеному вигляді (2), поданому в роботі [2, с. 115]:

$$m_{P_{\text{ов}}} = m_p \cdot \sqrt{1/8 \sum_{i=1}^n d_i^2}, \quad (2)$$

де m_p похибка положення пункту вершини ($m_p = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \sqrt{2 \cdot m^2}$, а у зв'язку з цим $m = m_p / \sqrt{2}$). У рівнянні (2) закладено однакову точність положення (m_p) всіх пунктів вершин.

Залежність (2) практично задовольняє точність визначення похибки аналітичного обчислення площі [3, с. 24]. За умови, що фігура,

площу якої ми обчислюємо, є прямокутником із довжиною a і шириною b (коефіцієнт видовження $k = a/b$, а площа $P = a \cdot b$, тоді $a^2 = P \cdot k$ і $b^2 = P/k$), її можна записати так [29, с. 226]:

$$m_{P_{\text{ов}}} = m_p \cdot \sqrt{P} \cdot \sqrt{(1+k^2)/2 \cdot k}. \quad (2a)$$

У випадку площ об'єктів з прямокутною формою обчислення коефіцієнта видовження (k) просте, бо його визначає відношення довжини до ширини. Натомість для фігури неправильної форми, щоб знайти коефіцієнт видовження, необхідно знати периметр (O) фігури і її ширину (s), виміряну в найширшому місці. Тоді значення коефіцієнта видовження можна розрахувати із залежності $k = \left(\frac{O}{2} - s\right) / s$ [30].

Умови аналітичного визначення площі з точністю 1 м²

Середня похибка аналітичного обчислення площі ділянки є функцією її величини і форми [4], вона також прямо пропорційно залежить від точності визначення положення межових знаків [12]. У зв'язку з цим за перетворенням формули (2a), оцінено граничну похибку положення межового знака, щоб площа ділянки могла бути обчислена з похибкою, не більшою за 1 м² (табл. 1).

Подібний аналіз для іншого допуску граничної похибки визначення площі виконано в [6, с. 15]. Саме там визначено точність положення пунктів, що визначають межу лісу, в системах вимірювальних інвентаризацій лісу, для заданої величини відносної похибки площі $m_p / P = 1,4 \%$, прийнятих розмірів ділянки лісу, а також його форми.

Числові величини, подані в табл. 1, вказують, що для отримання точності визначення площі 1 м² ділянок до 50 м² (для $k > 3$) і більших площах точність визначення положення межових знаків має бути більшою від звичайної мінімальної точності $m_p = 0,10$ м. Для ділянок площею 0,5 га положення межових знаків має бути визначене з точністю 0,01 м, а для більших ділянок – із ще вищою точністю. Проте на основі точності сучасних вимірювальних технологій це абсурдна вимога. У зв'язку з цим необхідно обдумати можливість зниження точності обчислення площ ділянок, більших від 0,5 га, і водночас збільшення точності визначення положення межових знаків.

Таблиця 1

Допустима похибка положення межового (m_p) пункту за умови похибки обчислення площі $m_{pow} = 1 \text{ м}^2$

P, га	Похибка положення межового пункту, м					
	Коефіцієнт видовження геометричної фігури (k)					
	1	2	3	5	10	15
0,005	0,1414	0,1265	0,1095	0,0877	0,0629	0,0515
0,01	0,1000	0,0895	0,0775	0,0620	0,0445	0,0364
0,05	0,0447	0,0400	0,0346	0,0277	0,0199	0,0163
0,1	0,0316	0,0283	0,0245	0,0196	0,0141	0,0115
0,5	0,0141	0,0126	0,0110	0,0088	0,0063	0,0052
1	0,0100	0,0089	0,0077	0,0062	0,0044	0,0036
3	0,0058	0,0052	0,0045	0,0036	0,0026	0,0021
7	0,0038	0,0034	0,0029	0,0023	0,0017	0,0014
10	0,0032	0,0028	0,0024	0,0020	0,0014	0,0012

Тому обґрунтовані потреби щодо підвищення вимог точності планової геодезичної мережі і ситуаційних вимірювань. А саме: пункти основи не повинні мати похибок, більших ніж 0,05 м, а ситуаційні подробиці I групи мають бути визначені з точністю, не меншою, ніж 0,03 м, відносно основи [5, 8]. Такі самі тенденції і в інших країнах. Наприклад, в США Державне товариство уповноважених геодезистів в документі, прийнятому в 2005 р., який містить директиви щодо вимірювань (які визначають права власності нерухомості) заявляє, що точність ситуаційних вимірювань відносно вихідних пунктів має бути не меншою за $0,020 \text{ м} + 50 \text{ ppm}$ [31].

Аналіз точності обчислення площі за координатами

Детальний аналіз точності обчислення площі за координатами подано в [12]. У дослідженнях застосовано формулу (2а), зважаючи на середні похибки координат, виражених через похибки положень пунктів з величинами, які характеризують точність сучасних геодезичних, супутникових і фотограмметричних вимірювань або відповідають вимогам положень у галузі обліку ґрунтів і будівель. Фрагмент отриманих результатів подано на рис. 2, де:

A – $m_p = 0,01 \text{ м}$, максимальна точність ідентифікації вершин меж облікових ділянок а також контуру будівель.

B – $m_p = 0,03 \text{ м}$, точність визначення положення ситуаційних подробиць I групи супутниковою технікою RTK GPS [32].

C – $m_p = 0,05 \text{ м}$, пересічна точність визначення положення ситуаційних подробиць I групи за допомогою безпосередніх вимірювань електронним тахеометром [23].

D – $m_p = 0,10 \text{ м}$, мінімальна точність визначення положення межових пунктів і вершин контуру будівель відповідно до технічної Інструкції G-5 [33].

E – $m_p = 0,30 \text{ м}$, мінімальна точність визначення положення вершин зламу каналів, канав та інших земляних споруд відповідно до Інструкції G-5 [33].

F – $m_p = 0,50 \text{ м}$, мінімальна точність визначення положення вершин земельних ділянок і ґрунтознавчих класів відповідно до Інструкції G-5 [33].

В аналізі розглядають фігуру у формі прямокутника з площею 1 га і коефіцієнтом видовження $k = 1$ (оптимальним з огляду на точність обчислення площі), крім того закладено однакову точність визначення положення вершин.

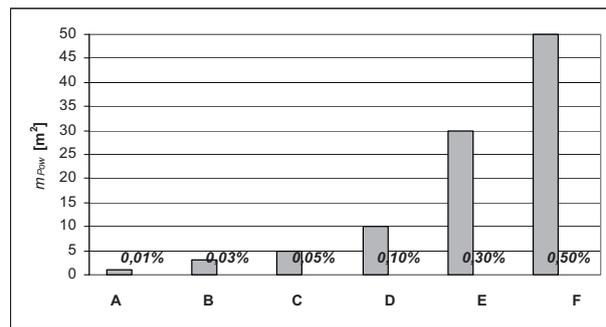


Рис. 2. Вплив m_p на точність аналітичного визначення площі квадрата площею 1 га

З рис. 2 випливає, що під час обчислення площі квадратної ділянки площею 1 га на основі координат межових знаків, положення яких визначено з однаковою точністю 0,10 м, похибка обчислення площі дорівнюватиме 10 м^2 .

Нижче в табл. 2 подано оцінку точності аналітичного обчислення площі геометричної фігури (прямокутної форми). Порівняно величини похибки обчислення площі прямокутника за координатами пунктів вершин, положення яких визначено з точністю кадастрових вимірювань, що вимагаються в Польщі ($m_p = 0,10 \text{ м}$, відносно найближчих пунктів планової геодезичної мережі). Розглянуто фігури площею від 0,01 га до 5000 га, що характеризуються коефіцієнтом видовження від 1 до 15.

Таблиця 2

Точність аналітичного обчислення площі (P) за координатами пунктів вершин, положення яких визначено з точністю $m_p = 0,10$ м

Площа фігури P , га	Похибка аналітичного обчислення площі, визначена із формули (2а), м ²					
	Коефіцієнт видовження геометричної фігури (k)					
	1	2	3	5	10	15
0,01	1,0	1,1	1,3	1,6	2,2	2,7
0,1	3,2	3,5	4,1	5,1	7,1	8,7
0,5	7,1	7,9	9,1	11,4	15,9	19,4
1	10,0	11,2	12,9	16,1	22,5	27,4
10	31,6	35,4	40,8	51,0	71,1	86,8
50	70,7	79,1	91,3	114,0	158,9	194,1
100	100,0	111,8	129,1	161,2	224,7	274,5
1000	316,2	353,6	408,2	509,9	710,6	867,9
5000	707,1	790,6	912,9	1140,2	1589,0	1940,8

Значення похибок аналітичного обчислення площ (на основі координат межових знаків, положення яких визначено з однаковою точністю 0,10 м) вказують, що для ділянки площею 1 га похибка визначення площі залежно від довжини ділянки лежить у межах 10–30 м² (для відповідних значень коефіцієнта k). Такий результат не відповідає змісту § 62 постанови у справі обліку ґрунтів і будівель [34], у якій зазначено: “Площа облікової ділянки обчислюється на основі координат, (...) і визначається в гектарах з точністю до 0,0001”.

Відмічені залежності повинні вплинути на прийняття відповідних критеріїв у сфері точності запису (обчислення) площ. Подібно, як, наприклад, в Канаді [35]. У додатку Е3 до “General Instructions for Surveys of Canada Lands” Earth Sciences Sector of Natural Resources Canada подано такі директиви в сфері точності запису площ ділянок (табл. 3).

Таблиця 3

Точність запису площ ділянок в Канаді [35]

Площа ділянки (P), га	Точність запису, м ²
$P \leq 0.1$	1
$0.1 < P \leq 1$	10
$1 < P \leq 10$	100
$10 < P \leq 100$	1000
$P > 100$	10000

Як відомо, точність запису площі істотна, оскільки, наприклад, під час встановлення вартості земельної нерухомості її площа є ключовим атрибутом, а траншакційна ціна прямо пропорційна до площі. Зваживши, однак, на юридичні підстави і технічні стандарти кадастрових даних в Польщі, канадське рішення в сфері точності запису площ не може бути безпосередньо застосоване, оскільки площа облікових ділянок має відповідати площі облікових одиниць, які повинні бути приведені до площі всієї країни.

Допустимі відмінності дворазового обчислення площі

Значення допустимих відхилень дворазового визначення площ, що донині використовуються в Польщі, обчислені за формулами, які є тільки функцією величини обчисленої площі або додатково враховують також коефіцієнт видовження фігури.

Згідно з вимогами технічної Інструкції G-5 максимальна різниця облікової аналітично обчисленої площі ділянки (підтверджена в процесі модернізації обліку ґрунтів) не повинна перевищувати величини, отриманої відповідно до формули:

$$dP_{\max} = 0,001 \cdot P + 0,2 \cdot \sqrt{P}. \quad (3)$$

У технічних Директивах G-5.4 подано формулу допустимої різниці існуючих площ ділянок з їхніми контрольними визначеннями [36]:

$$dP = 0,4 \cdot \sqrt{2 \cdot P} \cdot \sqrt{\frac{1+k^2}{2 \cdot k}}. \quad (4)$$

У директивах G-5.4 наведено також формулу (5), яка визначає допустимі різниці порівняння площ у разі оновлення і модернізації обліку ґрунтів за технологією згідно з технічними Директивами GUGiK від 1 березня 1979 р. (AG-3-580/1/79):

$$dP = 2 \cdot (0,002 \cdot P + 0,2 \cdot \sqrt{P}). \quad (5)$$

Своєю чергою, в Кадастровій інструкції II (набула чинності на території Польщі в 1946 році, обов'язково там, де не введено інші положення, а також в сфері, не врегульованій іншими положеннями) подано формулу для визначення допустимої різниці для двох обчислень площ об'єктів, величиною до 15 га (P в м²), на основі рівноточних вимірювань [37]:

$$dP = 0,01 \cdot \sqrt{0,6 \cdot P - 0,000002 \cdot P^2}. \quad (6)$$

У процесі створення, а також актуалізації і модернізації баз даних обліку ґрунтів і будівель також потрібно знати точність обчислення площі. Крім того, коли на основі результатів двох рівноточних вимірювань визначається

площа кадастрових об'єктів за координатами вершин їхніх меж, потрібно звернути увагу на допустиму граничну величину різниці в обчислених площах (що виникла в результаті перенесення похибок вимірювання).

У роботі [30] подано формулу для обчислення величин допустимих різниць дворазового визначення площі кадастрових об'єктів за координатами вершин їх меж (за умови рівноточного визначення координат). Прийнято, що різниця (dP) між першим (P_{Pow-I}) і другим (P_{Pow-II}) визначенням площі допустима, коли обидва обчислення виконано з точністю, визначеною формулою (2) $dP = P_{Pow-I} - P_{Pow-II}$. Тоді квадрат середньої похибки різниці дворазового обчислення площі дорівнює $m_{dP}^2 = m_{Pow-I}^2 + m_{Pow-II}^2$, а за умови однакової точності визначення координат (тобто однакової точності аналітичного визначення площі $m_{Pow-I}^2 = m_{Pow-II}^2 = m_{Pow}^2$) вершин, середня похибка різниці визначення площі на основі результатів двох рівноточних вимірювань виражається рівнянням

$$m_{dP} = \sqrt{2} \cdot m_{Pow} = \sqrt{2} \cdot m_p \cdot \sqrt{1/8 \sum_{i=1}^n d_i^2}.$$

Визнаючи, що площа визначена правильно, коли різниця між обома обчисленнями не перевищує подвійної величини середньої одиничної похибки визначення площі (вираженої (2)) – отримано кінцеву формулу (7) для визначення максимального допустимого відхилення дворазового визначення площі геометричної фігури за координатами пунктів на зламі меж:

$$dP_{max} = 2 \cdot m_{dP} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot m_p \cdot \sqrt{1/8 \sum_{i=1}^n d_i^2} = \sqrt{8} \cdot m_p \cdot \sqrt{1/8 \sum_{i=1}^n d_i^2}. \quad (7)$$

$$dP_{max} = m_p \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n d_i^2}. \quad (7a)$$

Формулу (7a) за умови, що фігура, площу якої ми обчислюємо, є прямокутником [30] можна записати так:

$$dP_{max} = 2 \cdot m_p \cdot \sqrt{P} \cdot \sqrt{(1+k^2)/k}. \quad (7b)$$

6. Пропоновані величини допустимих відхилень дворазового обчислення площі за координатами

Максимальну величину допустимих різниць дворазового визначення площі прямокутних ка-

дастрових об'єктів обчислено із застосуванням формули (7b). У роботі [30] розглянуто точність дворазового обчислення площі кадастрових об'єктів з різною обов'язковою точністю визначення положення пунктів на зламі меж, а саме: облікових одиниць, облікових комплексів ділянок, облікових ділянок і контуру будівель; контуру каналів, канав та інших земляних споруд; контуру земельних ділянок і класів рілляного призначення. Нижче в табл. 4 подано значення допустимих різниць у випадку, коли обчислення виконано на основі координат ситуаційних пунктів, визначених з точністю вимірювань подробиць I групи ($m_p = 0,10$ м щодо пунктів планової геодезичної мережі).

Таблиця 4

Максимальні величини допустимих відмінностей дворазового визначення площі прямокутників за координатами вершин (для $m_p = 0,10$ м)

Площа об'єкта P, га	Допустиме відхилення дворазового обчислення площі визначене із формули (7b), м ²					
	Коефіцієнт видовження об'єкта k					
	1	2	3	5	10	15
0,0001	0	0	0	1	1	1
0,001	1	1	1	1	2	3
0,01	3	3	4	5	6	8
0,10	9	10	12	14	20	25
1,0	28	32	37	46	64	78
10	89	100	116	144	201	246
100	283	316	365	456	636	776
1000	894	1000	1155	1442	2010	2455
10000	2828	3162	3652	4561	6356	7763

Висновки

Аналітичне визначення площі кадастрових (та інших) об'єктів на основі плоских координат їхніх вершин, отриманих з бази даних цифрової карти або за допомогою сучасних вимірювальних технологій, є однією з основних функцій великомасштабної карти.

Точність аналітичного обчислення площі геометричної фігури є функцією її розміру і форми, а також залежить прямо пропорційно від точності визначення положення пунктів її вершин (залежність (2a)). Збільшення довжини об'єкта спричиняє зниження точності обчислення площі (табл. 2).

В разі збільшення кількості пунктів вершин, локалізованих на контурі об'єкта (за незмінних

інших атрибутів, а саме – площі, довжини, точності визначення положення його вершин) середня похибка аналітичного обчислення площі зменшується [30, рис. 4].

Сьогодні формули, що вживаються в Польщі для визначення допустимого відхилення дворазового обчислення площі, не віддзеркалюють наявних вимог. Вони не враховують всіх чинників, від яких залежить точність обчислення площі – величини поля фігури і її форми, а також похибок положення пунктів її вершин. Запропонована ж формула (7b) враховує наявні залежності у цьому питанні. Її використовують для чотирикутних об'єктів, для яких очікують найбільших похибок аналітичного обчислення площі [30, рис. 3].

Автори цієї роботи пропонують застосовувати формулу (7b) для обчислення допустимих різниць дворазового аналітичного визначення площі. Положення межових знаків повинно бути визначене з точністю 0,01–0,03 м (табл. 1). Сьогодні особливо привабливим, в разі достатньої доступності небесної сфери, є визначення положення пунктів вершин технікою RTK GNSS у системі ASG-EUPOS (активної геодезичної мережі).

На думку авторів, потрібні подальші дослідження для установлення процедур визначення допустимих різниць дворазового обчислення площі за координатами для поверхневих об'єктів довільної форми. З гарантією обчислення їхніх площ на відповідному рівні достовірності, а з іншого боку – для запобігання необґрунтованим змінам у кадастрових реєстрах щодо розходження наявних площ (у дозволеній сфері, внаслідок наявності випадкових похибок вимірювань). Інакше кажучи, для виконання умов реалізації основної функції бази кадастрових даних – збереження актуальності і достовірності зібраної в ній інформації про нерухомість [38].

Виконані дослідження виявили, що для запису площ кадастрових об'єктів згідно з нормативними вимогами в Польщі, із точністю до 1 м^2 [34], потрібно значно збільшити точність визначення положення межових знаків (табл. 1). Цікавим є канадське рішення, в якому точність запису площі зумовлена величиною обчисленої площі (табл. 3).

Література

1. Kadaj R., Przekształcenia odwzorowawcze map, czyli w warsztatach kartografii numerycznej, Materiały XI Konferencji Naukowo-Technicznej pt. Systemy Informacji Przestrzennej, Wyd. „Więś Jutra”, s. 377–378, Warszawa 2001.
2. Маслов А.В., Способы и точность определения площадей. – М.: Геодезиздат, 1955. – 227 с.
3. Pluciński E., Analiza dokładności wyznaczenia pola powierzchni wieloboku na podstawie znajomości współrzędnych jego wierzchołków, Zesz. Nauk. PW Nr 128 Seria: Geodezja nr 18/1966, s. 17-40.
4. Baran L.W., O wyrównaniu powierzchni działek do powierzchni kompleksu, Przegląd Geodezyjny nr 8/1968, s. 341-343.
5. Брын М.Я., О точности определения планового положения межевых знаков участков урбанизированных земель // Геодезия, картография і аерофотознімання. – Львів, 2007. – Вип. 69. – С. 164–167.
6. Wilkowski W., Dokładność i metody określania powierzchni w systemach inwentaryzacji lasu, Wydawnictwo PW, Prace Naukowe seria: Geodezja zeszyt 18, Warszawa 1987, 67 s.
7. Sikorski K., Wasilewski A., Accuracy problems in analytical methods of plots areas determinisng, Proceedings of the 2nd Dutch-Polish Symposium on Geodesy, Delft 1991, s. 145–153.
8. Latoś S., O potrzebie i kierunkach zmian niektórych przepisów w zakresie poziomych osnów geodezyjnych i szczegółowych pomiarów sytuacyjnych, Przegląd Geodezyjny nr 3/2000, s. 3–8.
9. Волосецький Б.І., Геодезія у природокористуванні. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2008. – 285 с.
10. Wrona T., Wielkość błędu pól powierzchni jako czynnik limitujący dokładność pomiarów katastralnych. Archiwum Fotogrametrii, Kartografii i Teledetekcji vol. 11, Kraków 2001, s. 37–40.
11. Bogaert P., Delincé J., Kay S., Assessing the error of polygonal area measurements: a general formulation with applications to agriculture, Measurement Science and Technology vol. 16/2005, s. 1170–1178.
12. Doskocz A., Analiza dokładności obliczenia pola powierzchni ze współrzędnych, Przegląd Geodezyjny nr 4/2005, s. 3–6.
13. Доскоч А., Тарнавський В., Літинський В. Оцінювання точності великомасштабних цифрових карт // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2009. – В.І (17). – С. 222–230.
14. Schnurr D.J., A Review of Existing Cost Effective Surveying Technologies for Developing Countries, FIG Working Week, Athens 2004, 13 s.
15. Abdel-Maguid R.H., El-Manadily Y.S., El-Shazly A.H., A Rapid and Cost-Effective Technique for Planimetric Mapping of Small

Villages in Developing Countries, FIG Working Week and GSDI-8, Cairo 2005, 9 s.

16. Kryński J., Oefverberg T., Monitoring sugar cane fields with hand-held GPS receivers, *South African Journal of Surveying and Mapping* vol. 22/1994, part 6, s. 393–402.

17. Oszczak S., Possibilities of implementation of GPS technique to land information system and to large cadastral purposes in Poland, *Proceedings of the Geodetic Meeting Poland – Italy*, s. 125–129, Olsztyn 1990.

18. Barnes G., Eckl M., Pioneering a GPS Methodology for Cadastral Surveying: Experience in Albania and Belize, *International Conference on Land Tenure and Administration*, Orlando 1996, 16 s.

19. Baran L.W., Oszczak S., Zieliński J.B. Wykorzystanie technik kosmicznych w geodezji i nawigacji w Polsce. *NAUKA Kwartalnik PAN*, nr 4/2008, s. 43–63.

20. Ciećko A., Oszczak S., Metody GPS w pomiarach kontrolnych IACS, *Materiały Ogólnopolskiej Konferencji Naukowo-Technicznej pt. Aspekty tworzenia katastru nieruchomości*, Wyd. EDUCATERRA, s. 209–217, Olsztyn 2006.

21. Zimnoch W., O kontroli powierzchni upraw wykazanych we wnioskach rolników o dopłaty, *Przeg.Geodezyjny* nr 4/2005, s. 7–11.

22. Deska K., Analiza dokładności określenia powierzchni działek rolnych na potrzeby systemu IACS, *Przeg. Geod.* nr1/2006, s. 3–9.

23. Doskocz A., Analiza dokładności pomiarów sytuacyjnych wykonywanych metodą biegunową oraz domiarów prostokątnych, *Acta Sci. Pol. Geod. Descr. Terr.* nr 7(3)/2008, s. 47–70.

24. Baryła R., Bakula M., Oszczak S., Zastosowanie metod pozycjonowania GPS do modernizacji ewidencji gruntów i budynków, *Materiały Ogólnopolskiej Konferencji Naukowo-Technicznej pt. Aspekty tworzenia katastru nieruchomości*, Wydawnictwo EDUCATERRA, s. 61–71, Olsztyn 2006.

25. Hejmanowska B., Metodyka kalibracji pomiaru powierzchni działki rolnej na ortofotomapie, *Półrocznik Geodezja* tom 12, zeszyt 2/2006, s. 167–174, AGH Kraków.

26. Onkalo P., *Cadastral Survey Methodologies and Techniques in Developing Countries; Case Cambodia and Kosovo*, XXIII FIG Congress, Munich 2006, 10 s.

27. Latoś S., Maślanka J., Tentative modernization of geometrical basis of ground cadastre, *Geodezja i Kartografia* tom XLVII, zeszyt 3/1998, s. 227–236.

28. Волосєцький Б.І., Про точність кадастрових планів // Збірник матеріалів симпозіуму

“ГЕОМОНИТОРИНГ-99”, s. 89–92. Morszyn – L’viv 1999.

29. Trautsolt S., *Geodezyjne urządzenie terenów rolnych, część I*, Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1985, 298 s.

30. Doskocz A., Estimation of permissible differences of double determination of areas from co-ordinates, *Geodezja i Kartografia* vol. 55, no 4/2006, s. 209–230.

31. ALTA, Minimum standard detail requirements for ALTA/ACSM land title surveys as adopted by American Land Title Association and National Society of Professional Surveyors, Washington 2005, 6 s., <http://www.acsm.net/ALTA2005.pdf>

32. Beluch J., Krzyżek R., Pośrednie sposoby pomiaru szczegółów terenowych technologią RTK GPS. *Technical Sciences, Supplement No 2*, Olsztyn 2005, s. 47–60.

33. Instrukcja techniczna G-5, Ewidencja gruntów i budynków, GGK, Warszawa 2003, http://www.gugik.gov.pl/gugik/dw_files/152_04_instrukcja_techiczna_g-5.pdf

34. Rozporządzenie Ministra Rozwoju Regionalnego i Budownictwa z dnia 29 marca 2001 roku w sprawie ewidencji gruntów i budynków, *Dz. U.* nr 38, poz. 454 z 2001r.

35. ESS, General Instructions for Surveys of Canada Lands, Earth Sciences Sector of NRC, Ottawa 2008, <http://clss.nrcan.gc.ca/standards-normes/e3-v2-eng.asp>

36. Wytyczne techniczne G-5.4, Opracowanie dokumentacji wyjściowej do odnowienia ewidencji gruntów z zastosowaniem technologii fotogrametrycznych, GUGiK 1992, <http://www.geobid.com.pl/instrukcje/>

37. Instrukcja katastralna II, Dla pomiarów uzupełniających obowiązująca na obszarze Województw Zachodnich i na Ziemiach Odzyskanych, GUPK, Warszawa 1946, <http://www.geobid.com.pl/archiwalia/>

38. Барановський В., Карпінський Ю., Ляшенко А., Серія геодезичних книжок “Геодезія, картографія та кадастр”, *Топографо-геодезичне та картографічне забезпечення ведення земельного кадастру. Визначення площ територій. Державна служба геодезії та кадастру*. Київ 2009. 92 с.

Точність визначення площ за плоскими прямокутними координатами

А. Доскоч, В. Гарнавський, В. Літинський

Нині для створення великомасштабних карт використовують цифрові системи, але опрацю-

вання цифрових картографічних даних все ще пов'язано з традиційними проблемами паперових карт. Типовими завданнями великомасштабних карт є визначення віддалей і площ, наприклад, для реалізації інвестиційного проекту.

Проаналізовано точність розрахунку площі полігона за координатами його вершин (X, Y) з урахуванням того, що їхні середні похибки – m_x та m_y . Наведено результати аналізу впливу середньоквадратичних похибок, з якими визначені положення межових знаків, на точність визначення площі аналітичним способом. Крім того, запропонована нова формула для визначення допустимого розходження під час дворового обчислення площі.

Точность определения площадей по плоским прямоугольным координатам

А. Доскоц, В. Тарнавский, В. Литынский

Сегодня для создания крупномасштабных карт используют цифровые системы, но обработка цифровых картографических данных все еще связана с традиционными проблемами бумажной карты. Типичной задачей крупномасштабной карты является определение расстояний и площадей, например, для реализации инвестиционного проекта.

Проанализирована точность вычисления площади полигона за координатами его вершин

(X, Y) , исходя из того, что их среднеквадратические ошибки m_x и m_y . Поданы результаты анализа влияния среднеквадратических ошибок, с которыми определены положения межевых пунктов, на точность определения площади аналитическим методом. Кроме того, предложена новая формула для определения допустимого расхождения при двукратном определении площади.

Accuracy of calculation of the area from plane coordinates

A. Doskocz, V. Tarnavskyy, V. Litynsky

Nowadays large-scale maps are being made in digital systems, but digital map data is still not free from traditional tasks of analogue map. The typical tasks of large-scale map are determination of distances and areas, for example for implementation of investment project.

The paper presents analysis of accuracy in calculation of the area of a polygon with vertex coordinates of (X, Y) taking into consideration their mean errors (m_x, m_y). Results of analysis of influence of root mean square error of a position of the boundary monuments on accuracy of analytical determination of the area of a parcel are also given in the paper. Besides, admissible difference of determining areas two times is calculated with the proposed new formula.



INTERGEO
Kongress und Fachmesse für Geodäsie,
Geoinformation und Landmanagement
Köln, 5. - 7. Oktober 2010

5–7 жовтня 2010, м. Кьольн

**МІЖНАРОДНИЙ КОНГРЕС
І ГЕОДЕЗИЧНА ВИСТАВКА
ІНТЕРГЕО-2010**

INTERGEO є найбільшою подією в світі в галузі геодезії, геоінформатики та землевпорядкування.

Більше інформації на <http://www.intergeo.de/de/deutsch/index.php>



2–5 червня 2010, м. Евле

EUREF Симпозиум

Щорічний EUREF Симпозиум організований Lantmäteriet – шведською службою картографії, кадастру та реєстрації земель спільно з Королівським технологічним інститутом та Онсальською космічною обсерваторією Чалмеровського технологічного університету.

Більше інформації на <http://www.lantmateriet.se/EUREF2010>