

ПРО ОДИН СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ЗУСИЛЬ ВІД ПОПЕРЕДНЬОГО НАПРУЖЕННЯ ПРИ ОПТИМІЗАЦІЇ СТРИЖНЕВИХ МЕТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ

© Пелешко І.Д., 2004

Запропоновано і обґрунтовано спосіб визначення зусиль у статично невизначуваних стрижневих металевих конструкціях від одиничного зусилля попереднього напруження без розрахунку допоміжної схеми з відкинутою зайвою в'яззю.

Постановка проблеми. При оптимальному проектуванні стрижневих металевих конструкцій, як правило, використовуються ітераційні багатокрокові алгоритми. На кожному кроці таких алгоритмів неодноразово виконується аналіз напружено-деформованого стану конструкції [1]. Тому дослідження, що забезпечують зменшення обсягу обчислень при аналізі конструкцій, є актуальними. Тут розглядається можливість зменшення обсягу обчислень при статичному розрахунку попередньо напружених стрижневих конструкцій.

Аналіз публікацій. Під час оптимального проектування попередньо напружених конструкцій аналізують щонайменше дві розрахункові схеми [1]: вихідну схему (на зовнішні завантаження) і допоміжну схему, утворену з вихідної відкиданням зайвих в'язей, у яких регулюються зусилля (на завантаження парами зрівноважених протилежно спрямованих одиничних зусиль попереднього напруження $X_{mn} = 1$, прикладених замість видалених в'язей). В [2] запропоновано спосіб зменшення обсягу обчислень при побудові одиничних епюр попереднього напруження, орієнтований на використання методу сил. Разом з тим, найчастіше стрижневі конструкції аналізують методом скінчених елементів (МСЕ) в переміщеннях, який легко піддається алгоритмізації. Матриці жорсткості при використанні МСЕ для згаданих схем відрізняються, що призводить до необхідності розв'язування щонайменше двох різних систем рівнянь МСЕ. Існують інші способи [5, 6] розрахунку попередньо напружених конструкцій, проте вони орієнтовані на порівняно простий тип систем – шарнірно-стрижневі системи або потребують розв'язування двох систем рівнянь МСЕ.

Метою статті є розроблення і обґрунтування такого способу визначення зусиль від попереднього напруження зайвих в'язей довільного типу в статично невизначуваних стрижневих конструкціях загального вигляду, при якому під час аналізу потрібно розв'язувати лише одну систему рівнянь МСЕ, без повного аналізу допоміжних схем із відкинутими зайвими в'язями на кожному кроці алгоритму оптимізації.

Виклад основного матеріалу почнемо з введення позначень та означень. Розглянемо довільну геометрично незмінну n ($n \geq 1$) разів статично невизначувану лінійно пружну стрижневу систему. Назвемо її вихідною системою і позначимо через $CC1$. Нехай на стрижні k цієї системи знаходиться зайва в'язь m . Геометрично незмінну систему, утворену з $CC1$ відкиданням зайвої в'язі m , назвемо допоміжною системою і позначимо через $CC2$. Зауважимо, що $CC2$ можна використати у загальному випадку як статично невизначувану основну систему методу сил для розрахунку $CC1$. Основну систему методу переміщень для $CC2$ позначимо через $CC3$.

Уведемо також позначення для видів завантажень, що розглядаються тут: PH – завантаження парою позавузлових протилежних за напрямком одиничних сил попереднього напруження $X_{mn} = 1$, прикладених у перерізах, що знаходяться на стрижні k нескінченно близько від відкинутої зайвої в'язі m (при цьому додатним напрямком X_{mn} вважається такий напрямок, при якому в $CC1$ або $CC2$ в перерізах, що розміщені близько до шарніра m , виникає відповідне до типу в'язі m додатне зусилля); ZB – завантаження силами, отриманими в $CC3$ зведенням

позавузлових навантажень $X_{nn} = 1$ до вузлових [3, 4] (у подальшому це завантаження називатимемо зведеним завантаженням); PK – завантаження вузловими силами, напрямком і величиною яких збігаються з напрямком і величиною реакцій у вузлових в'язях $CC3$ від її завантаження силами $X_{nn} = 1$. Запис $PH + PK$ означатиме, що одночасно діють два завантаження: PH і PK . Зауважимо, що всі розглянуті вище завантаження складаються із сил, які прикладені тільки до стрижня k і двох вузлів, що примикають до цього стрижня.

Будь-який силовий фактор (внутрішній момент або силу) будемо позначати через S . Перший нижній індекс при S характеризує номер системи (1, 2, 3 для $CC1$, $CC2$, $CC3$ відповідно), а другий (при необхідності) – місце виникнення (поперечний переріз) і тип зусилля. Верхній індекс при S характеризує вид навантаження. Наприклад, S_2^{PH} – силовий фактор довільного типу в довільному перерізі $CC2$ від одиничного зусилля попереднього напруження $X_{nn} = 1$ (шукана величина), а S_{1m}^{3B} – силовий фактор (тип якого відповідає типу зайвої в'язі m) в $CC1$ у перерізі із зайвою в'яззю m від зведеного завантаження. Зауважимо, що

$$S_2^{PK} = -S_2^{3B}, \quad (1)$$

оскільки вузлові завантаження $3B$ і PK однакові за величиною і протилежні за напрямком.

Нехай відомі значення S_3^{PH} , S_1^{3B} і, отже, відоме значення S_{1m}^{3B} . Знайдемо залежність значення S_2^{PH} від згаданих відомих величин.

Можна вважати, що остаточні епюри S_1^{3B} отримано методом сил із використанням основної системи $CC2$ при одночасній дії на неї зведеного вузлового завантаження і зайвого невідомого X_m у відкинутій зайвій в'язі m . Нехай додатний напрямок X_m збігається з додатним напрямком X_{nn} . Тоді за принципом суперпозиції внутрішніх зусиль можна записати, що:

$$S_1^{3B} = S_2^{3B} + S_2^{PH} X_m. \quad (2)$$

Для перерізу, розміщеного нескінченно близько до відкинутої в'язі m :

$$S_{1m}^{3B} = S_{2m}^{3B} + S_{2m}^{PH} X_m. \quad (3)$$

З врахуванням (3) і того, що $S_{2m}^{PH} = 1$, $S_{2m}^{3B} = 0$, можемо записати (2) у вигляді:

$$S_1^{3B} = S_2^{3B} + S_2^{PH} S_{1m}^{3B}. \quad (4)$$

Тепер в'яснимо, як співвідносяться силові фактори S_2^{PH} і S_2^{3B} . Розглянемо $CC2$, на яку одночасно діють два завантаження – PH і PK . За принципом суперпозиції:

$$S_2^{PH+PK} = S_2^{PH} + S_2^{PK}. \quad (5)$$

Оскільки позавузлове завантаження PH при використанні $CC3$ як основної системи методу перемічень зводиться до вузлового завантаження $3B$, яке взаємно врівноважується із завантаженням PK , то отримуємо:

$$S_2^{PH+PK} = S_3^{PH}. \quad (6)$$

Прирівнюючи (5) і (6), із врахуванням (1), отримаємо таке співвідношення S_2^{PH} і S_2^{3B} :

$$S_2^{3B} = S_2^{PH} - S_3^{PH}. \quad (7)$$

Підставляючи (7) у (4), отримуємо шукану розрахункову залежність:

$$S_2^{PH} = \frac{S_1^{3B} + S_3^{PH}}{1 + S_{1m}^{3B}}. \quad (8)$$

Виконаємо аналіз залежності (8). В основній системі методу переміщень $S_3^{III} = 0$ поза стрижнем k . Тому (8) можна використовувати для визначення зусиль у межах стрижня k , а для всіх інших стрижнів – простішу формулу:

$$S_2^{III} = \frac{S_1^{3B}}{1 + S_{1m}^{3B}}. \quad (9)$$

У шарнірно-стрижневих системах (фермах, структурах тощо), завантажених у вузлах, виникають поздовжні зусилля N . Для таких систем у межах стрижня k $N_3^{III} \equiv 1$, а $N_1^{3B} = N_{1m}^{3B}$. Підставляючи ці значення у (8), отримуємо підтвердження очевидного факту, що для таких систем у межах стрижня k $N_2^{III} \equiv 1$.

Достовірність (8) підтверджується також збіжністю результатів розрахунків за (8) з результатами, отриманими для плоских й просторових ферм і рам різної складності за допомогою існуючих програм аналізу напружено-деформованого стану стрижневих конструкцій.

Спосіб визначення зусиль від попереднього напруження зайвої в'язі m полягає у тому, що для визначення S_1^{3B} та S_{1m}^{3B} використовують матрицю жорсткості МСЕ, складену для СС1. У правій частині відповідної системи рівнянь МСЕ враховують завантаження $3B$. Значення S_3^{III} визначають без аналізу стрижневої системи у цілому.

Висновки. Отримано і проаналізовано простий спосіб визначення зусиль від попереднього напруження зайвої в'язі довільної статично невизначуваної стрижневої системи без розв'язування системи рівнянь МСЕ для допоміжної схеми з відкинутою зайвою в'яззю.

Подальшої розробки потребує методика використання запропонованого способу при регулюванні зусиль у декількох зайвих в'язях однієї конструкції, а також в алгоритмах оптимізації металевих конструкцій.

1. Трофимович В.В., Пермяков В.А. Оптимизация металлических конструкций. – К.: Вища школа. Головное изд-во, 1983. – 200 с. 2. Пелешко И.Д., Иванейко И.Д., Сатановский Д.В. Об одном способе построения единичных эпюр при оптимальном проектировании усиления конструкций // Резервы прогресса в архитектуре и строительстве. Вестн. Львовского политехнического института. – 1989. – С.79–80. 3. Строительная механика. Стрижневые системы / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лащеников, Н.Н. Шапошников; Под ред. А.Ф. Смирнова. – М.: Стройиздат, 1981. – 512 с. 4. Расчет машиностроительных конструкций на прочность и жесткость / Н.Н. Шапошников, Н.Д. Тарабасов, В.Б. Петров, В.И. Мяченков. – М.: Машиностроение, 1981. – 333 с. 5. Сергеев Н.Д. К расчету статически неопределимых систем при их многоэтапной последовательной модификации // Строительная механика и расчет сооружений. – 1976. – № 4. – С. 26–31. 6. Перельмутер А.В. Управление поведением несущих конструкций. – Киев: УФИМБ, 1998. – 148 с.