В.О. Пермяков,* М.В. Гоголь
*Київський національний університет будівництва та архітектури,
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра будівельного виробництва

ПРОБЛЕМА РЕГУЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПЛОСКИХ СТРИЖНЕВИХ МЕТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ

© Пермяков В.О., Гоголь М.В., 2004

Подано коефіцієнти повноти напруженого стану конструктивних елементів, які дають змогу оцінити якісно об’ємний напружений стан як конструктивних елементів, та конструкції, у які ці елементи входять.

Вступ. Постановка проблеми. Проблема регулювання напружено-деформованого стану металевих конструкцій стала особливо актуальною у другій половині ХХ століття, коли промисловість почала випускати сталі підвищеної та високої міцності. Цю проблему розкривають багато праць, бібліографію яких можна знайти в [1].

Аналіз останніх досліджень. Недоліком відомих методів регулювання є те, що в них належно не оцінені додаткові витрати на цей процес, який там завжди супроводжувався попередніми напружено-деформаціями конструкцій [2]. Переважно звертали увагу на економію звичайної сталі за рахунок попереднього напруження елементів із високоміцної сталі, не завжди належно оцінюючи різницю у вартості цих сталей. У результаті виконували регулювання напруженого стану практично у всіх елементах та конструкціях, що нерідко давало негативні економічні результати – нові конструкції були дорожчі від традиційних. Все це можна пояснити тим, що до сьогодні немає простого, надійного якісного критерію оцінки напруженого стану конструкцій. Адже цілком зрозуміло, що досконалий напружений стан конструкції, коли її увесь матеріал має напруження, близькі до розрахункових, немає потреби удосконалювати – це матиме економічно негативний результат.

Мета роботи. Нижче пропонуються якісні критерії оцінки напруженого стану плоских стрижневих металевих елементів та конструкцій як засіб виокремлення конструкцій, напружений стан яких вимагає вдосконалення.

Основна частина. Всі відомі конструктивні елементи можна класифікувати за характером внутрішніх зусиль, які в них виникають при дії зовнішнього навантаження. Ці зусилля викликають у перерізах елементів характерні для них епюри напружень, які описуються відповідними математичними залежностями. Конструкції можна класифікувати за типом елементів, які входять в них: при однотипних елементах конструкція буде називатися однорідною, а при різнотипних – комбінованою. Стосовно конструктивних елементів пропонується така класифікація.

До першого класу віднесемо елементи, в яких діють лише поздовжні осьові сили: ванти, тяжі, затяжки, підвіски, центрально стиснені стрижні, елементи гратчастих конструкцій. Максимальні напруження в їх перерізах визначають за узагальненою формулою

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{\varphi A}, \tag{1}$$

де N – поздовжня сила;

φ – коефіцієнт стійкості, який при розтягу дорівнює 1, а при стисканні <1;

А – площа перерізу.

За цією формулою епюри σ у всіх перерізах, очевидно, мають форму прямокутників з однаковими значеннями “σ” у всіх перерізах. Для якісної оцінки напруженого стану елемента введемо поняття коефіцієнта повноти напруженого стану “$\kappa_{пе}$”. Це поняття сформулюємо так: **коефіцієнт повноти напруженого стану елемента “$\kappa_{пе}$” – це відношення кількості його**

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

перерізів “n_1”, в яких при дії навантаження виникають $\sigma_{max} \approx R_y$, до довжини елемента “*l*” у метрах, тобто

$$\kappa_{пе} = \frac{n_1}{l}. \tag{2}$$

Очевидно, що у елементах, про які йдеться, маємо $n_1 = l$, тобто $\kappa_{пе} = 1$, що

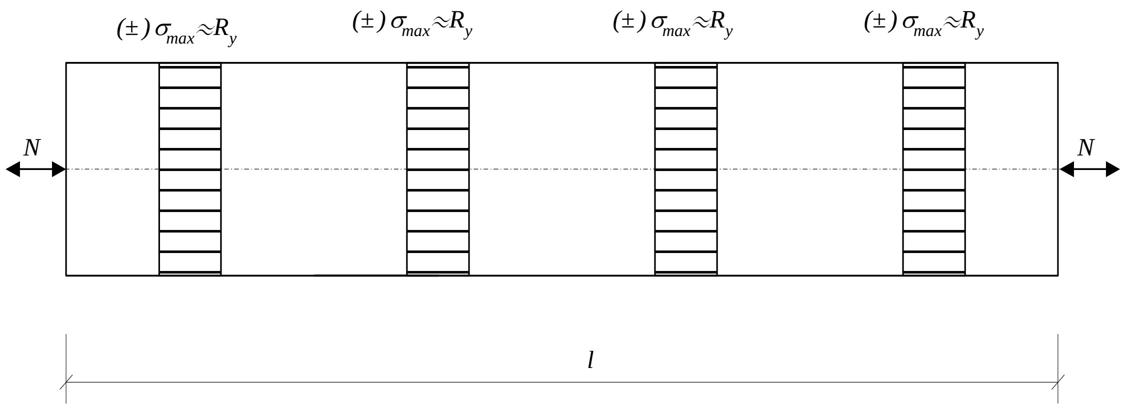

Рис. 1. Схема напруженого стану елемента при дії лише осьової поздовжньої сили N

характеризує досконалий напружений стан, який вдосконалювати недоречно. Цей випадок графічно поданий на рис. 1 (у системі s і розміри у метрах).

До другого класу віднесемо елементи, в яких діють лише змінні за величиною згинаючі моменти – це балкові конструкції. Максимальні напруження у їх перерізах визначають за формулою

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x}, \tag{3}$$

де M_{max} – максимальне значення згинаючого моменту;

W_x – момент опору розрахункового перерізу.

За цією формулою епюри напружень у всіх перерізах мають форму двох трикутників, з’єднаних вершинами на осі елемента. Отже, тут максимальних значень $\sigma_{max} \approx R_y$ досягають лише крайніх волокнах перерізів – всі інші волокна недонапружені. Тому тут можна говорити лише про умовний коефіцієнт повноти напруженого стану елемента “$\kappa_{упе}$”. Значення M_{max} тут виникають лише в одному перерізі на довжині елемента, тобто тут маємо $n_1 = 1$.

Тому для таких елементів одержимо

$$\kappa_{упе} = \frac{1}{l}. \tag{4}$$

Графічно це проілюстровано на рис. 2.

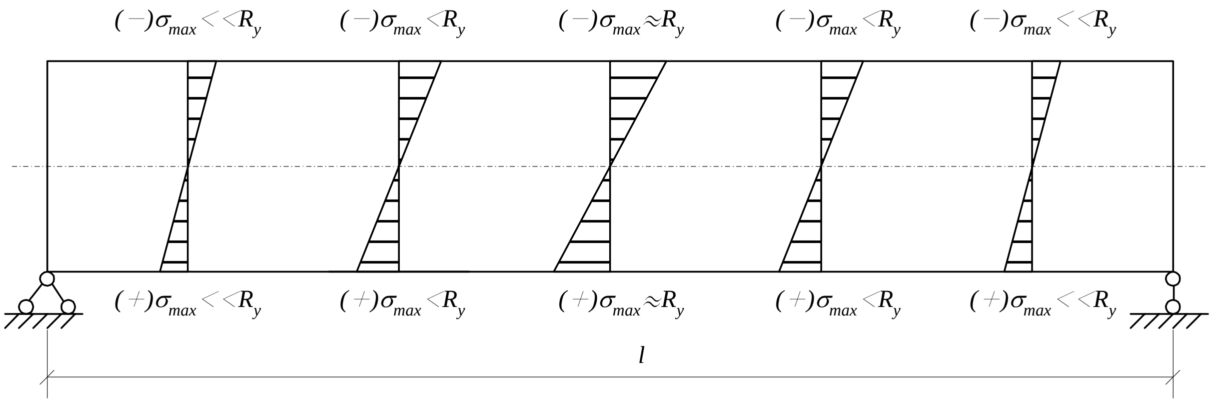

Рис. 2. Схема напруженого стану балки

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Із формули (4) виникає, що тут навіть коефіцієнт умовної повноти напруженого стану ніколи не може дорівнювати одиниці. Його значення тим менше, чим більше значення "*l*". Це відповідає практиці проектування: балки суцільного перерізу, що відповідають схемі рис. 2, проектують лише до *l*<18 м. При більшому значенні "*l*" їх замінюють формами, в елементах яких виникають напруження не за рис. 2, а за рис. 1. Отже, на практиці допускають мінімальне значення $\kappa_{упе,min}$<18. Таким чином балка є найбільш перспективним елементом для регулювання в ньому напружено-деформованого стану. З формул (3) та (4) очевидно, що тут збільшити значення "$\kappa_{упе}$" можна лише трансформацією епюри М, перевіривши її із моноекстремальної, коли n_1=1, тобто поставивши у балці проміжні опори такої жорсткості, щоби над ними виникли при навантаженні від'ємні значення M_{max}.

До третього класу віднесемо елементи, в яких діють лише поздовжні позацентрові сили – деякі елементи рам. Максимальні напруження в їх перерізах визначають за формулою

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N}{A} + \frac{M}{W_x} \right|. \tag{5}$$

Епюри напружень у перерізах тут дещо подібні до поданих на рис. 2, але вони однакові у всіх перерізах (рис. 3), тобто за однаковістю вони нагадують рис. 1.

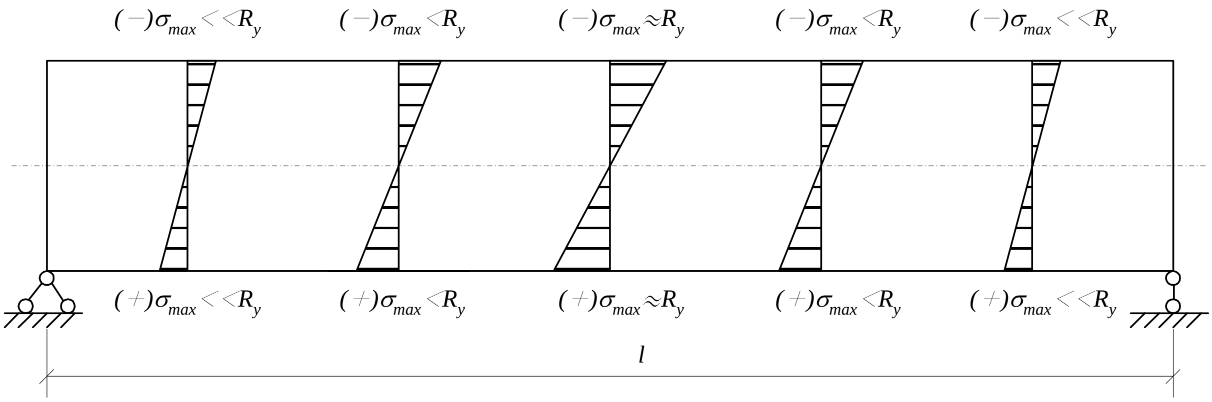

Рис. 3. Схема напруженого стану позацентрово стисненого стрижня

Але тут у всіх перерізах виникають $\sigma_{max} \approx R_y$ лише у крайніх волокнах з одного боку перерізу. Отже, маємо n_1= n, як у випадку на рис. 1, але для коефіцієнта умовної повноти напруженого стану, як у випадку, що на рис. 2, тобто

$$\kappa_{упе} = \frac{n_1}{l} = \frac{l_м}{l_м} = 1. \tag{6}$$

Отже, тут у всіх перерізах і $\sigma_{max} \approx R_y$ і недонапружені волокна. Регулювати напружений стан у таких елементах доцільно – хоч і з меншим ефектом, ніж у випадку, що на рис. 2, коли $\kappa_{упе}$=1/*l*. Тому у рамах здебільшого гратчастими роблять лише ригелі, тоді як колони – значно рідше. Отже, тут регулювання напруженого стану відбувається трансформуванням топології системи – один елемент замінюють гратчастою системою.

Конструкцію називають систему, яка складається із конструктивних елементів. Для конструкцій коефіцієнт повноти напруженого стану "$\kappa_{пк}$" сформулюємо так: **коефіцієнт повноти напруженого стану конструкцій "$\kappa_{пе}$" – це відношення кількості елементів конструкції "n_1", у яких $\kappa_{пе}$=1, до загальної кількості елементів конструкції.**

При такому формулюванні коефіцієнт повноти напруженого стану "$\kappa_{пк}$" може дорівнювати одиниці лише в однорідних конструкціях, якими є гратчасті конструкції, тобто ферми та гратчасті колони. Отже, ферму можна трактувати як балку з відрегульованим станом, а гратчасту колону – як колону з відрегульованим напруженим станом. Тому регулювати напружений стан таких конструкцій

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

повторно недоцільно – адже ще при їх проектуванні можна досягати результату, коли увесь матеріал матиме напруження, близькі до розрахункових. Але із умови технологічних витрат так не поступають, тому що часто уніфікація робить конструкцію дешевшою, ніж досконалий напружений стан. Досконалий напружений стан, коли $\kappa_{пк}$=1, можна досягати у балковій фермі, верхній пояс якої окреслений по параболі. Але такі ферми проектують рідко – через велику різнотипність елементів вони дорожчі уніфікованих. Тому виконувати попереднє напруження ферм, ігноруючи їх уніфікацію, недоцільно – адже це ускладнює технологію їх виготовлення, що суперечить принципу уніфікації. Таким чином приходимо до таких висновків.

Висновки

1. Раціональними можуть бути лише конструкції, які за технологією виготовлення близькі до прокатних балок, а за напруженим станом – до ферм.

2. Висновкові п. 1 відповідають шпренгельні та вантові конструкції із прокатними балками жорсткості та елементами підкріплення із профільної сталі.

3. Топологія елементів підкріплення повинна бути такою, щоби у балці жорсткості виникло кілька перерізів "n_1", в яких $\sigma_{max} \approx R_y$.

4. Топологія елементів підкріплення системи повинна мати значно менше елементів та вузлів, ніж ферма відповідного прогону.

1. Беленя Е.И. Обзор исследований предварительно напряженных металлических конструкций // III Международная конференция по предварительно напряженным металлическим конструкциям. – Том 5. – М., 1971. – С.57–74. 2. Трофимович В.В., Пермяков В.А. Оптимизация металлических конструкций. – К.: Вища школа, 1983. – 200 с.

УДК 539.3

В.П. Ревенко
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України

ЗГИН КОНСОЛІ ПОПЕРЕЧНОЮ СИЛОЮ В РАМКАХ ТРИВИМІРНОЇ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

© Ревенко В.П., 2004

Знайдено точний розв'язок задачі згину консолі прямокутного перерізу, навантаженої на кінці поперечною силою в постановці тривимірної теорії пружності. Отримано розподіл напружень і переміщень у тривимірному випадку. Підтверджено теорію Кірхгофа–Лява.

Вступ. У будівельних конструкціях використовують різноманітні балки і пластини, напружено-деформований стан (НДС) яких, як правило, розраховується за наближеними теоріями [1]. Тому розробка методів розрахунку цих елементів у тривимірній постановці з врахуванням всіх співвідношень теорії пружності є актуальною і важливою проблемою, розв'язок якої дасть змогу перевірити наближені теорії і визначити межі їх застосування. Знайдемо НДС консолі прямокутного перерізу, яка займає об'єм $D = \{(x, y, z) \in [-a, a] \times [-b, b] \times [0, c]\}$, при згині поперечною силою в рамках тривимірної теорії пружності. Матеріал консолі ізотропний, масові сили не враховуємо. Консоль на торці (переріз $z = c$) навантажена в напрямку осі Oy заданою поперечною силою $P = \iint_S \tau_{yz} dS$, де область $S = \{(x, y) \in [-a, a] \times [-b, b]\}$. Всі інші зовнішні інтегральні зусилля і моменти прикладені до цього торця дорівнюють нулю. Бокові поверхні консолі вільні від навантаження. Для того, щоб консоль знаходилася в рівновазі на протилежному закріпленому торці (переріз $z = 0$) повинне бути прикладене зовнішнє зусилля, яке дорівнює $-P$ і згинний момент $M_y = -cP$. Нам потрібно знайти такий розподіл напружень і переміщень, який би задовольняв співвідношення тривимірної теорії пружності і відповідні граничні умови. У випадку

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua