

## ВСТАНОВЛЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ПЛОЩ ЗЕМЕЛЬНИХ ДІЛЯНОК ПІД МАЛИМИ ОБ'ЄКТАМИ НЕРУХОМОСТІ

В.А. Рябчій, В.В. Рябчій, О. Янкін

Національний гірничий університет

**Ключові слова:** земельні ділянки, невеликі об'єкти нерухомості, середні квадратичні похибки.

### Постановка проблеми

Згідно з [1] для власників нерухомого майна виконуються землевпорядні та геодезичні роботи, необхідні для укладання договорів оренди на земельну ділянку (далі – ЗД). При цьому площа ЗД, на якій розташоване нерухоме майно, може бути різною. Так, це може бути кіоск площею декілька квадратних метрів або завод площею декілька гектарів. Перед геодезичними організаціями, які виконують роботи з визначення координат кутів поворотів (далі – КП) ЗД та її площі, постає питання: “З якою точністю повинні бути визначені координати КП та площа цієї ЗД?”. Згідно з [2] абсолютні граничні похибки визначення площі ЗД не повинні перевищувати  $1 \text{ м}^2$ , якщо площа ЗД до  $1000 \text{ м}^2$ . Тобто у [2] наведена гранична похибка визначення площі у вказаному інтервалі. Але в інтервалі до  $1000 \text{ м}^2$  можуть бути ЗД, на яких розташовані так звані малі архітектурні форми або інші невеликі об'єкти нерухомості. Приймати допустиму похибку такою, що дорівнює  $1 \text{ м}^2$  для ЗД площею  $5 \text{ м}^2$  і  $500 \text{ м}^2$ , вочевидь, буде неправильним. Тому виникає проблема щодо встановлення допустимої похибки визначення площі ЗД, на яких розташовані невеликі об'єкти нерухомості.

**Мета цієї роботи** – визначити реальні граничні похибки обчислення площі ЗД в інтервалі до  $1000 \text{ м}^2$ .

### Виклад основного матеріалу дослідження

Спочатку розглянемо, що таке мала архітектурна форма. Згідно з [3] під малою архітектурною формою прийнято розуміти невелику стаціонарну одноповерхову споруду площею до  $30 \text{ м}^2$ , яка призначена для здійснення підприємницької діяльності. Це може бути кіоск, павільйон тощо. Але, крім малих архітектурних форм, існують невеликі стаціонарні споруди, площа яких також незначна. Наприклад, це

ганки, які будують для використання вбудованих приміщень, виведених з житлового фонду перших поверхів багатоповерхових будинків. Площа ЗД під ганками невелика, зазвичай до десяти квадратних метрів, але ці ЗД також потребують окремого оформлення права оренди, а значить, і окремого визначення координат КП. Також багато ЗД зайнято під гаражами площею до ста квадратних метрів.

Останнім часом багато невеликих споруд побудовано на ЗД з площею від  $100 \text{ м}^2$  до  $1000 \text{ м}^2$  різного комерційного призначення: невеликі магазини, аптеки тощо. ЗД з площами від  $400$  до  $1000 \text{ м}^2$  переважно трапляються серед домоволодінь. Звичайно, домоволодіння не належать до малих об'єктів нерухомості, але за займаною площею ЗД вони потрапляють в інтервал, вказаний у [2].

Для всіх вказаних інтервалів площ ЗД необхідно визначити координати КП ЗД так, щоб фактична середня квадратична похибка (далі – СКП) була меншою від допустимої, а допустима СКП площі повинна бути реальною.

Далі всі ці невеликі об'єкти нерухомості називатимемо малими об'єктами нерухомості (далі – МОН), які використовуються для комерційної або іншої діяльності чи для особистих потреб людини. Умовно приймемо, що площа ЗД під МОН може бути в інтервалі від декількох до тисячі квадратних метрів.

Треба відзначити взагалі проблему визначення СКП площі ЗД. Визначенню СКП площі ЗД приділяло увагу багато вчених і дослідників. Сьогодні є багато публікацій з цього приводу, зокрема останні [4, 5]. Але однозначно ця задача не розв'язана через труднощі визначення залежності координат КП ЗД, тобто коефіцієнта кореляції.

Більшість авторів зазначає: “Коефіцієнт кореляції попарно залежних аргументів необхідно визначати із спеціальних досліджень”. Це правильно, але достовірно виконати такі дослідження не завжди можливо, оскільки зазвичай кількість вимірів незначна. І, на жаль, навіть отримавши для якогось випадку вимірювань

відповідні значення коефіцієнтів кореляції, їх не можна узагальнити, тобто перенести ці значення для інших вимірів, оскільки в кожному окремому випадку вимірів існують й окремі залежності між вимірними величинами.

Визначити коефіцієнт кореляції за значеннями планових координат  $X$  і  $Y$  також нецільно. Оскільки, як вже встановлено, коефіцієнт кореляції між самими значеннями координат залежатиме від конфігурації ЗД. І, крім цього, визначити його достатньо надійно неможливо, оскільки у невеликих за площею ЗД,

$$m_s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial S}{\partial X_i}\right)^2 m_{X_i}^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial S}{\partial Y_i}\right)^2 m_{Y_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2}^n \frac{\partial S}{\partial X_i} \frac{\partial S}{\partial X_j} r_{X_i, X_j} m_{X_i} m_{X_j} + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2}^n \frac{\partial S}{\partial X_i} \frac{\partial S}{\partial Y_j} r_{X_i, Y_j} m_{X_i} m_{Y_j} + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2}^n \frac{\partial S}{\partial Y_i} \frac{\partial S}{\partial Y_j} r_{Y_i, Y_j} m_{Y_i} m_{Y_j}}, \quad (2)$$

де  $i$  та  $j$  – номери КП ЗД.

Під коренем можна виділити дві окремі частини виразу: це сума добутків квадратів частинних похідних за координатами і відповідних квадратів СКП цих координат, а також подвоєні добутки частинних похідних за координатами, відповідних СКП і коефіцієнту кореляції. Приймемо, що СКП визначення всіх координат має те саме значення. Тоді таку СКП можна винести з-під кореня. Припустимо, що коефіцієнт кореляції поки не враховується. У такому разі можна вважати, що під коренем будуть тільки сума квадратів частинних похідних та сума подвоєних добутків частинних похідних. За прийнятих допущень повинна виконуватись рівність:

$$\sum_{i=1}^n \left\{ \left(\frac{\partial S}{\partial X_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial Y_i}\right)^2 \right\} = 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2}^n \frac{\partial S}{\partial X_i} \frac{\partial S}{\partial X_j} + 2 \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial X_i} \frac{\partial S}{\partial Y_i} + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2}^n \frac{\partial S}{\partial Y_i} \frac{\partial S}{\partial Y_j}. \quad (3)$$

Ця рівність (3) свідчить про те, що у випадку, коли коефіцієнт кореляції дорівнює плюс одиниці, під коренем буде нуль, що є нонсенсом. А якщо коефіцієнт кореляції дорівнюватиме мінус одиниці, то під коренем буде подвоєна сума квадратів частинних похідних, що збільшить СКП площі ЗД в 1,4 раза. Тобто, якщо допустити однакову максимальну СКП координат для всіх КП і максимальний вплив коефіцієнтів кореляції, то під коренем буде подвоєна сума квадратів частинних похідних.

$$m_s = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial X_1}\right)^2 m_{X_1}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial Y_1}\right)^2 m_{Y_1}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial X_2}\right)^2 m_{X_2}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial Y_2}\right)^2 m_{Y_2}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial X_3}\right)^2 m_{X_3}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial Y_3}\right)^2 m_{Y_3}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial X_4}\right)^2 m_{X_4}^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial Y_4}\right)^2 m_{Y_4}^2}. \quad (5)$$

як правило, незначна кількість КП. Тому наведемо деякі міркування на цю тему.

Розглянемо загальну формулу визначення СКП визначення площі. Як відомо, площа ЗД при нумерації кутів поворотів за ходом годинникової стрілки для будь-якої кількості КП може обчислюватись за такою формулою:

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1}). \quad (1)$$

У загальному вигляді формула визначення СКП площі ЗД така:

Але, якщо взяти іншу крайність, то теоретично можливо, що під коренем буде нуль. Але ми розглядаємо не суму істинних похибок, а СКП.

Зробимо таке: у табл. 1 наведемо деякі площі ЗД в інтервалі до 1000 м<sup>2</sup>, які є найпоширенішими, та їх показники і результати розрахунків. Для деякого спрощення вважатимемо, що ЗД мають форму прямокутника або квадрата. У другому, третьому, четвертому, п'ятому і шостому стовпцях наведені довжина, ширина, діагональ, СКП координат КП та площа прямокутника або квадрата відповідно.

Далі обчислимо можливу СКП визначення вказаних площ ЗД. Згідно з [2] СКП визначення координат КП не повинна перевищувати 0,10 м. Методика визначення координат кутів поворотів ЗД, наприклад, площею 10 м<sup>2</sup> і площею 100 м<sup>2</sup> за одних і тих самих умов буде приблизно однаковою. Тобто за тією самою методикою вимірювання СКП визначення координат КП ЗД будуть приблизно однаковими, а СКП площі великою мірою залежатиме від значення площі.

Площа чотирикутника визначатиметься за формулою (1) так:

$$S = \frac{1}{2} (X_1(Y_2 - Y_4) + X_2(Y_3 - Y_1) + X_3(Y_4 - Y_2) + X_4(Y_1 - Y_3)). \quad (4)$$

СКП площі ЗД чотирикутника в загальному вигляді визначатиметься за умовою, що обчислення координат КП незалежне і коефіцієнт кореляції дорівнює нулю, за такою формулою:

## Значення показників ЗД

№ рядка	Довжина $a$ , м	Ширина $b$ , м	Діагональ $D$ , м	СКП координат КП $m_{X,Y}$ , м	Площа $S$ , м <sup>2</sup>	СКП площі $m_S$ , м <sup>2</sup>	Відносна похибка $1/N$	Процентне відношення, %	СКП координат КП за розрахунком $m_{X,Y}$ , м
1	2	2	2,83	0,1	4	0,28	1/14	7,0	0,35
2	3	2	3,61	0,1	6	0,36	1/17	6,0	0,27
3	4	2	4,47	0,1	8	0,45	1/18	5,6	0,22
4	5	2	5,39	0,1	10	0,54	1/19	5,4	0,19
5	5	4	6,40	0,1	20	0,64	1/31	3,2	0,16
6	6	5	7,81	0,1	30	0,78	1/38	2,6	0,13
7	8	5	9,43	0,1	40	0,94	1/43	2,4	0,11
8	10	5	11,18	0,1	50	1,12	1/45	2,2	0,09
9	10	6	11,66	0,1	60	1,17	1/51	2,0	0,09
10	10	7	12,21	0,1	70	1,22	1/57	1,7	0,08
11	10	8	12,81	0,1	80	1,28	1/63	1,6	0,08
12	10	9	13,45	0,1	90	1,35	1/67	1,5	0,07
13	10	10	14,14	0,1	100	1,41	1/71	1,4	0,07
14	20	10	22,36	0,1	200	2,24	1/89	1,1	0,04
15	20	15	25,00	0,1	300	2,50	1/120	0,8	0,04
16	20	20	28,28	0,1	400	2,83	1/141	0,7	0,04
17	25	20	32,02	0,1	500	3,20	1/156	0,6	0,03
18	30	20	36,06	0,1	600	3,61	1/166	0,6	0,03
19	35	20	40,31	0,1	700	4,03	1/174	0,6	0,02
20	40	20	44,72	0,1	800	4,47	1/179	0,6	0,02
21	45	20	49,24	0,1	900	4,92	1/183	0,5	0,02
22	50	20	53,85	0,1	1000	5,39	1/186	0,5	0,02

Частинні похідні виразу (5) дорівнюватимуть:

$$\frac{\partial S}{\partial X_1} = \frac{Y_2 - Y_4}{2}; \quad \frac{\partial S}{\partial X_2} = \frac{Y_3 - Y_1}{2}; \quad \frac{\partial S}{\partial X_3} = \frac{Y_4 - Y_2}{2};$$

$$\frac{\partial S}{\partial X_4} = \frac{Y_1 - Y_3}{2}; \quad \frac{\partial S}{\partial Y_1} = \frac{X_4 - X_2}{2}; \quad \frac{\partial S}{\partial Y_2} = \frac{X_1 - X_3}{2};$$

Тоді

$$m_S = \frac{m_{X,Y}}{2} \times \sqrt{(Y_2 - Y_4)^2 + (X_4 - X_2)^2 + (Y_3 - Y_1)^2 + (X_1 - X_3)^2 + (Y_4 - Y_2)^2 + (X_2 - X_4)^2 + (Y_1 - Y_3)^2 + (X_3 - X_1)^2}. \quad (8)$$

Оскільки

$$(Y_2 - Y_4)^2 + (X_4 - X_2)^2 = (Y_4 - Y_2)^2 + (X_2 - X_4)^2 = D_{2-4}^2, \quad (9)$$

$$(Y_3 - Y_1)^2 + (X_1 - X_3)^2 = (Y_1 - Y_3)^2 + (X_3 - X_1)^2 = D_{1-3}^2, \quad (10)$$

$$\frac{\partial S}{\partial Y_3} = \frac{X_2 - X_4}{2}; \quad \frac{\partial S}{\partial Y_4} = \frac{X_3 - X_1}{2}. \quad (6)$$

Як вже раніше було сказано, прийmemo, що:

$$m_{X_1} = m_{Y_1} = m_{X_2} = m_{Y_2} = m_{X_3} = m_{Y_3} = m_{X_4} = m_{Y_4} = m_{X,Y}. \quad (7)$$

де  $D_{2-4}$  і  $D_{1-3}$  – діагоналі чотирикутника, то вираз (8) набуде вигляду:

$$m_S = \frac{m_{X,Y}}{2} \sqrt{D_{2-4}^2 + D_{1-3}^2 + D_{2-4}^2 + D_{1-3}^2} = \frac{m_{X,Y}}{2} \sqrt{2(D_{1-3}^2 + D_{2-4}^2)}. \quad (11)$$

У прямокутнику або квадраті діагоналі між собою рівні, тобто

$$D_{2-4} = D_{1-3} = D. \quad (12)$$

Тоді, з урахуванням (12), вираз (11) набуде вигляду:

$$m_S = m_{X,Y} D. \quad (13)$$

Приймаючи  $m_{X,Y} = 0,10$  м, отримаємо

$$m_S = 0,1 D. \quad (14)$$

СКП площі ЗД обчислена за формулою (14) і занесена у сьомий стовпець. У восьмому стовпці обчислена відносна похибка площі ЗД, у дев'ятому – наведені процентні відношення (далі – ПВ) СКП обчислення площі до самої площі ЗД.

Порівнюючи дані табл. 1, можна побачити, що СКП обчислення площі в інтервалі до 1000 м<sup>2</sup> значно змінюється: від 0,3 до 5,4 м<sup>2</sup>. Також значно змінюється відносна похибка в інтервалі від 1/14 до 1/186 і ПВ – в інтервалі від 7 до 0,5 %. Зі зростанням величини площі ЗД її СКП також збільшується, а ПВ, навпаки, зменшується.

Порівнюючи вказані показники і враховуючи, що фактичні показники повинні бути менші від допустимих значень, можна загальний інтервал площ ЗД до тисячі квадратних метрів розділити на три малі інтервали, які наведені у табл. 2.

Таблиця 2

#### Малі інтервали площі залежно від їх СКП

№ рядка	Малі інтервали площі $S$ , м <sup>2</sup>	СКП площі $m_S$ , м <sup>2</sup>	ПВ, %
1	до 50	менше за 1	7–2
2	50–200	1–2	2–1
3	200–1000	2–5	1–0,5

Продовжимо аналізувати отримані значення СКП площі ЗД (сьомий стовпець табл. 1). Тільки у ЗД площею до 50 м<sup>2</sup> їх СКП менша за 1 м<sup>2</sup>, що відповідає вимогам [2], а всі інші значення – більші. З'ясуємо, якою повинна бути СКП визначення координат КП, щоб виконувалась ця вимога. Прийmemo принцип рівних СКП обчислення кожної координати. У такому разі для розрахунку можна скористатися формулою (13). З цієї формули випливає, що СКП координат дорівнюватиме

$$m_{X,Y} = \frac{1}{D}. \quad (15)$$

Отримані значення записані у стовпець 10 табл. 1.

Порівнюючи дані, наведені у стовпцях 5 і 10 табл. 1, можна відзначити значну розбіжність. Чим більша площа, тим меншою повинна бути СКП визначення координат. Використовуючи сучасні прилади, можна визначити координати КП з похибками у декілька міліметрів, але для цього треба розробляти спеціальну методику вимірювань та попередніх розрахунків. Це сьогодні не зовсім доцільно, бо значно підвищить вартість і терміни виконання геодезичних робіт.

#### Висновки

1. Інтервал площ ЗД до тисячі квадратних метрів пропонується поділити на три: перший – до 50 м<sup>2</sup>, другий – від 50 до 200 м<sup>2</sup> і третій – від 200 до 1000 м<sup>2</sup> та користуватись допустимими значеннями СКП площ ЗД, наведеними у табл. 2.

Як характеристикою точності визначення площі ЗД доцільно користуватися не тільки СКП, а і ПВ, яке, наприклад, у третьому інтервалі повинно бути не більше від одного процента. Такий показник психологічно сприятливіший для власників, користувачів або покупців ЗД.

2. Доки не буде остаточно встановлено, як достовірно визначати коефіцієнти кореляції між обчисленими координатами КП ЗД, то фактичну і допустиму СКП площі ЗД необхідно обчислювати без урахування подвоєних добутоків, а також без подвоєних добутоків виконувати попередній розрахунок СКП площі.

3. Під час визначення допустимої СКП площі та попереднього розрахунку СКП площі приймати граничну похибку визначення координат згідно з [2], що дорівнює 0,10 м. Якщо ЗД має чотири КП, то можна використовувати формулу (11).

Також треба мати на увазі, що значення граничної похибки 0,10 м з часом або за певних вимог може бути змінене.

4. Застосування такого підходу до визначення СКП площі ЗД дасть змогу всім обчислювачам однозначно знаходити СКП площі.

#### Література

1. Земельний кодекс України, 2001.
2. Керівний технічний матеріал. Інвентаризація земель населених пунктів (наземні методи). – Укргеодезкартографія, 1993.
3. Постанова Кабінету Міністрів України “Про затвердження Порядку розміщення малих архітектурних форм для провадження підприємницької діяльності” від 26 серпня 2009 р. № 982.
4. Малашевський М.А. Аналіз методів визначення площ при проведенні кадастрових

робіт // Інженерна геодезія. – 2008. – Вип. 54. – С. 135–140.

5. Смірнов Є.І. Точність визначення площ земельних ділянок місцевості // Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції “Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні та лісовпорядкуванні”, 21–22 травня 2009 р. – Ужгород: Ужгородський національний університет, 2009. – С. 38–40.

**Встановлення точності визначення площ земельних ділянок під малими об'єктами нерухомості**

В.А. Рябчий, В.В. Рябчий, О. Янкін

Досліджено вплив розміру прямокутної земельної ділянки на значення її середньої квадратичної і відносної похибок, зроблено узагальнення та наведено деякі пропозиції.

**Определение точности вычисления площадей земельных участков под малыми объектами недвижимости**  
В.А. Рябчий, В.В. Рябчий, А. Янкин

Исследовано влияние размера прямоугольного земельного участка на величины его средней квадратической и относительной ошибок, выполнены обобщения и приведены некоторые предложения.

**Determination of exactness of calculation of areas of lot lands under the small objects of the real estate**

V.A. Ryabchiy, V.V. Ryabchiy, O. Yankin

Influence of size of rectangular lot land is investigational on the sizes of his middle quadratic and relative errors, generalizations are executed and some suggestions are resulted.

**23 to 24 September 2010**  
**Albena resort, Varna, Bulgaria**  
**XX International Symposium**  
**Modern technologies, education**  
**and professional practice**  
**in geodesy and related fields**  
**Home | Find | Add a conference**  
<http://cim.bg/index.php/en/view/organizing-xx-international-symposium-geodesy>

**30 November – 1 December**  
**The Hague, The Netherlands**  
**European LiDAR**  
**Mapping Forum 2010.**  
[www.lidarmap.org](http://www.lidarmap.org)

**15–17 September**  
**Skopje, Republic of Macedonia**  
**(FYROM)**  
**International Conference**  
**on Spatial Data Infrastructures 2010.**  
**Co-sponsored by FIG.**  
[http://sdi2010.evkartenn.com/?page\\_id=19sdiconf2010@gmail.com](http://sdi2010.evkartenn.com/?page_id=19sdiconf2010@gmail.com)

**16–18 September**  
**San Jose, Costa Rica**  
**Geomatics, an integral discipline**  
**at obtaining and processing**  
**geospace data.**  
**Co-sponsored by FIG**  
**Invitation brochure (pdf 4 Mb)**  
<http://www.colegiotopografoscr.com/congreso2010/>