

**РОБОТА ЗА МЕЖАМИ ПРУЖНОСТІ СТИСНУТИХ СТАЛЕВИХ СТРИЖНІВ,
ПОСИЛЕНИХ ПІД НАВАНТАЖЕННЯМ**

© Парнета Б.З., Більський М.Р., 2004

Проаналізовано роботу стрижнів за межами пружності. Поданий метод визначення критичної сили стиснутих стрижнів, які підсилюються під навантаженням.

Вступ. Огляд літератури. Робота стиснутих стрижнів за межами пружності є предметом численних досліджень. Перша вдала спроба досліджувати роботу стиснутих стрижнів в області пружно-пластичних деформацій була зроблена Ф. Енгесером, котрий запропонував замінити модуль у формулі Ейлера дотичним модулем пружно-пластичної деформації. Поширення цього модуля на весь переріз Ф.С. Ясинський знайшов помилковим, вважаючи, що з опуклої сторони стрижня відбувається розвантаження. Ф. Енгесер погодився з цим і ввів приведенний модуль, що враховує ефект навантаження. Розвивши цю ідею, Т. Карман запропонував формулу, відому в літературі як класична формула Енгесера–Ясинського–Кармана. Однак результати проведених пізніше експериментів не завжди з нею узгоджувалися, тобто давали нижче значення критичної сили. Це послужило причиною подальших досліджень, переважна більшість яких показала, що експериментальні значення критичних навантажень розташовуються між розрахунковими, обчисленими по приведенному і дотичному модулях, але ближче до останнього.

Найретельніші дослідження провели Ф. Шенлі і Ю.Н. Работнов. На основі експериментів на моделі Ридера (шарнірноопертого напівжорсткого стрижня, що складається з двох твердих стрижнів, з'єднаних по суміжних торцях двома нескінченно малими стрижнями з того ж металу). Ф. Шенлі встановив цікаву залежність: при центральному стиску випучування стрижня відбувається під час досягнення дотично-модульного навантаження. Якщо зовнішнє навантаження не збільшувати, то ріст прогинів припиняється, тобто стрижень буде знаходитися у новій (криволінійній) формі рівноваги. Ріст прогинів відбувається тільки при подальшому збільшенні навантаження. При досягненні приведено-модульного навантаження прогин стрижня різко зростає без збільшення навантаження. Цей результат дає змогу надати дотично-модульному навантаженню важливе практичне значення. Це мінімальне навантаження, після якого можливе випучування стрижня.

До аналогічного висновку незалежно від Ф. Шенлі прийшов Ю.Н. Работнов. При досягненні стрижнем дотично-модульного навантаження відбувається біфуркація (роздвоєння форм рівноваги).

Розв'язання задачі. Прямолінійна форма стає байдужою і може перейти в криволінійну. Остання при подальшому збільшенні навантаження може мати спектр кривих аж до досягнення приведено-модульного її значення. Слід зазначити, що часто розходження між цими навантаженнями невелике. Наприклад, при просуванні вверх по кривій деформації матеріалу точки, що відповідають цим двом навантаженням, зближуються. При навантаженнях, що перевищують дотично-модульні, спостерігаються стійкі стани рівноваги.

Слід також зазначити, що розрахунок центрально-стиснутих стрижнів з врахуванням початкових недосконалостей (випадкових ексцентриситетів та ін.) дає трохи менше значення їхньої несучої здатності, ніж за формулою Енгесера–Шенлі. Прийmemo ці передумови як вихідні і при розрахунку посиленних стрижнів. Припустимо, що стрижень посилений зі значенням стрибка напружень у бік кожного з посилюючих (що додаються) елементів:

$$\sigma' < \sigma'_T - \sigma_{II}, \quad (1)$$

де σ'_T і σ_{II} – відповідно напруження, близькі межі плинності і рівні межі пружності.

У пружно-пластичній стадії роботи посиленого в такий спосіб стрижня, коли напруження в елементах посилення будуть вищими від межі пружності, а матеріал їх почне деформуватися за законом дотичного модуля, у результаті яких-небудь збурювань відбудеться випучування. Матеріал основної частини перерізу при цьому буде довантажуватися, тому що в ньому будуть виникати додаткові напруження від поздовжнього згину.

Зростання навантаження викликає і додатковий стиск від нормальної сили. У результаті на контактах старого і нового перетинів відбудеться вирівнювання напружень, тому що довантаження в старому і новому перетинах буде відбуватися за законом дотичного модуля. Таким чином, епюра нормальних напружень в перерізі і робота посиленого стрижня на цій стадії практично мало відрізняється від роботи еквівалентного стрижня, посиленого без початкових напружень, чи монолітного.

Отже, критичну силу такого стрижня можна приблизно визначити за формулою Енгесера–Шенлі:

$$P_{KP} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{E_d \cdot I}{l^2}, \quad (2)$$

де E_d – дотичний модуль; I – момент інерції перерізу посиленого стрижня; l – вільна довжина стрижня.

Якщо стрибок напружень перевищує визначений за формулі (1), тобто

$$\sigma' \geq \sigma'_T - \sigma_{II}, \quad (3)$$

то втрата стійкості посиленого стрижня може відбутися при менших навантаженнях під час роботи металу посилення в пружно-пластичній, а основного металу – у пружній стадії. Тоді в елементі посилення, розташованому з увігнутої сторони, раніше виникне зона плинності, а стрижень у цьому випадку можна розглядати як позацентрово стиснений. Робота таких стрижнів буде мало відрізнятися від роботи стрижнів, посиленних ненапруженими елементами під малим навантаженням, тобто з невеликими початковими напруженнями σ_H , де $\sigma_H = \sigma'$.

Розглянемо роботу таких стрижнів, припустивши спочатку, що після посилення стрижень цілком розвантажений від зовнішніх навантажень. Однак після такого розвантаження в посиленому стрижні залишаться власні (залишкові) напруження, так що в основному перерізі будуть напруження розтягу, а в доданому – стиску. Для того, щоб напруження в основному перерізі звести до нуля, потрібно посилений стрижень завантажити нормальною силою N_H . Тоді початкове напруження у посилюваних елементах буде дорівнювати σ' або

$$\frac{N_H}{A \cdot \varphi} = \sigma', \quad (4)$$

де A , φ – площа і коефіцієнт поздовжнього згину посиленого стрижня.

Отже, несучу здатність (критичну силу) посиленого стрижня необхідно визначати з врахуванням значення N_H .

Втрата стійкості такого стрижня буде відбуватися при пружній роботі основного металу і пружно-пластичній – металу посилення. При випучуванні стрижень, досягнувши першого критичного навантаження N'_K , переходить у нову, криволінійну форму рівноваги.

Враховуючи рівність зовнішнього моменту $N_K \cdot y$ у суми моментів внутрішніх сил

$$N'_K \cdot y = \frac{I}{\rho} \cdot (E_K \cdot I_y + E_C \cdot I_C)$$

і, прийнявши до уваги, що

$$\frac{I}{\rho} = - \frac{d^2 y}{dx^2},$$

можна записати:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{N_K \cdot y}{E_K \cdot I_y + E \cdot I_C}, \quad (5)$$

де y – стріла прогину посиленого стрижня; $E_K \cdot I_y$, $E \cdot I_C$ – відповідно, пружно-пластична і пружно-згинальна жорсткості (доданого і основного перерізів).

Проінтегрувавши отримане лінійне диференціальне рівняння (5), одержимо

$$y = c_1 \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{N_K \cdot y}{E'_K \cdot I_y + E \cdot I_C}} \cdot x\right) + c_2 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{N_K \cdot y}{E'_K \cdot I_y + E \cdot I_C}} \cdot x\right)$$

При $x=0$; $y=0$; $c_2=0$. Отже,

$$y = c_1 \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{N_K \cdot y}{E'_K \cdot I_y + E \cdot I_C}} \cdot x\right)$$

При $x=l$; $y=0$; $c \neq 0$. Отже,

$$\sin\left(\sqrt{\frac{N_K \cdot y}{E'_K \cdot I_y + E \cdot I_C}} \cdot l\right) = 0,$$

звідки

$$\sqrt{\frac{N_K}{E'_K \cdot I_y + E \cdot I_C}} \cdot l = \pi \cdot k, \quad (6)$$

де k – напівхвиля поздовжнього згину.

Використовуючи формулу (6) і враховуючи N_H , одержимо вираз для визначення критичної сили, що відповідає умові (3).

При $k=1$

$$N_{KP} = N_K - N_H = \frac{\pi^2 \cdot (E_y \cdot I_y + E \cdot I_C)}{l^2} - N_H. \quad (7)$$

Висновок. Якщо посилений під навантаженням стрижень повністю розвантажити, то ми отримаємо елемент (стрижень) з початковими напруженнями. Враховуючи це, можна зробити висновок, що робота посилених в пружній стадії під навантаженням сталевих стрижнів аналогічна роботі на стиск стрижнів з початковими напруженнями.

УДК 624.014.2

О.В. Петренко

Національний університет «Львівська політехніка»,
кафедра будівельного виробництва

КОНСТРУЮВАННЯ ЗГИНАНИХ КОМПЛЕКСНИХ КАРКАСНО-ОБШИВНИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ СТАЛЕВИМИ ТОНКОСТІННИМИ ХОЛОДНОГНУТИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ КАРКАСА ТА ПЛИТНОЮ НЕМЕТАЛЕВОЮ ОБШИВКОЮ

© Петренко О.В., 2004

Наведено методику визначення розрахункової довжини ділянки для сприйняття зсуваючих зусиль між сталевими тонкостінними холодногнутими елементами каркаса та плитною неметалевою обшивкою згинаних комплексних каркасно-обшивних конструкцій

Актуальність проблеми. Комплексні конструкції із сталевих елементів каркаса та плитної неметалевої обшивки є ефективними при будівництві та реконструкції промислових та цивільних будинків [1]. Розрахункова схема комплексної конструкції [2, 3, 4] є балкою, яка складена з двох брусів, об'єднаних за висотою поперечними та зсувними з'єднаннями (рис. 1, а, г).