4. Литвин В.В. Технології менеджменту знань: навч. посіб. / В.В. Литвин; за заг. ред. В.В. Пасічника. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2010. – 260 с. – (Серія «Консолідована інформація», вип. 2). 5. Пелещишин А.М. Інтернет-технології опрацювання консолідованих інформаційних ресурсів: навч. посіб. / А.М. Пелещишин; за заг. ред. В.В. Пасічника. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2010. – 248 с. – (Серія "Консолідована інформація", вип. 4). 6. Огородник І.М. Управління екологічною безпекою міста // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка» "Комп'ютерні науки та інформаційні технології", 2010. – № 672. – 281 с. 7. Сердюцкая Л.Ф., Каменева И.П. Системный анализ и математическое моделирование медико-экологических последствий аварии на ЧАЭС и других техногенных воздействий. – К.: Медэкос, 2000. – 173 с. 8. Новаковский Б.А., Прасолова А.И., Каргашин П.Е., Садов А.П. Принципы создания баз данных в медико-биологическом картографировании // Геоинформатика. – М., 2006. – № 1. – 6 с.

УДК 519.15

В. Різник
Національний університет «Львівська політехніка»
кафедра автоматизованих систем управління

ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НА ОСНОВІ БАГАТОВИМІРНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ФОРМИ СИГНАЛІВ

Запропоновано метод проектування удосконалених технічних пристроїв та систем, що ґрунтується на використанні багатовимірного векторного перетворення форми інформації і випливає з предвічної гармонії світобудови. Метод доцільно застосовувати в царині новітніх обчислювальних систем та інформаційно-вимірювальної техніки, системах цифрового опрацювання сигналів, моделювання складних об'єктів і процесів з використанням досягнень сучасних інформаційних технологій та чудових властивостей просторової геометрії Всесвіту.

Ключові слова: інформаційні технології, багатовимірне векторне перетворення, кільцева послідовність, монолітний код.

A technique for innovative design of engineering devices and systems, based on exploration of multidimensional data conversion of information that follows from the everlasting wide-world harmony is proposed. Applications profiting from the theory are an innovative computing systems, and information and measurement technique, digital signal processing systems, modeling of complicated objects and processes using achievements of modern information technologies and remarkable geometric property of the Universe.

Keywords: information technologies, multidimensional vector data conversion, ring consequence, monolithic code.

Вступ

Геометричні властивості реального світу слід розглядати як фізично-геометричну єдність простору-часу. Цей очевидний факт випливає з реалій, згідно з якими жоден фізичний об'єкт не може існувати поза простором і змінюватися поза часом. Геометрична наука пов'язує аксіоматику з реальним світом, експериментально перевіряючи відповідність теоретичних і практичних результатів. Арбітром досягнення такої відповідності є людина, а рівень значущості отриманого наукового результату зазвичай оцінюється красою знайденого розв'язування. Спроби побудови наукової картини світу на засадах гармонії чисел робили ще в Давній Греції за часів Піфагора (бл.

572 – бл. 497 до н.е.). Німецький філософ і математик Ґотфрід Вільгельм Ляйбніц (1646–1716) вважав наперед встановлену гармонію невід'ємною властивістю реального простору і всієї природи. Питання про можливість геометричного тлумачення усіх величин з погляду геометричної будови простору спочатку порушив англійський математик Вільям Кліффорд (1845–1879), який вивчав зв'язок фізичних властивостей матерії з властивостями викривленого простору. Потім цією проблемою займався Герман Вейль (1885–1953), Едінгтон та інші вчені. Вони показали, що найкраще згадана задача розв'язується за допомогою п'ятивимірної геометрії. Питання про можливість побудови фізико-математичної теорії на основі геометричної картини світу розглянуто в роботах Ернста Маха (1838–1916), який виходив з того, що «…геометрія є застосування математики до досліду стосовно простору». Теорією гравітації займався Альберт Айнштайн (1879–1955), який в 1913 р. сформував засади загальної теорії відносності.

Багатовимірний простір відкрив німецький математик Георг Бернхард Ріман (1826–1866), оголосивши геометрію багатовимірного простору належним середовищем природи [1]. Одним з перших дослідників, який поглибив багато цікавих ідей Рімана, був Кліффорд, який розвинув гіпотезу про те, що електрика і магнетизм зумовлені викривленням простору у вищих вимірах, а виникнення сил пояснював викривленням самого простору [1]. Припущенню Кліффорда про те, що електромагнетизм зумовлений вібраціями в четвертому вимірі, передували праці Теодора Калуци, який теж намагався пояснити електромагнетизм за допомогою четвертого виміру [2].

Геометрії вищих вимірів можуть стати ключем до розкриття законів всеосяжної гармонії Всесвіту від моменту його створення. Згідно з теорією гіперпростору, перед великим вибухом Всесвіт був досконалим десятивимірним світом, у якому було можливим переміщення між вимірами. Припускають, що під час великого вибуху цей світ розділився на два окремі світи: чотири- і шестивимірний всесвіти. Чотиривимірний всесвіт стрімко розширювався, тоді як шестивимірний – дуже швидко стискався до безмежно малих розмірів. За наявності шестивимірного карлика-близнюка ця захоплююча гіпотеза дає змогу пояснити з погляду сучасної науки, звідки взялася енергія, що зумовлює повсякчасне розширення нашого Всесвіту. Широкій громадськості важко сприймати такий розвиток природи з погляду звичної логіки сучасної людини. Однак саме така незвична модель еволюції Всесвіту допомагає принаймні математично пояснити фізику явищ, пов'язаних з науковою картиною природи. Нам, живим свідкам і учасникам цієї дивовижної всеосяжної гармонії, слід не лише намагатися зрозуміти її глибинну суть, але й усвідомити власну роль у вдосконаленні світу.

Гіпотеза про походження фізичних законів природи залишається актуальною від давніх часів. Філософи Давньої Греції намагалися зрозуміти властивості цілого, вивчаючи елементарні частинки, а Піфагор вбачав в основі світового порядку математичну гармонію. Питання про подільність цілого на частини Платон зводив (бл. 427–347 до н.е.) до пошуку математичного закону, симетрії, математичної форми. Ляйбніц пов'язував розуміння гармонії світу з буттям монад – рухомих одиниць, які відтворюють у собі Всесвіт. З появою нових наукових концепцій стало зрозуміло, що необхідно глибше пізнати взаємозв'язок симетрії із законами структуризації матерії в процесі її утворення і перетворення. Відомий фізик-теоретик XX ст. В. Гайзенберг підкреслював подібність атомістичного уявлення творців квантової механіки про зв'язок між будовою матерії та математичними законами, що визначають структуру можливих значень вимірюваних фізичних величин, як форми у "просторі станів" [1]. В загальній теорії відносності Айнштайна відкрилися нові властивості простору під впливом гравітаційних полів (геометрія Рімана та Мінковського), що спонукало до нових досліджень метрики «просторово-часової структури» у нерозривній єдності матерії та простору-часу [2].

Постановка проблеми

Одним із перспективних напрямів досліджень у галузі інформаційних технологій є вдосконалення загальносистемного підходу до проектування новітніх комп'ютерних систем з поліпшеними технічними характеристиками за надійністю, швидкодією, завадостійкістю, роздільною здатністю, функціональними можливостями. Проблема зводиться до знаходження вигідного співвідношення між частинами (елементами) проектованих об'єктів та їхнім взаємним розміщенням з урахуванням технічних характеристик частин та просторово-часової геометрії реального простору. З погляду системного підходу йдеться про пошук вигідного компромісу між структурною, інформаційною та алгоритмічною надмірностями систем. Прикладом вдалого розв'язання цієї проблеми в системах перетворення сигналів є використання принципу оптимальних структурних пропорцій (ОСП) для проектування систем кодування масивів даних у «монолітному» коді. Під монолітним розуміють код, комбінації якого побудовані лише на послідовностях інформаційних «одиниць» з відповідно вибраними значеннями вагових розрядів. Вагові розряди позиційного монолітного коду вибирають за критерієм кодування чисел натурального ряду фіксованим числом способів [3]. Природним напрямом продовження досліджень є використання багатовимірних (векторних) монолітних кодів для створення інформаційних технологій і комп'ютерних систем на основі багатовимірної арифметики. Саме тут в пригоді стає чудова властивість реального простору щодо вищезгаданої можливості оптимального розподілу частин цілого з тим, щоб кодувати числа натурального ряду фіксованою кількістю способів за критерієм мінімізації кількості цих частин (вагових розрядів позиційного коду).

Принцип оптимальних структурних пропорцій

Розглянемо детальніше формування кодових комбінацій за принципом «оптимальних структурних пропорцій» (ОСП) та встановимо теоретичний зв'язок таких кодів з комбінаторними структурами [4] на прикладі побудови двовимірних систем кодування.

Елементами такої системи є послідовність упорядкованих числових 2-кортежів $((k_{11}, k_{21}), (k_{12}, k_{22}), \ldots, (k_{1i}, k_{2i}), \ldots, (k_{1n}, k_{2n}))$, останній з яких розміщений поряд з першим. Йдеться про створення системи кодування двовимірних векторів, графічно-числова модель якої має вигляд петлі (рис.1). На цьому малюнку можна побачити систему формування кодових 2-кортежів, де n – кількість 2-кортежів.

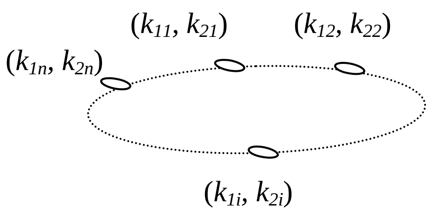

Рис. 1. Графічно-числова модель системи кодування двовимірних векторів

Поставимо задачу вибору цілочислових значень n послідовності впорядкованих 2-кортежів (k_{1i}, k_{2i}) на підставі таких вимог:

1) усі 2-кортежі не повинні повторюватися;
2) усі 2-модульні вектор-суми поруч розміщених 2-кортежів не повинні повторюватися;
3) множина усіх вибраних 2-кортежів разом з усіма 2-модульними вектор-сумами поруч розміщених 2-векторів повинна заповнити координати двовимірної матриці.

З вимог 1 і 2 випливає система нерівностей:

$$(k_{11}, k_{21}) \neq (k_{12}, k_{22}) \neq \ldots \neq (k_{1i}, k_{2i}) \neq \ldots \neq (k_{1n}, k_{2n}) \neq (k_{11}, k_{21}) + (k_{12}, k_{22}) \neq \ldots \neq (k_{1n}, k_{2n}) + (k_{11}, k_{21}) \neq \ldots \neq (k_{11}, k_{21}) + (k_{12}, k_{22}) + \ldots + (k_{1i}, k_{2i}) + \ldots + (k_{1n}, k_{2n}).$$

Під 2-модульною вектор-сумою розуміють результат арифметичного додавання чисел, вибраних від кожного з n 2-кортежів, числа яких мають однойменні порядкові номери, причому додавання здійснюють за відповідними модулями.

Нехай $(k_{11}, k_{21}) = (1,1)$, $(k_{12}, k_{22}) = (1,2)$, $(k_{13}, k_{23}) = (1,4)$, $(k_{14}, k_{24}) = (1,3)$. Тоді числова модель системи двовимірного кодування 4-го порядку (n=4) з кільцевою структурою набуває такого вигляду (рис. 2):

(1,1)

(1,2) (1,4)

(1,3)

Рис. 2. Числова модель системи двовимірного кодування 4-го порядку (n=4) з кільцевою структурою

Знайдемо всі 2-модульні вектор-суми на цій кільцевій послідовності :

$(k_{11}, k_{21})+(k_{12}, k_{22})=((k_{11}+k_{12}),(k_{21}+k_{22}))=((1+1),(1+2)) = (2,3);$
$(k_{12}, k_{22})+(k_{13}, k_{23})=((k_{12}+k_{13}),(k_{22}+k_{23}))= ((1+1), (2+4)) = (2,6);$
$(k_{13}, k_{23})+(k_{14}, k_{24}) = ((k_{13} + k_{14}), (k_{23} + k_{24})) = ((1+1),(4+3)) = (2,7);$
$(k_{14}, k_{24}) + (k_{11}, k_{21}) = ((k_{14} + k_{11}), (k_{24} + k_{21})) = ((1+1), (3+1)) = (2,4);$
$(k_{11}, k_{21})+(k_{12}, k_{22})+(k_{13}, k_{23}) = ((k_{11}+k_{12}+k_{14}), (k_{21} + k_{22} + k_{23})) = ((1+1+1), (1+2+4)) = (3,7);$
$(k_{12}, k_{22})+(k_{13}, k_{23})+(k_{14}, k_{24}) = ((k_{12} + k_{13} + k_{14}), (k_{22} + k_{23} + k_{24})) = ((1+1+1), (2+4+3)) = (3,9);$
$(k_{13}, k_{23}) + (k_{14}, k_{24}) + (k_{11}, k_{21}) = ((k_{13} + k_{14} + k_{11}), (k_{23} + k_{24} + k_{21})) = ((1+1+1), (4+3+1)) = (3,8);$
$(k_{14}, k_{24}) + (k_{11}, k_{21}) + (k_{12}, k_{22}) = ((k_{14} + k_{11} + k_{12}), (k_{24} + k_{21} + k_{22})) = ((1+1+1), (3+1+2)) = (3,6);$
$(k_{11}, k_{21}) + (k_{12}, k_{22}) + (k_{13}, k_{23}) + (k_{14}, k_{24}) = ((1 +1+1+1), (1+2+4+3)) = (4,10).$

В обчисленнях слід врахувати значення модулів $m_1 =3$, $m_2 = 4$:

$(k_{11}, k_{21}) + (k_{12}, k_{22}) = ((k_{11} + k_{12}), (k_{21} + k_{22})) = (2,3);$
$(k_{12}, k_{22}) + (k_{13}, k_{23}) = ((k_{12} + k_{13}), (k_{22} + k_{23})) = (2,1);$
$(k_{13}, k_{23}) + (k_{14}, k_{24}) = ((k_{13} + k_{14}), (k_{23} + k_{24})) = (2,2);$
$(k_{14}, k_{24}) + (k_{11}, k_{21}) = ((k_{14} + k_{11}), (k_{24} + k_{21})) = (2,4);$
$(k_{11}, k_{21}) + (k_{12}, k_{22}) + (k_{13}, k_{23}) = ((k_{11} + k_{12} + k_{14}), (k_{21} + k_{22} + k_{23})) = (3,2);$
$(k_{12}, k_{22}) + (k_{13}, k_{23}) + (k_{14}, k_{24}) = ((k_{12} + k_{13} + k_{14}), (k_{22} + k_{23} + k_{24})) = (3,4);$
$(k_{13}, k_{23}) + (k_{14}, k_{24}) + (k_{11}, k_{21}) = ((k_{13} + k_{14} + k_{11}), (k_{23} + k_{24} + k_{21})) = (3,3);$
$(k_{14}, k_{24}) + (k_{11}, k_{21}) + (k_{12}, k_{22}) = ((k_{14} + k_{11} + k_{12}), (k_{24} + k_{21} + k_{22})) = (3,1);$
$(k_{11}, k_{21}) + (k_{12}, k_{22}) + (k_{13}, k_{23}) + (k_{14}, k_{24}) = (0, 0).$

Результати обчислень показують, що кільцева послідовність ((1,1),(1,2),(1,4),(1,3)) утворює матрицю з розмірами 3×4, яка містить усі кільцеві вектор-суми, числові значення яких вичерпують значення її координат. Двовимірній кільцевій ОСП відповідає система кодування двовимірних векторів за правилами монолітного коду. Наприклад, 2-вимірна кільцева ОСП на послідовності 2-місних кортежів ((1,1),(1,2),(1,4),(1,3)) утворює досконалу з погляду досягнення мінімальної інформаційної надмірності монолітного коду систему кодування двовимірних векторів на матриці з розмірами 3×4, що ілюструє табл.1.

Таблиця 1

Кодування двовимірних векторів у системі ((1,1),(1,2),(1,4),(1,3))

Вектор	Кодова комбінація			
(1,1)	1	0	0	0
(1,2)	0	1	0	0
(1,3)	0	0	0	1
(1,4)	0	0	0	1
(2,1)	0	1	1	0
(2,2)	0	0	1	1
(2,3)	1	1	0	0
(2,4)	1	0	0	1
(3,1)	1	1	0	1
(3,2)	1	1	1	0
(3,3)	1	0	1	1
(3,4)	0	1	1	1

З табл. 1 можна бачити, що 4-розрядні кодові комбінації вичерпують цілочислові значення двовимірних векторів у межах від (1,1) до (3,4), закодованих у монолітному коді. Ця властивість дає змогу подавати в монолітному коді будь-який двовимірний вектор, обмежений матрицею 3×4. Описаний код є оптимальним за критерієм мінімізації кількості розрядів з обмеженням на правила формування однойменних символів у дозволених кодових комбінаціях, де всі однойменні символи розміщені один поряд з одним. Принцип ОСП дає змогу отримати усі можливі значення двовимірних векторів, а інформаційна система, основана на монолітному ОСП-коді, набуває корисних властивостей, зокрема завдяки розмежуванню блоків “нулів” та “одиниць” зростає завадостійкість та швидкодія перетворення кодових сигналів, підвищується рівень захисту закодованих даних від несанкціонованого доступу.

Наступний приклад демонструє різновид досконалої системи «монолітного» кодування векторів у діапазоні цілочислових значень від 0 до 2 – для першої, та від 0 до 3 – другої складової двовимірного вектора:

(0, 0) ≡ (2, 2) + (0, 2) + (1, 0),
(0, 1) ≡ (1, 1) + (2, 2) + (0, 2),
(0, 2) = (0, 2),
(0, 3) ≡ (1, 1) + (2, 2),
(1, 0) = (1, 0),
(1, 1) = (1, 1),
(1, 2) ≡ (0, 2) + (1, 0),
(1, 3) ≡ (1, 0) + (1, 1) + (2, 2),
(2, 0) ≡ (2, 2) + (0, 2),
(2, 1) ≡ (1, 0) + (1, 1),
(2, 2) = (2, 2),
(2, 3) ≡ (0, 2) + (1, 0) + (1, 1)

У табл. 2 наведена система кодування двовимірних векторів на кільцевій послідовності 2-кортежів. Першу компоненту вектора обчислюють за модулем m_1 = 3, а друга – за m_2 = 4.

Таблиця 2

Система «монолітного» кодування 2-векторів на кільцевій послідовності ((0,2),(1,0),(1,1),(2,2))

Вектор	Кодова комбінація			
(0,0)	1	1	0	1
(0,1)	1	0	1	1
(0,2)	1	0	0	0
(0,3)	0	0	1	1
(1,0)	0	1	0	0
(1,1)	0	0	1	0
(1,2)	1	1	0	0
(1,3)	0	1	1	1
(2,0)	1	0	0	1
(2,1)	0	1	1	0
(2,2)	0	0	0	1
(2,3)	1	1	1	0

Порівнюючи вищенаведені приклади кодування двовимірних векторів, можна побачити, що обидві системи перетворення форми інформації рівноцінні щодо досягнення максимальної потужності коду, оскільки кожна з них вичерпує множину координат двовимірної матриці 3×4. Відмінність полягає лише в тому, що в системі кодування, основаній на кільцевій послідовності векторів ((1,1),(1,2),(1,4),(1,3)), одна з координат двовимірного вектора може набувати значень чисел натурального ряду від 1 до 3, а друга – від 1 до 4, тоді як для системи ((0,2),(1,0),(1,1),(2,2)) – відповідно від 0 до 2 та від 0 до 3. Зазначимо, що обидві системи є досконало сформованими інформаційними структурами, в яких віддзеркалена предвічна гармонія двовимірної «розгортки» реального простору.

Розглянемо один з варіантів системи кодування, яка базується на кільцевій послідовності векторів ((0,1,0),(0,2,3),(1,1,2),(0,2,2),(1,0,3),(1,1,1)), де одна з координат 3D-вектора набуває значень цілих чисел {0,1}, друга -{0,1,2}, третя – {0,1,2,3,4}. В обчисленнях треба врахувати значення модулів m_1 =2, m_2 = 3, , m_2 = 5:

(0, 0, 0) ≡ (0,1,0) + (0,2,3) + (1,1,2) + (0,2,2) +(1,0,3),
(0, 0, 1) ≡ (0,2,2) + (1,0,3) + (1,1,1),
(0, 0, 2) ≡ (1,1,2) + (0,2,2) + (1,0,3),
(0, 0, 3) ≡ (0,1,0) + (0,2,3),
(0, 0, 4) ≡ (0,2,2) + (1,0,3) + (1,1,1) + (0,1,0) + (0,2,3),
(0, 1, 0) ≡ (0,1,0),
(0, 1, 1) ≡ (0,2,2) + (1,0,3) + (1,1,1) + (0,1,0),
(0, 1, 2) ≡ (1,0,3) + (1,1,1) + (0,1,0) + (0,2,3),
(0, 1, 3) ≡ (1,1,1) + (0,1,0) + (0,2,3) + (1,1,2) + (0,2,2),
(0, 1, 4) ≡ (0,1,3) + (1,1,1),
(0, 2, 0) ≡ (0,2,3) + (1,1,2) + (0,2,2) + (1,0,3),
(0, 2, 1) ≡ (1,1,1) + (0,1,0) + (0,2,3) + (1,1,2),
(0, 2, 2) ≡ (0, 2, 2), і т.д.
……………………..……………………………………….
(1, 2, 4) ≡ (1,0,3) + (1,1,1) + (0,1,0) +(0,2,3) + (1,1,2).

Система кодування 3D–векторів на базі ОСП ((0,1,0), (0,2,3), (1,1,2), (0,2,2), (1,0,3), (1,1,1)) наведена в табл. 3.

Таблиця 3

Система «монолітного» кодування 3D-векторів на кільцевій послідовності ((0,1,0), (0,2,3), (1,1,2), (0,2,2), (1,0,3), (1,1,1))

Вектор	Кодова комбінація					
(0,0,0)	1	1	1	1	1	0
(0,0,1)	0	0	0	1	1	1
(0,0,2)	0	0	1	1	1	0
(0,0,3)	1	1	0	0	0	0
(0,0,4)	1	1	0	1	1	1
(0,1,0)	1	0	0	0	0	0
(0,1,1)	1	1	0	0	1	1
(0,1,2)	0	0	1	1	1	1
(0,1,3)	1	1	1	1	0	1
(0,1,4)	0	0	0	0	1	1
(0,2,0)	0	1	1	1	1	0
(0,2,1)	1	1	1	0	0	1
(0,2,2)	0	0	0	1	0	0
(0,2,3)	0	1	0	0	0	0
(0,2,4)	1	0	0	0	1	1
(1,0,0)	0	1	1	0	0	0
(1,0,1)	0	1	1	1	1	1
(1,0,2)	1	1	1	1	0	0
(1,0,3)	0	0	0	0	1	0
(1,0,4)	0	0	1	1	0	0
(1,1,0)	1	1	1	0	0	0
(1,1,1)	0	0	0	0	0	1
(1,1,2)	0	0	1	0	0	0
(1,1,3)	0	0	1	1	1	1
(1,1,4)	1	1	0	0	0	1
(1,2,0)	0	0	0	1	1	0
(1,2,1)	1	0	0	0	0	1
(1,2,2)	0	1	1	1	0	0
(1,2,3)	1	0	1	1	1	1
(1,2,4)	1	1	1	0	1	1

З табл. 3 випливає, що кільцева послідовність ((0,1,0),(0,2,3),(1,1,2),(0,2,2),(1,0,3),(1,1,1)) утворює кодову матрицю з розмірами 2 × 3 × 5, що містить усі кільцеві вектор-суми, числові значення яких вичерпують значення її координат. Описана система кодування 3D-векторів є монолітним кодом.

Висновки

Дослідження, пов'язані з проблемою існування, переліку та синтезу дво- та багатовимірних систем перетворення форми сигналів у монолітному кодуванні, дають теоретичні підстави для створення новітніх пристроїв та систем інформаційно-вимірювальної техніки з розширеними технічними і функціональними можливостями, що базуються на векторних інформаційних технологіях, проектування ефективних систем перетворення форми інформації, розроблення спеціалізованих процесорів на багатовимірній комп'ютерній арифметиці вже в найближчому майбутньому.

Отримані результати передбачають розширення сфери досліджень у тих галузях науки і техніки, де впроваджуються загальносистемні принципи оптимізації, що ґрунтуються на теорії комбінаторних конфігурацій: математиці (векторна алгебра, теорія груп) [4], обчислювальній техніці, криптографії, інформаційно-вимірювальній техніці [5], комп'ютерних технологіях, радіофізиці та акустиці [6], системах зв'язку та інших технічних галузях. Наявність численних варіантів багатовимірних ОСП свідчить про багатоманітність форм предвічної гармонії, яка притаманна геометрії реального простору-часу.

1. Гейзенберг В. Физика и философия. Часть и целое: пер. с нем. – М.: Наука, 1990. – 400 с. 2. Мічіо Кайку. Гіперпростір: наукова одіссея крізь паралельні світи, викривлений простір-час і десятий вимір / Пер. з англ. Анжела Кам'янець. – Львів: Літопис, 2005. – 460 с. 3. Різник В.В. Синтез оптимальних комбінаторних систем. – Львів: Вища школа, 1989. – 165 с. 4. Холл М. Комбинаторика. – М.: Мир, 1970. – 470 с. 5. Бандирська О.В. Досконалі системи мір як свідчення предвічної гармонії Всесвіту // Світоглядні читання з нагоди 200-річчя Ч. Дарвіна: Зб. наук. праць. – К.: Четверта хвиля, 2010. – С.49–53. 6. Riznyk V. Application of the Gold Ring Bundles for innovative non-redundant radar or sonar systems // European Physical Journal (EPJ-SP), v.154, Febryary, 2008. – P.183–186.