УДК 528.4

ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ ОПТИМІЗАЦІЇ БАТИМЕТРИЧНОГО ЗНІМАННЯ У ЗАКРИТИХ ВОДОЙМАХ

К. Третяк, О. Ломпас
Національний університет "Львівська політехніка"

Ключові слова: батиметрія, водосховище, обміри водойм.

Постановка проблеми та її зв'язок з важливими науковими та практичними завданнями

Для розв'язання різних інженерних задач (визначення об'єму водойми, об'єму намулу в ній, проектування трубопроводів по дну водойми, мостів тощо) потрібні батиметричні знімання. Технологія батиметричного знімання полягає у проходженні плавзасобом по вибраних проектних профілях (галсах) з вимірюванням через певні інтервали часу планових координат і глибини. За останні роки, завдяки сучасним технологіям, значно розвинулась технічна база гідрологічних робіт, з'явились нові ехолоти, які синхронізуються з приймачами GPS і можуть виконувати кілька вимірів за секунду. Але існують види робіт, в яких використання ехолота є недопустимим, а глибини визначають за допомогою рулетки. Планове положення плавзасобу при цьому визначається тахеометром або теодолітом методом засічок. У таких випадках для оптимізації знімального процесу потрібно визначити оптимальну щільність вимірів, щоб досягти певної точності відображення дна водойми.

Аналіз останніх досліджень та публікацій, які стосуються вирішення цієї проблеми

Тематика дослідження дна акваторій розглянута в роботах [1–3]. Відстані між галсами та промірними точками залежать від рельєфу дна та масштабу гідрографічного знімання і вказані в інструкції [5]. Проте теоретичних роз'яснень щодо розв'язання задачі, яка полягає у знаходженні відстані між точками, що вказана в інструкції [5], в опрацьованій нами літературі немає.

Постановка проблеми

Оскільки більшість батиметричних робіт виконується на водосховищах, у цій роботі досліджено вплив характеру дна на точність визначення площі поперечного перерізу водойми.

Виклад основного матеріалу проблеми

Для математичного моделювання форми перерізу дна введемо деякий коефіцієнт кривини K – відношення довжини кривої L, яка описує дно, до її проекції на поверхню води d (рис. 1).

Коефіцієнт K показує ступінь увігнутості дна і обчислюється за формулою (1)

$$K = \left[\frac{L}{d} - 1\right] \cdot 1000 . \qquad (1)$$

Виконано експериментальні розрахунки для водосховищ України і світу для визначення можливих величин коефіцієнта K За формою рельєфу дна їх умовно поділено на дві групи: гірські та рівнинні. Їхні параметри (ширина, глибина) взято на різних ділянках, переважно біля греблі та посередині (табл. 1).

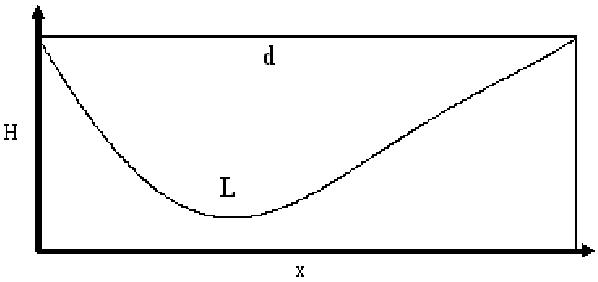

Рис. 1. Складові для обчислення кривини К

Таблиця 1

Морфометричні параметри водосховищ

Назва водосховища	Ширина, м	Глибина, м	Кривина, К
Гірські			
Тереблянське	600	8	1,5782
	300	30	50,5022
Дністровське	1 000	21	3,5550
	1 000	54	18,0803
Саяно-Шушенське	1 000	220	174,4711
	3 000	30	0,6341
	3 000	10	0,0711
Токтогульське	12 000	69	0,2108
	400	180	493,9786
Бухтармінське	500	60	67,6536
	10 000	10	0,0064
Рівнинні			
Київське	10 000	4	0,00103
	20 000	2	0,00006
	3 000	15	0,15973
Дніпровське	3 500	8,2	0,00033
Каховське	28 000	5	0,00020
	10 000	11	0,00773
	5 000	36	0,32977
Куйбишівське	35 000	8	0,00033
	1 000	54	18,0803

З табл. 1 вибрано шість значень коефіцієнта кривини K, типових для водосховищ: 10^{-5}, 10^{-3}, 0,1 (рівнинні водосховища), 1, 50, 100 (гірські водосховища). З метою математичного моделювання для кожного з цих шести значень K підібрано по сім кривих різної форми, причому функції побудовано на основі рівняння кола з різними спотвореннями. Для зручності в обчисленнях криві моделювались по осі x у межах від $-\pi$ до π, при цьому значення функцій $H(x)$ на кінцях проміжку повинні дорівнювати 0. Для прикладу, одну з модельних функцій (2) подано у такому вигляді

$$H(x) = -\sqrt{\pi^2 - \frac{x^2}{16} + \frac{\sin(2x)}{55.5061}} + 3.041834 . \qquad (2)$$

Для моделювання використано програмний пакет Mathcad 14. На рис. 2 показано результат моделювання кривої (2).

Підбираючи модельні функції під певне значення коефіцієнта K, довжину кривої $f(x)$, що описує дно, обчислювали за виразом (3), де a і b – межі проміжку інтегрування [6]

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left[f'(x)\right]^2}\, dx . \qquad (3)$$

У теорії числових методів існують формули, використовуючи які, можна передбачити порядок похибки під час обчислення інтеграла від функції $f(x)$ на проміжку від a до b з кроком h. Відповідна формула для методу інтегрування за правилом трапецій має вигляд (4)

$$\Delta = \frac{(b-a) \cdot \left[\overline{\frac{d^2}{dx^2} f(x)}\right] \cdot h^2}{12} . \qquad (4)$$

З формули зрозуміло, що похибка залежить передовсім від величини кроку. Також на неї впливають ширина інтервалу інтегрування (чим більше кроків доведеться зробити алгоритму, тим більше накопичуватиметься похибка) та швидкість зміни функції (чим вона більша, тим більша похибка). Виразивши з формули (4) величину кроку h, отримаємо нерівність (5)

$$h \le \sqrt{\frac{12 \cdot \Delta}{(b-a) \cdot \overline{\frac{d^2}{dx^2} f(x)}}} . \qquad (5)$$

Кількісно швидкість зміни функції можна знайти, обчисливши похідну. Однак похідна дає миттєву швидкість, а у формулах (4) і (5) фігурує середня швидкість зміни функції на всьому проміжку інтегрування. Її можна знайти за виразом (6)

$$\overline{\frac{d^2}{dx^2} f(x)} = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b \frac{d^2}{dx^2} f(x) dx . \qquad (6)$$

З урахуванням (6) нерівність (5) для нашого випадку запишеться виразом (7)

$$h \le \sqrt{\frac{12 \cdot \Delta}{\int_a^b \frac{d^2}{dx^2} f(x) dx}} . \qquad (7)$$

За виразом (7) можна обчислити величину кроку h для будь-якої функції на проміжку інтегрування від а до b із заданою точністю Δ [4].

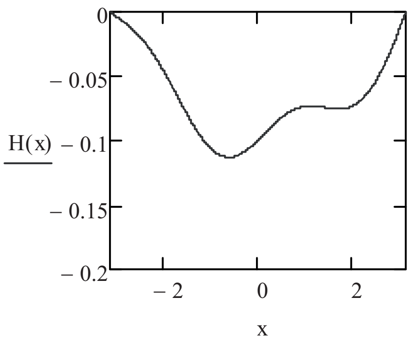

Рис 2. Графічне представлення модельної кривої

Для числової інтерпретації форми кривої було вирішено ввести коефіцієнт N, який показував би міру спотвореності кривої відносно еталонної кривої. За еталонну криву можна взяти рівняння кола без спотворень (8), де k_1 та k_2 – коефіцієнти, які підбирають так, щоб на кінцях проміжку значення функції дорівнювали 0

$$g(x) = -\sqrt{\pi^2 - \frac{x^2}{k_1} + k_2} . \qquad (8)$$

Для будь-якого коефіцієнта кривини K можна знайти єдину еталонну криву (8). Коефіцієнт спотвореності N у такому разі матиме вигляд (9), де S – площа, обмежена модельною кривою, S_{em} – площа, обмежена еталонною кривою тієї самої кривини K (рис. 3)

$$N = \frac{S_{em}}{S} . \qquad (9)$$

Як видно з формули (9), коефіцієнт N буде тим більшим, чим істотніше спотворена крива, а для еталонних кривих N дорівнює 1.

Щоб встановити зв'язок між коефіцієнтом кривини K та площею, обмеженою еталонною кривою S_{em}, було змодельовано 19 кривих вигляду (8) та обчислено для них площі (табл. 2).

Таблиця 2

Площі еталонних кривих залежно від *K*

Кривина К	Площа S_{em}
0,000010	0,001600
0,000170	0,006600
0,001040	0,016500
0,011630	0,054900
0,026240	0,082500
0,046760	0,110200
0,060010	0,124900
0,076420	0,140900
0,100000	0,161200
1,000000	0,509900
10,167630	1,632000
24,704690	2,559900
38,672520	3,222400
50,000000	3,682400
61,717240	4,112400
70,072120	4,729000
80,281250	4,729000
90,187510	5,034300
100,000000	5,324200

За даними табл. 2 за допомогою апроксимації встановлена залежність площі S_{em} від коефіцієнта кривини K (10).

$$S_{em} = 0.526 \cdot \sqrt{K} . \qquad (10)$$

На рис. 4 графічно зображено цю залежність. Середня відносна похибка апроксимації становить $m_{апр}$ = 12,5 %.

Отже, за формулою (9) розраховано N для кожної модельної кривої, а за (7) обчислено величину відстані між промірними точками h за різної точності визначення площі Δ (табл. 3). Величина кроку подається як частина від 2π. Точність Δ визначалась як певний відсоток T (0,1 %, 0,5 %, ... ,15 %) від площі, обмеженої модельною кривою S (11).

$$TOL = S * T\% . \qquad (11)$$

Як видно з табл. 3, у разі збільшення коефіцієнта N величина відстані між промірними точками зменшується, тобто чим більше спотворена крива, тим вища щільність вимірів. На рис. 5 зірочками показано значення h за різної точності T для коефіцієнта кривини K = 1.

Таблиця 3

Величина кроку *h* за різних *T* і *N*

N \T %	0,1	0,5	1	2	3,5	5	7,5	10	12	15
Кривина $K = 10^{-5}$										
1.025	0.208	0.465	0.658	0.931	1.231	1.471	1.802	2.081	2.280	2.549
1.081	0.206	0.461	0.651	0.921	1.219	1.456	1.784	2.060	2.256	2.523
1.127	0.199	0.444	0.628	0.888	1.174	1.404	1.719	1.985	2.174	2.431
1.320	0.187	0.419	0.593	0.838	1.109	1.325	1.623	1.874	2.053	2.295
1.472	0.176	0.393	0.555	0.785	1.039	1.242	1.521	1.756	1.924	2.151
1.517	0.177	0.395	0.559	0.79	1.045	1.249	1.530	1.767	1.936	2.164
1.789	0.158	0.352	0.498	0.704	0.932	1.114	1.364	1.575	1.726	1.929
Кривина $K = 10^{-3}$										
1.021	0.206	0.462	0.653	0.923	1.221	1.459	1.787	2.064	2.261	2.528
1.071	0.205	0.458	0.648	0.916	1.212	1.448	1.774	2.048	2.244	2.509
1.139	0.193	0.432	0.611	0.864	1.143	1.366	1.673	1.932	2.116	2.366
1.175	0.199	0.444	0.628	0.888	1.175	1.405	1.721	1.987	2.176	2.433
1.205	0.19	0.425	0.601	0.849	1.124	1.343	1.645	1.899	2.081	2.326
1.369	0.178	0.398	0.563	0.797	1.054	1.260	1.543	1.782	1.952	2.182
1.495	0.174	0.39	0.551	0.779	1.031	1.232	1.509	1.743	1.909	2.135
Кривина $K = 0.1$										
1,1	0.198	0.443	0.627	0.887	1.173	1.402	1.717	1.982	2.172	2.428
1.012	0.205	0.458	0.648	0.917	1.213	1,45	1.775	2.050	2.246	2.511
1.039	0.203	0.455	0.643	0.91	1.204	1.439	1.762	2.035	2.229	2.492
1.157	0.193	0.431	0.61	0.863	1.141	1.364	1,67	1.929	2.113	2.362
1.197	0.19	0.424	0.6	0.848	1.122	1.341	1.642	1.896	2.077	2.322
1.264	0.18	0.403	0.57	0.806	1.067	1.275	1.562	1.803	1.975	2.208
1.321	0.178	0.399	0.564	0.798	1.056	1.262	1.545	1.784	1.955	2.186
Кривина $K = 1$										
1,051	0,204	0,456	0,645	0,912	1,207	1,443	1,767	2,04	2,235	2,499
1,064	0,204	0,456	0,645	0,913	1,208	1,443	1,768	2,041	2,236	2,5
1,11	0,193	0,431	0,61	0,862	1,141	1,364	1,67	1,929	2,113	2,362
1,216	0,197	0,441	0,624	0,883	1,168	1,396	1,71	1,974	2,162	2,418
1,29	0,185	0,415	0,586	0,829	1,097	1,311	1,606	1,854	2,031	2,271
1,438	0,179	0,399	0,565	0,799	1,056	1,263	1,546	1,786	1,956	2,187
1,754	0,159	0,355	0,503	0,711	0,941	1,124	1,377	1,59	1,741	1,947
Кривина $K = 50$										
1.031	0.19	0.424	0.6	0.848	1.122	1.341	1.642	1.896	2.077	2.322
1.033	0.192	0.43	0.608	0.86	1.138	1.360	1.666	1.924	2.107	2.356
1.108	0.187	0.418	0.591	0.835	1.105	1.321	1.617	1.868	2.046	2.287
1.264	0.169	0.377	0.533	0.754	0.997	1.192	1.460	1.685	1.846	2.064
1.322	0.17	0.38	0.538	0.76	1.006	1.202	1.472	1.700	1.862	2.082
1.521	0.163	0.365	0.516	0.73	0.965	1.154	1.413	1.632	1.788	1.999
1.535	0.155	0.347	0.491	0.695	0.919	1.099	1.346	1.554	1.702	1.903
Кривина $K = 100$										
1.010	0.181	0.405	0.572	0.809	1.071	1.280	1.567	1.810	1.983	2.217
1.083	0.179	0.401	0.567	0.802	1.061	1.268	1.553	1.794	1.965	2.197
1.094	0.177	0.395	0.559	0.790	1.045	1.249	1.530	1.767	1.936	2.164
1.107	0.186	0.416	0.588	0.832	1.101	1.316	1.611	1.861	2.038	2.279
1.112	0.177	0.396	0.560	0.792	1.047	1.252	1.533	1.771	1.940	2.168
1.143	0.176	0.394	0.558	0.789	1.043	1.247	1.527	1.764	1.932	2.160
1.468	0.158	0.354	0.500	0.707	0.935	1.118	1.369	1.581	1.732	1.936

З рис. 5 бачимо, що h залежно від коефіцієнта спотвореності N змінюється лінійно, тому апроксимація виконувалась прямими при різній точності T для кожного з 6 коефіцієнтів кривини K. Точність апроксимації оцінювали за формулою (12), де n – кількість модельних функцій у межах одного значення коефіцієнта кривини K.

$$m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (h(N_i) - h_i)^2}{n-1}} . \qquad (12)$$

Коефіцієнти a та b, а також оцінка точності апроксимації наведені у табл. 4.

Таблиця 4

Коефіцієнти *a* та *b* та оцінка точності апроксимації

Точність *T* %	*a*	*b*	*skp*
Кривина $K = 10^{-5}$			
0,1	-0.06	0.267	0.0036
0,5	-0.136	0.597	0.0085
1	-0.192	0.844	0.0119
2	-0.272	1.194	0.017
3,5	-0.359	1.579	0.0224
5	-0.429	1.887	0.0263
7,5	-0.526	2.312	0.0327
10	-0.608	2.670	0.0376
12	-0.664	2.923	0.0413
15	-0.744	3.270	0.0462
Кривина $K = 10^{-3}$			
0,1	-0.065	0.27	0.004
0,5	-0.143	0.601	0.0091
1	-0.203	0.851	0.0128
2	-0.287	1.203	0.018
3,5	-0.379	1.591	0.0238
5	-0.453	1.902	0.0283
7,5	-0.555	2.329	0.035
10	-0.64	2.688	0.0403
12	-0.702	2.946	0.0441
15	-0.785	3.293	0.0494
Кривина $K = 0.1$			
0,1	-0.08	0.284	0.003
0,5	-0.178	0.634	0.0065
1	-0.253	0.898	0.0092
2	-0.358	1.271	0.0133
3,5	-0.473	1.681	0.0172
5	-0.564	2.008	0.0209
7,5	-0.691	2.459	0.0253
10	-0.8	2.841	0.0292
12	-0.875	3.112	0.0322
15	-0.978	3.478	0.036
Кривина $K = 1$			
0,1	-0.057	0.261	0.0043
0,5	-0.129	0.585	0.0096
1	-0.182	0.825	0.0137
2	-0.258	1.168	0.0195
3,5	-0.341	1.546	0.0259
5	-0.408	1.848	0.0308
7,5	-0.499	2.263	0.038
10	-0.576	2.613	0.0436
12	-0.632	2.863	0.0478
15	-0.706	3.201	0.0536
Кривина $K = 50$			
0,1	-0.061	0.251	0.004
0,5	-0.136	0.561	0.009
1	-0.192	0.793	0.0126
2	-0.27	1.120	0.0179
3,5	-0.359	1.484	0.0236
5	-0.428	1.772	0.0282
7,5	-0.524	2.170	0.0345
10	-0.605	2.506	0.0403
12	-0.663	2.745	0.044
15	-0.74	3.068	0.0492
Кривина $K = 100$			
0,1	-0.048	0.231	0.004
0,5	-0.107	0.515	0.0089
1	-0.151	0.729	0.0126
2	-0.215	1.032	0.0178
3,5	-0.286	1.366	0.0236
5	-0.34	1.631	0.0283
7,5	-0.417	1.998	0.0344
10	-0.481	2.308	0.0401
12	-0.527	2.528	0.0437
15	-0.591	2.828	0.0489

На рис. 6 показано, як змінюються коефіцієнти a та b залежно від точності визначення площі T.

Для кожного коефіцієнта кривини K було апроксимовано коефіцієнти а та b функціями (13).

$$a(T) = a_1 \cdot T + a_2$$
$$b(T) = b_1 \cdot \sqrt{T}. \tag{13}$$

Коефіцієнти a_1, a_2 та b_1 наведено у табл. 5.

Таблиця 5

Значення коефіцієнтів a_1, a_2 та b_1

K	a_1	a_2	b_1
0.000010	-0.044	-0.152	0.844
0.001000	-0.046	-0.161	0.850
0.100000	-0.057	-0.200	0.899
1,000000	-0.041	-0.145	0.826
25,000000	-0.035	-0.123	0.785
50,000000	-0.043	-0.152	0.793
100,000000	-0.035	-0.120	0.730

Після цього формула залежності кроку h від точності T і коефіцієнта спотвореності N набула вигляду (14)

$$h(N,T) = (a_1 \cdot T + a_2) \cdot N + b_1 \cdot \sqrt{T}. \tag{14}$$

За даними табл. 5 побудовано рис. 6–8, де простежується лінійна залежність коефіцієнтів a_1, a_2 та b_1 від коефіцієнта кривини K.

Виконавши апроксимацію функціями (15), ми отримали значення коефіцієнтів a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_{11}, b_{12} (табл. 6).

$$a_1(K) = a_{11} \cdot K + a_{12};$$
$$a_2(K) = a_{21} \cdot K + a_{22}; \tag{15}$$
$$b_1(K) = b_{11} \cdot K + b_{12}.$$

Таблиця 6

Значення коефіцієнтів апроксимації

Коефіцієнт	Значення
a_{11}	0.0001
a_{12}	-0.0459
a_{21}	0.0004
a_{22}	-0.1610
b_{11}	-0.0013
b_{12}	0.8496

У підсумку одержано загальну формулу залежності кроку інтегрування h від коефіцієнта кривини рельєфу K, спотвореності N і точності T (16)

$$h(N,T,K) = ((a_{11} \cdot K + a_{12}) \cdot T + \\ +(a_{21} \cdot K + a_{22})) \cdot N + (b_{11} \cdot K + b_{12}) \cdot \sqrt{T}. \tag{16}$$

У табл. 7 подано оцінку точності визначення відстані між промірними точками, де h_1 – відстань, визначена для модельних функцій за виразом (7), h_2 – за виразом (16).

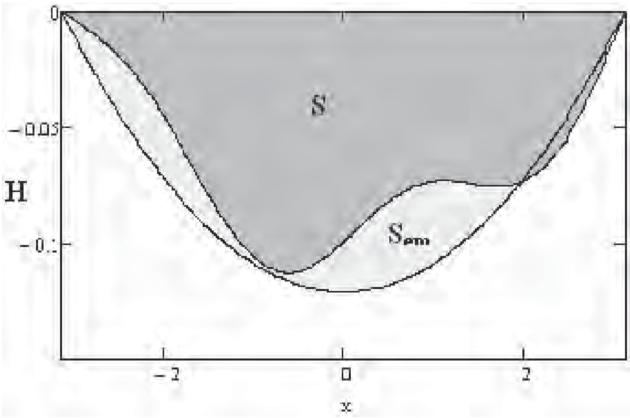

Рис. 3. Графічне представлення коефіцієнта N

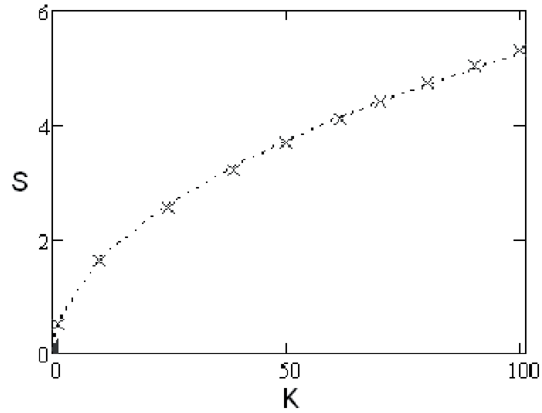

Рис. 4. Залежність площі S_{em} від кривини K

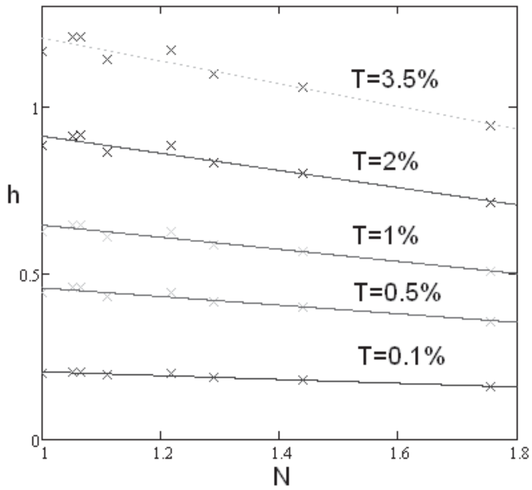

Рис. 5. Значення кроку h, якщо K = 1

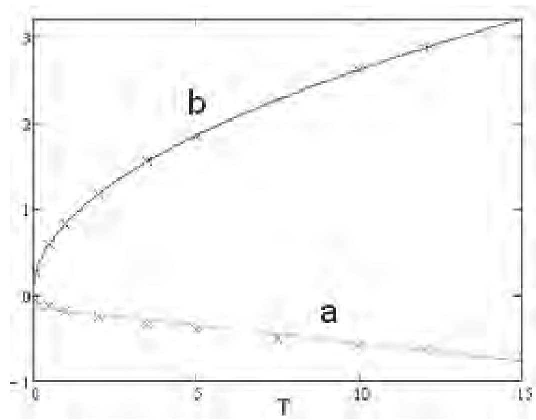

Рис. 6. Зміна коефіцієнтів a та b від точності T (K=1)

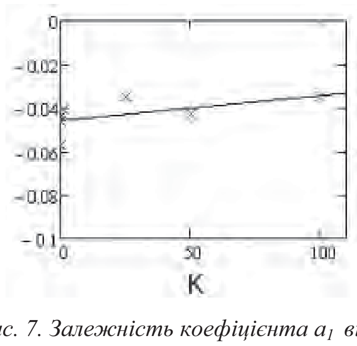

Рис. 7. Залежність коефіцієнта a_1 від K

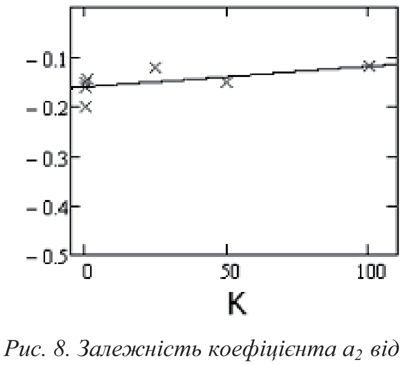

Рис. 8. Залежність коефіцієнта a_2 від K

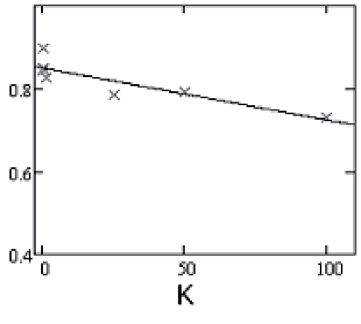

Рис. 9. Залежність коефіцієнта b_1 від K

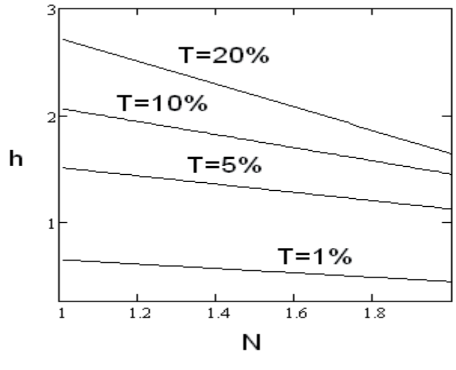

Рис. 10. Відстань між промірними точками при різних T

Середню квадратичну помилку обчислено за формулою (17)

$$m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(h_1 - h_2)^2}{n-1}} = 0.016 \approx 3.2\% . \qquad (17)$$

Графічне відображення формули (17) за фіксованого K подано на рис. 10.

Таблиця 7

Оцінка точності визначення відстані між промірними точками

Коефіцієнт N	h_1	h_2	Різниця	Різниця %
Кривина $K = 10^{-5}$				
1,025	0,658	0,638	0,02	3,04
1,081	0,651	0,626	0,025	3,84
1,127	0,628	0,616	0,012	1,91
1,32	0,593	0,576	0,017	2,87
1,472	0,555	0,545	0,01	1,80
1,517	0,559	0,536	0,023	4,11
1,789	0,498	0,479	0,019	3,82
Кривина $K = 10^{-3}$				
1,021	0,653	0,638	0,015	2,30
1,071	0,648	0,628	0,02	3,09
1,139	0,611	0,614	-0,003	-0,49
1,175	0,628	0,606	0,022	3,50
1,205	0,601	0,6	0,001	0,17
1,369	0,563	0,566	-0,003	-0,53
1,495	0,551	0,54	0,011	2,00
Кривина $K = 0,1$				
1,1	0,627	0,622	0,005	0,80
1,012	0,648	0,64	0,008	1,23
1,039	0,643	0,635	0,008	1,24
1,157	0,61	0,61	0	0,00
1,197	0,6	0,602	-0,002	-0,33
1,264	0,57	0,588	-0,018	-3,16
1,321	0,564	0,576	-0,012	-2,13
Кривина $K = 1$				
1,051	0,645	0,631	0,014	2,17
1,064	0,645	0,629	0,016	2,48
1,11	0,61	0,619	-0,009	-1,48
1,216	0,624	0,597	0,027	4,33
1,29	0,586	0,582	0,004	0,68
1,438	0,565	0,551	0,014	2,48
1,754	0,503	0,486	0,017	3,38
Кривина $K = 50$				
1,031	0,6	0,597	0,003	0,50
1,033	0,608	0,597	0,011	1,81
1,108	0,591	0,583	0,008	1,35
1,264	0,533	0,555	-0,022	-4,13
1,322	0,538	0,544	-0,006	-1,12
1,521	0,516	0,508	0,008	1,55
1,535	0,491	0,505	-0,014	-2,85
Кривина $K = 100$				
1,01	0,572	0,561	0,011	1,92
1,083	0,567	0,55	0,017	3,00
1,094	0,559	0,548	0,011	1,97
1,107	0,588	0,546	0,042	7,14
1,112	0,56	0,545	0,015	2,68
1,143	0,558	0,54	0,018	3,23
1,468	0,5	0,489	0,011	2,20

Згідно із (17), маючи попередню інформацію про рельєф дна (K, N), можна обчислити величину відстані між промірними точками для досягнення певної точності (T).

Висновки

На основі виконаної роботи можна оптимізувати процес батиметричного знімання за профілями. В результаті досліджень отримано формулу, за якою можна визначити щільність вимірів залежно від форми рельєфу дна та точності обчислення площі профілю. Визначення оптимальної відстані між промірними точками прискорює опрацювання та мінімізує витрати на виконання батиметричних робіт.

Література

1. Баран П.І. Технологічні та геоінформаційні аспекти інженерно-геодезичних промірних робіт в акваторіях / П.І. Баран, М.П. Михальчук, Л.В. Примак, О.В // Ученые записки ТНУ. – 2007. – Вип. 20 (59). – С. 13–21.
2. Бурштинська Х. Технологія побудови цифрової моделі рельєфу для створення плану дна ріки / Х. Бурштинська, І. Василиха, П. Коваль // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2007. – Вип. 69. – С. 135–144.
3. Создание автоматизированного планшета панорамной съемки акваторий / А. Гончар, С. Донченко, В. Худоконь, А. Шундель // Проблеми, методи та засоби досліджень Світового океану. – 2007. – № 4. – С. 49–53.
4. Гурский Д.А. Вычисления в Mathcad 12 / Д.А. Гурский, Е.С. Турбина. – СПб.: Питер, 2006. – 544 с.
5. Инструкция по созданию топографических карт шельфа и внутренних водоемов. ГКИНП-11-152-85. – М.: ЦНИИГАиК,1985. – 158 с.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. Том II. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 810 с.

Теоретичні аспекти оптимізації батиметричного знімання у закритих водоймах

К. Третяк, О. Ломпас

Виведено формулу визначення відстані між промірними точками залежно від характеру дна під час гідрологічних робіт.

Теоретические аспекты оптимизации батиметрической съемки в закрытых водоемах

К. Третяк, О. Ломпас

Выведена формула определения расстояния между точками измерения глубин в зависимости от характера дна при гидрологических работах.

Theoretical aspects of optimization batymetrychnoho removal in closed basins

K. Tretjak, O. Lompas

In this paper, a formula determining the distance between points depending on the nature of the bottom of hydrological works.