

ПОБУДОВА МАТРИЦІ АНОМАЛІЙ БУГЕ ДЛЯ ТЕРИТОРІЇ КАРПАТСЬКОГО РЕГІОНУ

Д. Марченко, В. Максимчук

Карпатське відділення Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна НАН України, м. Львів

Л. Шимків

ПДРГП “Північгеологія”, м. Київ

Ключові слова: фільтрація, аномалії Буге, гравітаційне поле, середня квадратична колокація.

Постановка проблеми

Традиційно аналіз та опрацювання даних гравіметрії складається з багатьох порівняно незалежних процедур, таких як відбракування некондиційних вимірів, вирівнювання даних спостережень на сусідніх ділянках, побудова матриці тощо. Кожна процедура може ініціювати виникнення похибок, що акумулюються упродовж всього опрацювання даних. У наведеній роботі поставлена та розв’язана задача фільтрації так званої матриці аномалій Буге на території заходу України.

На рис. 2 подана $1' \times 1'$ матриця аномалій Буге [4, 5, 7] для території західного регіону, де візуально чітко видно наявність повздовжніх та поперекових ліній, що створюють приховану рівномірну мережу сіток вузлів матриці, а також можливі спотворення значень аномалій у вузлах цієї сітки.

Причини появи таких спотворень можуть бути різними, починаючи з некоректного зведення дигіталізованих даних на різних листах карт та закінчуючи похибками, що виникають під час побудови матриць. Необхідно зазначити, що пряме використання таких невідфільтрованих даних у геодезичних та геофізичних цілях може призвести до хибних висновків та результатів.

Отже, для фільтрації шуму, який містять вихідні дані, було застосовано метод середньої квадратичної колокації, а для чистоти експерименту – розв’язок також за допомогою методу максимуму найбільшої вірогідності та фільтрацією за Гауссом.

Фільтрація даних. Метод середньої квадратичної колокації.

Основне рівняння методу середньої квадратичної колокації запишемо у такому вигляді:

$$\mathbf{l} = \mathbf{B}\mathbf{T} + \mathbf{n}, \quad (1)$$

де \mathbf{l} – вектор ($q \times 1$) результатів вимірювань (кожний з яких може трактуватися як лінійний

функціонал на потенціалі T); \mathbf{n} – вектор ($q \times 1$) випадкових помилок результатів вимірювань; \mathbf{B} – лінійний оператор, що складається з q лінійних функціоналів [1–3].

Шукаючи розв’язок системи (1) під умовою мінімуму згладжуючого функціонала

$$\Phi = (T, T)_{H_2^q(\Sigma)} + \mathbf{n}^T \mathbf{C}_{nn}^{-1} \mathbf{n} = \min, \quad (2)$$

запишемо його у вигляді класичного розв’язку [1, 2, 3]:

$$T = \mathbf{K}\mathbf{B}^T (\mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{B}^T + \mathbf{C}_{nn})^{-1} \mathbf{l}, \quad (3)$$

де стабілізатором є квадрат норми $(T, T)_{H_2^q(\Sigma)}$

збурювального потенціалу, причому \mathbf{K} – матриця цього стабілізатора. Вираз (3) дає змогу одержати значення сигналів s_k (або будь-яких лінійних функціоналів на потенціалі T). Приймаючи, що

$$s_k = S_k T, \quad (4)$$

для m -вимірного вектора $\mathbf{s} \in R^m$ можемо записати

$$\mathbf{s} = \mathbf{S}\mathbf{T}, \quad (5)$$

де

$$\mathbf{S} = [S_1 \quad S_2 \quad \dots \quad S_q]^T, \quad (6)$$

є лінійним оператором $\mathbf{S}: H_2^q(\Sigma) \rightarrow R^m$, який відображає гільбертів простір $H_2^q(\Sigma)$ в евклідов простір R^m [1–3]. Застосування оператора (6) до обох частин рівності (3) дає

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{S}\mathbf{K}\mathbf{B}^T (\mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{B}^T + \mathbf{C}_{nn})^{-1} \mathbf{l} \quad (7)$$

Позначивши тепер

$$\mathbf{C}_{tt} = \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{B}^T, \quad (8)$$

$$\mathbf{C}_{st} = \mathbf{S}\mathbf{K}\mathbf{B}^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{B}\mathbf{T}, \quad (10)$$

з трактуванням матриць \mathbf{C}_{tt} і \mathbf{C}_{st} як коваріаційних, можемо записати добре відомий розв’язок та оцінку точності сигналу [1–3]:

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{C}_{st} (\mathbf{C}_{tt} + \mathbf{C}_{nn})^{-1} \mathbf{l}, \quad (11a)$$

$$\mathbf{E}_{ss} = \mathbf{C}_{ss} - \mathbf{C}_{st} (\mathbf{C}_{tt} + \mathbf{C}_{nn})^{-1} \mathbf{C}_{ts}, \quad (11b)$$

для рівнянь вимірів

$$\mathbf{l} = \mathbf{t} + \mathbf{n}, \quad (12)$$

знайдений під умовою мінімуму (12).

Легко бачити, що за $\mathbf{s}=\mathbf{t}$ формула (11a) дає

$$\mathbf{t} = \mathbf{C}_{tt}(\mathbf{C}_{tt} + \mathbf{C}_{nn})^{-1}\mathbf{l}, \quad (13)$$

оптимальну лінійну оцінку сигнальної частини \mathbf{t} самих вимірів \mathbf{l} , за рахунок чого можна говорити, що (13) описує фільтрацію вимірів \mathbf{l} . Розв'язуючи рівняння (13) відносно \mathbf{l} :

$$\mathbf{l} = (\mathbf{C}_{tt} + \mathbf{C}_{nn})\mathbf{C}_{tt}^{-1}\mathbf{t}, \quad (14)$$

та підставляючи (3.24) в (3.21), отримуємо остаточно фундаментальний вираз

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{C}_{st}\mathbf{C}_{tt}^{-1}\mathbf{t}, \quad (15)$$

який дає змогу одержати сигнали \mathbf{s} на підставі відфільтрованих вимірів \mathbf{t} .

Обчислення емпіричної коваріаційної функції (ЕКФ) було виконано в нашому випадку стандартною методикою у просторовій області. Побудована ЕКФ апроксимувалась спеціальною аналітичною коваріаційною функцією АКФ з масиву потенціалів радіальних мультиполів (рис. 1). Так було встановлено оптимальний ступінь для АКФ – $n = 2$, що являє собою модифіковане ядро Пуассона [2, 6], за якого досягнуто найкращої точності апроксимації:

$$K(s, \psi) = \frac{\alpha_1}{2} \left(\frac{s(1-s^2)}{L^3} - \frac{s}{L} \right), \quad s = \frac{R_B^2}{r_P r_Q}, \quad (16)$$

де R_B – радіус сфери Б'єрхамара; r_P і r_Q – геоцентричні відстані до точок P і Q ; ψ – сферична відстань між радіусами r_P і r_Q .

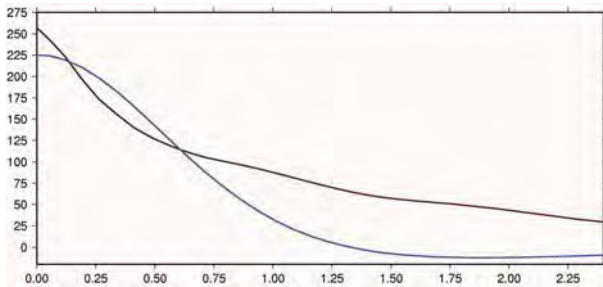


Рис. 1. Емпірична та аналітична коваріаційні функції

Отже, визначення сигналів \mathbf{s} за даними вимірів \mathbf{l} можна розділити на два етапи [2, 3]:

- 1) фільтрацію вимірів, яка полягає у визначенні сигнальної частини \mathbf{t} за формулою (13);
- 2) чистий прогноз, тобто визначення сигналів \mathbf{s} за відфільтрованими вимірами \mathbf{t} за формулою (15).

Зрозуміло, що на практиці немає необхідності реалізувати цю схему завжди, оскільки формула (11a) охоплює обидва розглядані етапи. Але зазначене розділення може бути

особливо корисним у таких випадках, коли виникає необхідність оцінювання якості вихідної інформації без наявності помилок цього набору вимірів. На рис. 3 показано матрицю аномалій Буге, що була отримана за допомогою середньої квадратичної колокації.

Метод максимальної вірогідності. Метод максимальної або найбільшої вірогідності в математичній статистиці відомий як метод оцінювання невідомого параметра за допомогою максимізації функції вірогідності. Одне з основних припущень його реалізації – це незалежність спостережень, що трактуються як дискретні випадкові величини.

Отже, після застосування такої методики до фільтрації вихідної матриці аномалій Буге ми отримали нове рішення (рис. 4), яке характеризується меншим ступенем згладженості, ніж попереднє, і яке було застосовано для фільтрації залишкового шуму методом Гауса.

Фільтр Гауса. В опрацюванні цифрових сигналів фільтр Гауса відомий як фільтр, імпульсна характеристика якого є функцією Гауса. Фільтр Гауса перетворює вихідний сигнал за рахунок згладжування функцією Гауса. Імпульсна характеристика одновимірного фільтра Гауса може бути записана у такому вигляді:

$$g(x) = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot e^{-ax^2} \quad (17)$$

або з урахуванням стандартного відхилення як параметра:

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (18)$$

У двовимірному випадку використовується результат двох гауссіанів, кожен відповідно до напрямку:

$$g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}. \quad (19)$$

У випадку двовимірного фільтра формула (19) відображає поверхню, ізолінії якої є концентричними колами з розподілом Гауса відносно центральної точки. Значення з такого розподілу використовуються для побудови матриці згладжування, що застосовується до вихідної інформації. Кожне нове значення записується у середньозважене з усіх ближніх значень. Вихідна величина отримує найбільшу вагу, а всі інші відповідно меншу згідно з (19), оскільки їх відстань від центральної точки збільшується.

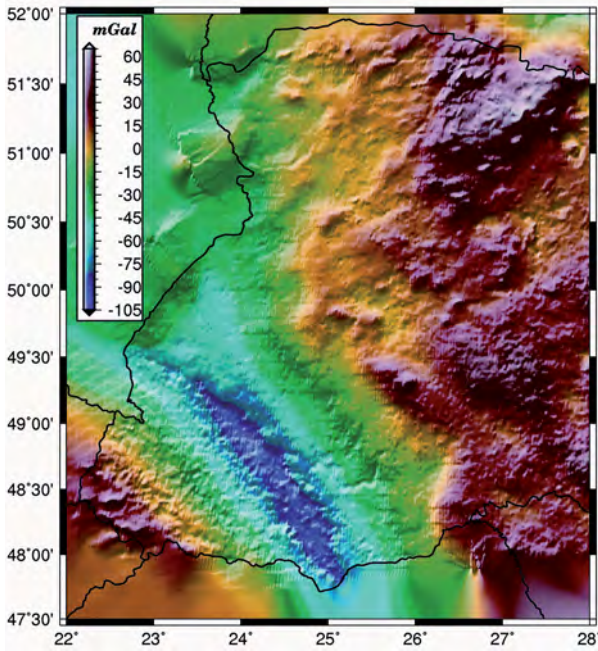


Рис. 2. 1'x1' матриця аномалій Буге для території Західної України (вихідні дані)

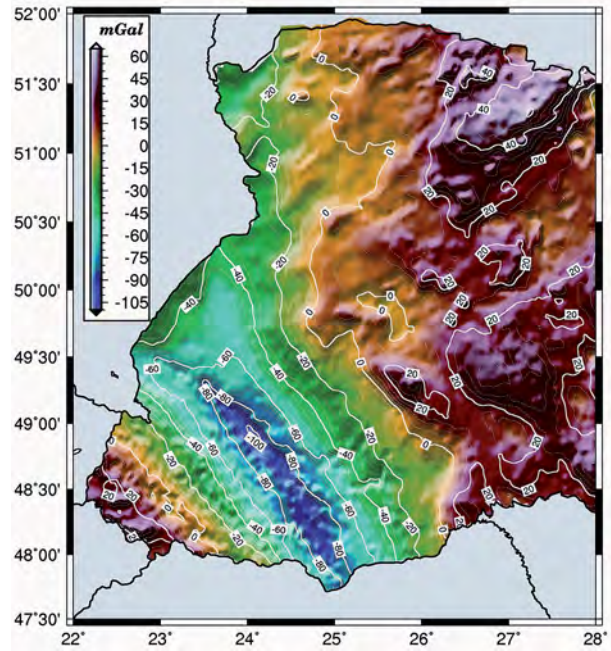


Рис. 3. Аномалії Буге після опрацювання методом середньої квадратичної колокації

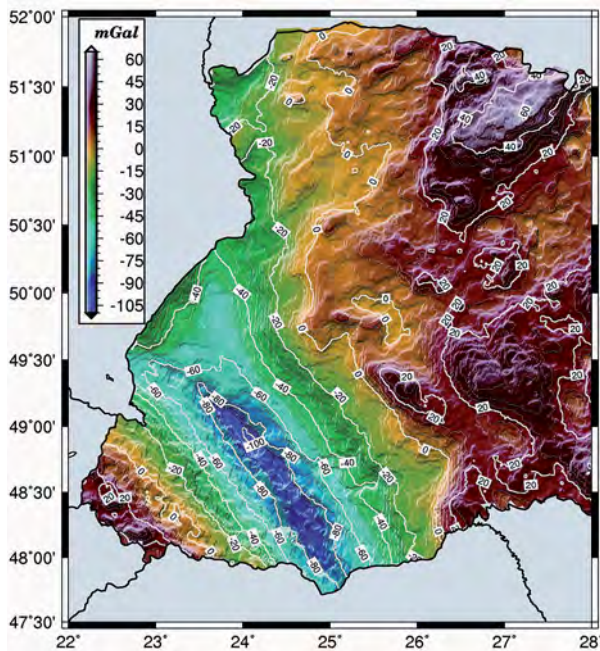


Рис. 4. Аномалії Буге після застосування методу максимальної вірогідності

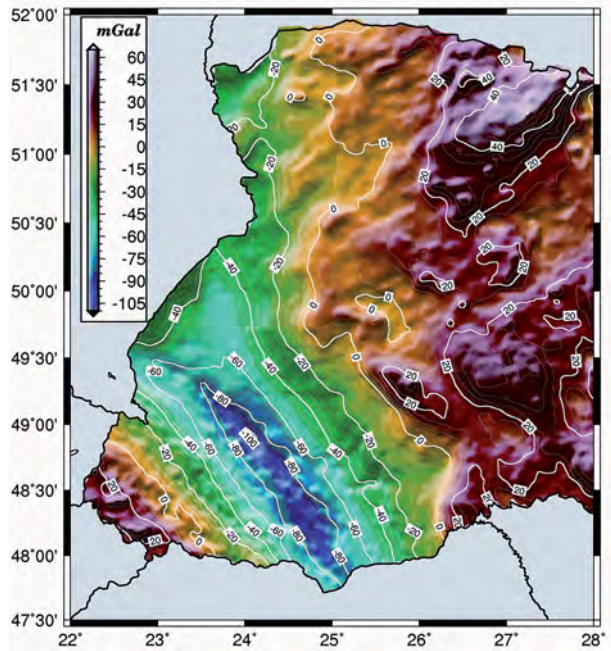


Рис. 5. Аномалії Буге, отримані фільтрацією за методом Гаусса

Дані, отримані після фільтрації за методом найбільшої вірогідності, було використано як вихідну інформацію під час використання фільтра Гаусса. Результат комбінації цих двох методів показано на рис. 5.

Обговорення результатів.

У результаті аналізу та фільтрації даних було отримано дві матриці аномалій Буге. Статистики одержаних рішень та вихідної інформації наведено в табл. 1.

Таблиця 1

**Статистики вихідної інформації
та отриманих рішень після фільтрації**

	Вихідні дані	Метод колокації	Комбінований метод
Min	-102,77	-102,02	-101,303
Max	63,45	62,55	60,07
Середнє	-6,43	-6,41	-6,45
Стандартне відхилення	32,85	32,85	32,80

Після застосування методу середньої квадратичної колокації були побудовані аналітична та емпірична коваріаційні функції за даними 391061 значень аномалій Буге в регіоні Західної України. Характеристики коваріаційних функцій наведено в табл. 2. Під час наступного кроку на основі емпіричної коваріаційної функції вихідні дані були відфільтровані й отримані значення спрогнозовані на вузли матриці розмірами $2' \times 3'$ (рис. 3).

Таблиця 2

**Статистики різниць між отриманими
рішеннями та вихідними даними**

	Колокація	Комбінований метод
Min	-4,96	-8,18
Max	6,51	5,88
Середнє	0,02	-0,02
Стандартне відхилення	0,45	0,55

Метод максимальної вірогідності в комбінації з фільтром Гаусса був реалізований як незалежний підхід для фільтрації даних і порівняння з результатами середньої квадратичної колокації.

Як видно з табл. 1, статистики всіх трьох наборів даних містяться в одному діапазоні, тому в цьому випадку доцільно проаналізувати шуми, що видалялись з вихідної інформації. На рис. 6 та 7 фактично показані шуми, які були видалені за допомогою методів середньої квадратичної колокації і комбінованого методу найбільшої вірогідності та фільтра Гаусса.

Аналізуючи рис. 6 та 7, необхідно зазначити, що фактичні різниці між вихідними даними та фільтрованими методом колокації становлять не більше ніж 1,5 мГал на всій території Західної України, лише на півночі та півдні безпосередньо на кордонах України з'являються аномальні значення, що зумовлено так званим граничним ефектом методу середньої квадратичної колокації (відсутність інформації у прилеглих регіонах). У разі комбінації методу найбільшої вірогідності та фільтра Гаусса, окрім спотворень, що виникли у

результаті інтерполяції, чітко видно наявність залишків аномалій, які пов'язані з геологічною будовою регіону. На відміну від середньої квадратичної колокації, значні відмінності спостерігаються на всій території регіону і змінюються від -8 до 6 мГал. Статистики наведені в табл. 2.

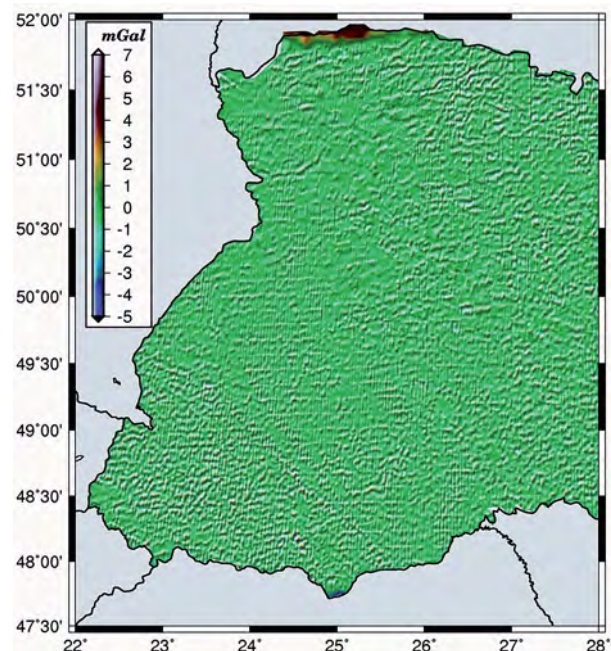


Рис. 6. Різниця між рішенням, отриманим за допомогою методу середньої квадратичної колокації, та вихідними даними

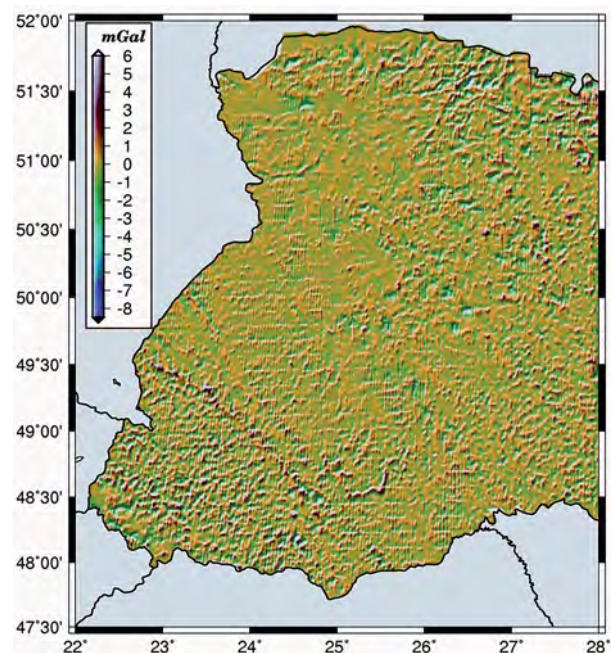


Рис. 7. Різниця між рішенням, одержаним за допомогою методу найбільшої вірогідності та фільтра Гаусса, і вихідними даними

Висновки

Отримані результати свідчать про необхідність ретельного аналізу вихідної інформації перед початком геофізичних, геодезичних або геологічних досліджень. Метод середньої квадратичної колокації цілком задовольняє всі вимоги щодо фільтрації будь-якого шуму трансформант геопотенціалу.

Література

1. Демидович Б.П., Марон И.Л. Основы вычислительной математики. – М.: Главная редакция физико-математической литературы, 1970. – 664 с.
2. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. – Л.–М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – 352 с.
3. Марченко Д.О. Використання середнього квадратичного прогнозу для інтерполяції функції двох змінних в геодезичних задачах // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва. – Львів. – 2002. – С. 75–81.
4. Hofmann-Wellenhof B. and H. Moritz, Physical Geodesy. Springer, Wien New York. – 2005. – 403 p.
5. Marchenko A.N. Parameterization of the Earth's Gravity Field. – Lviv: Lviv Astronomical and Geodetic Society, 1998. – 208 p.
6. Marchenko A.N., Lelgemann D. A classification of reproducing kernels according to their functional and physical significance // IGeS Bulletin № 8. – Milan, 1998. – P. 49–52.
7. Moritz H. Advanced Physical Geodesy, 1980, Wichmann, Karlsruhe

Побудова матриці аномалій Буге для території Карпатського регіону Д. Марченко, В. Максимчук, Л. Шимків

Здійснено фільтрацію шуму поля аномалій Буге, зумовленого похибками дигіталізації, інтерполяції та наявністю неякісних вимірів тощо. Розглянуто три методи фільтрації даних, які були застосовані до вихідної інформації. Як остаточну версію прийнято поле аномалій Буге, побудоване методом середньої квадратичної колокації.

Построение матрицы аномалий Буге для территории Карпатского региона Д. Марченко, В. Максимчук, Л. Шимкив

Выполнена фильтрация шума поля аномалий Буге, который обусловлен ошибками методов дигитализации и присутствием грубых данных и др. Рассмотрены три метода фильтрации, которые применялись к исходной информации. В качестве окончательной версии выбрано поле аномалий Буге, полученное методом средней квадратичной коллокации.

Preprocessing of the Bouguer gravity anomalies for the Carpathian region D. Marchenko, V. Maksymchuk, L. Shumkiv

The goal of this paper is the preprocessing of the digitalized Bouguer gravity anomalies for the Carpathian region. Three different methods for the data filtering were analyzed. The final solution for the Bouguer gravity anomalies grid was derived based on least squares collocation method.

15–17 September
Skopje, Republic of Macedonia
(FYROM)

International Conference
on Spatial Data Infrastructures 2010.
Co-sponsored by FIG.

http://sdi2010.evkartenn.com/?page_id=19
sdiconf2010@gmail.com

16–18 September
San Jose, Costa Rica

Geomatics, an integral discipline
at obtaining and processing
geospace data.

Co-sponsored by FIG
Invitation brochure (pdf 4 Mb)

<http://www.colegiotopografoscr.com/congreso2010/>