

УДК 528.1 (075.8)

## ПОБУДОВА ЗАМКНУТИХ ПОЛІГОНІВ У НІВЕЛІРНИХ МЕРЕЖАХ З ВИКОРИСТАННЯМ ОРІЄНТОВАНОГО ГРАФА

**К. Бурак, М. Гринішак**

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

**Ключові слова:** груба похибка, полігон, нев'язка, граф, висотна геодезична мережа.

### Постановка проблеми

Відомі сьогодні методи виявлення грубих похибок (більше за  $3m$ , де  $m$  – середня квадратична похибка вимірювання) у геодезичних мережах можна поділити на дві категорії: пошук промахів до вирівнювання мережі (за нев'язками в полігонах) та на основі отриманих результатів зрівноваження. Чинні нормативні документи [5, 9] вимагають перевірки результатів польових вимірів за службовими допусками (нев'язками). Проте жодна з відомих авторам програм автоматизованого опрацювання результатів геодезичних вимірів не має блока, який розв'язує цю задачу. Можлива причина цього пояснюється в роботі [4], в якій зазначено, що автоматичний “процес побудови умовних рівнянь, за винятком найпростіших виразів, важко виконати навіть на ЕОМ”. Ця проблема і вирішується у цій роботі.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій, які стосуються вирішення цієї проблеми

У публікації [7] проф. В.А. Коугія наводить порівняльний аналіз пошуку грубих похибок за допомогою нев'язок умовних рівнянь поправок та за допомогою поправок, знайдених із зрівноваження параметричним методом спотвореної грубими похибками мережі. Автоматизація процесу пошуку грубих похибок за поправками із зрівноваження для нівелірних мереж описана в роботі [8] В.А. Бондаренка, В.І. Міцкевича, Н.С. Сирова. Ними розроблена програма NIWA2 та виконано пошук грубих похибок для тестової висотної мережі, запропонованої в роботі [11]. Публікації на тему ідентифікації грубих похибок як для нівелірних [10], так і для лінійно-кутових мереж [13] підготували Ю.В. Дьяков, Н.В. Федорова та Ю.В. Родіонова. Теоретичні положення пошуку грубих похибок за результатами рекурентного зрівноваження викладені в праці проф. Ю.І. Маркузе [4]. Проте розв'язок задачі автоматичного пошуку нев'язок у полігонах мережі, що вимагається нормативними документами [5, 9], в опрацьованій нами літературі відсутній.

### Постановка завдання

Метою досліджень є створення алгоритму автоматичної побудови полігонів у висотних геодезичних мережах для пошуку грубих похибок за допомогою аналізу нев'язок у полігонах.

### Виклад основного матеріалу дослідження

Реалізована нами можливість автоматичної побудови полігонів ґрунтується на побудові графа класу орієнтованого дерева з коренем, заданого матрицею інцидентності. Відомо [6], що поняття графа задається так: це сукупність двох множин (вершин і ребер), між елементами яких визначене відношення інцидентності (взаємозв'язку), причому кожне ребро інцидентне рівно до двох вершин графа. Відповідно висотну геодезичну мережу ми можемо розглядати у вигляді графа класу орієнтованого дерева з коренем, в якому вершинами слугують пункти мережі, а ребрами – ходи, які їх з'єднують. Використавши умови побудови такого графа, автоматизуємо створення його програмної моделі.

Для простоти викладу суть нашого розв'язання пояснимо на вільній нівелірній мережі (рис. 1), хоча методика можна застосувати і для мережі, яка містить два і більше опорні пункти. Тестова мережа складається з 6 пунктів та 10 ходів, характеристика яких наведена в табл. 1. Пункт I є опорним:  $H_I = 185,7164$  м.

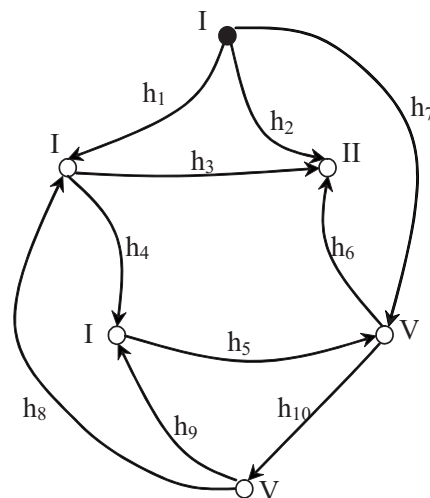


Рис. 1. Схема тестової нівелірної мережі

Таблиця 1

## Параметри нівелірної мережі на рис. 1

№ ходу	Початковий пункт	Кінцевий пункт	Вимірне перевищення, м	Довжина ходу, км
1	I	II	3,8785	4,54
2	I	III	9,1781	3,11
3	II	III	5,3074	1,78
4	II	IV	-7,7835	5,27
5	IV	V	11,3894	3,91
6	V	III	1,6999	2,83
7	I	V	7,4754	6,09
8	VI	II	0,1511	2,44
9	VI	IV	-7,6287	3,29
10	V	VI	-3,7575	1,91

На рис. 3 графічно зображено мережу з рис. 1 за допомогою графа класу орієнтованого дерева з коренем (за корінь дерева можна прийняти будь-який вихідний пункт геодезичної мережі або зв'язувальну точку). На рис. 3 коренем слугує пункт I.

Розглянемо деякі особливості цього графа, які є важливими для побудови алгоритму пошуку полігонів:

1. На одній вітці графа не може розміщуватися один і той самий вузол, за винятком пункту, який є коренем графа (у нашому випадку I). Віткою графа називається маршрут від кореня до будь-якої інцидентної одному ребру вершини дерева графа, в який входять як вершини, так і ребра, які лежать на маршруті [6].

2. Вітка графа на наступному рівні не може бути оберненою до вітки графа на попередньому рівні (отже, під час побудови графа виключається повернення до кореня графа вихідним маршрутом).

3. Якщо під час побудови графа виникла ситуація, коли з кінцевої вершини (пункту) гілки графа немає можливості перейти до іншої вершини (пункту) не порушуючи умов 1 та 2, то ця вершина є кінцевою вершиною графа.

4. Якщо при побудові графа виникла ситуація, коли вершина, що слугує коренем графа, повторюється ще раз на певному рівні дерева, то ця вершина є кінцевою вершиною маршруту. Причому маршрут від кореня графа до цієї вершини і буде замкнутим полігоном.

Отже, задавши геодезичну мережу у вигляді графа класу орієнтованого дерева з коренем у певному пункті мережі, можна відшукати усі замкнуті полігони, в яких бере участь вершина, що є коренем дерева графа. Так, програмно відтворивши граф на рис. 3, ми отримуємо 22 різні замкнуті полігони для мережі з рис. 1.

Як видно з опису алгоритму, в розробленій програмі для кожного ходу мережі будуються замкнуті полігони з усіма можливими комбінаціями ходів, водночас в літературі, наприклад [12], пропонується аналізувати нев'язки тільки внутрішніх полігонів.

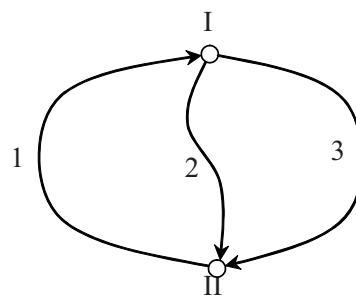


Рис. 2. Схема стандартного блока висотної мережі

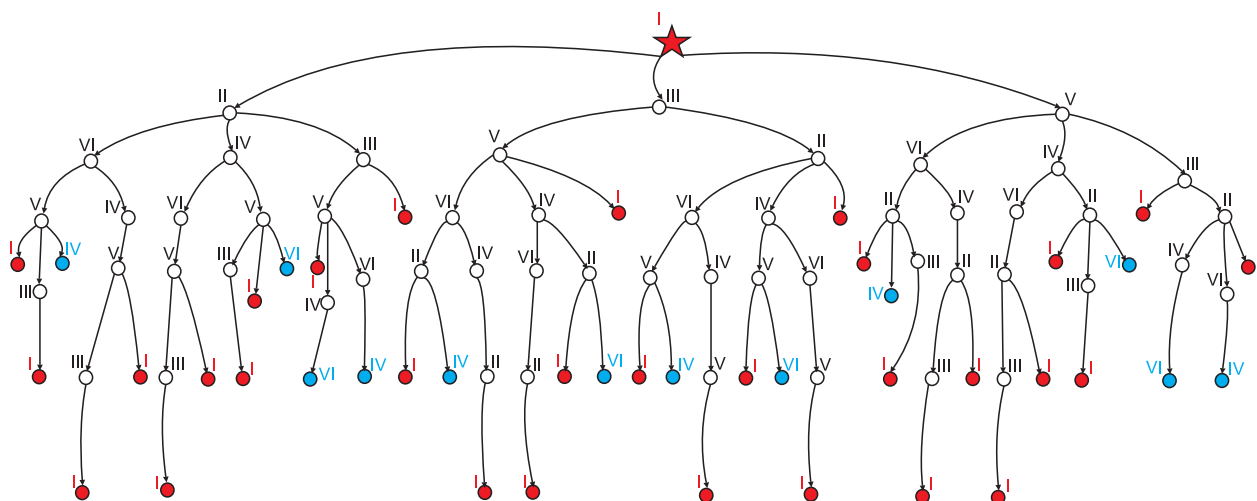


Рис. 3. Граф класу орієнтованого дерева з коренем у пункті I, який відображає зв'язки у мережі з рис. 1

Необхідність розгляду всіх можливих варіантів побудов полігонів пояснимо на прикладі стандартного блока (рис. 2), що складається з двох вузлових пунктів (I та II) і трьох ходів між ними (1, 2, 3). Уточнимо поняття внутрішнього і зовнішнього полігона. Внутрішнім полігоном для будь-якого ходу називатимемо замкнуту фігуру, яка містить цей хід і мінімально можливу кількість інших ходів. Зовнішнім полігоном назвемо фігуру, яка об'єднує два і більше внутрішніх полігонів (так, зовнішній полігон I-V-IV-II-I складається з трьох внутрішніх: I-V-III-I; I-III-II-I та II-III-V-IV). Покажемо, що для підвищення надійності результатів пошуку недопустимих нев'язок та ідентифікації грубих похибок для кожного ходу необхідно аналізувати не тільки нев'язки у внутрішніх полігонах, а й у зовнішніх.

Відомо, що нев'язка зовнішнього полігона дорівнює сумі нев'язок внутрішніх полігонів, тобто:

$$f_{I-2-II-1-I} + f_{I-3-II-2-I} = f_{I-3-II-1-I}. \quad (1)$$

Водночас отримання допустимих значень нев'язок у внутрішніх полігонах не завжди означає, що допустимою буде нев'язка і в зовнішньому полігоні. Справді, у випадку, якщо ваги ходів приблизно рівні, нев'язка зовнішнього полігона може майже в 2 рази перевищувати допустиму величину, якщо нев'язки внутрішніх полігонів (навіть допустимі) мають однакові знаки і близькі до критичних значень.

Крім того, аналіз зовнішніх полігонів мережі дає змогу з більшою імовірністю, ніж за допомогою аналізу тільки внутрішніх полігонів, ідентифікувати ходи з промахами. Доведемо це, використовуючи ту саму мережу (рис. 2). Допустимо, що нев'язки внутрішніх полігонів  $f_{I-2-II-1-I}$  та  $f_{I-3-II-1-I}$  перевищують допустимі величини, тоді як нев'язка зовнішнього полігона  $f_{I-3-II-1-I}$  не виходить за межі допуску. За цих умов можливі два випадки:

1. Груба похибка міститься в ході 2.

2. У ходах 1 та 3 є грубі похибки з протилежними знаками, абсолютні величини яких відрізняють між собою не більше як на 3m (ваги всіх ходів приймемо такими, що дорівнюють 1).

Проаналізуємо імовірність виникнення вказаних випадків, задавши такі умови:

1. Нівелірні ходи на рис. 4 II класу, причому значення обернених ваг ходів мережі  $\pi_i$  для всіх ходів однакові.

2. Припустимо, що величина грубої похибки, що може виникнути в ході, є випадковою і підпорядковується рівномірному закону роз-

поділу на проміжку можливих значень  $(-30 \text{ мм}; -3\text{m})U(3\text{m}; 30 \text{ мм})$ . Врахувавши клас нівелірної мережі та прийнявши, що довжина всіх її ходів становить 1 км, матимемо проміжок можливих значень грубих похибок  $(-30 \text{ мм}; -5 \text{ мм})U(5 \text{ мм}; 30 \text{ мм})$  згідно з [5].

3. Імовірність появи грубої похибки в ході мережі приймемо  $P(\Delta_z) = 0,1$  (кожен десятий хід містить грубу похибку). Таке значення імовірності вибрано на основі аналізу досліджуваних мереж спостережень за осіданнями будівель і споруд. Для прикладу, в дослідній мережі [11] за результатами пошуку [10] виявлено дев'ять ходів з грубими похибками (загальна кількість ходів у мережі 96).

Імовірність одночасного виникнення  $\Delta_z$  у ходах 1 та 3 буде:

$$P(\Delta_{z1}; \Delta_{z3}) = P(\Delta_{z1}) \cdot P(\Delta_{z3}) = 0,01. \quad (2)$$

Та за умовами випадку 2 нам необхідно, щоб  $\Delta_{z1}$  та  $\Delta_{z3}$  (грубі похибки відповідно 1-го та 3-го ходів) були з протилежними знаками, а їх абсолютні величини відрізнялись не більше ніж на 3m (тобто 5 мм). Проаналізуємо імовірність появи  $\Delta_{z1}$  та  $\Delta_{z3}$ , які задовольняють поставлені умови, якщо  $\Delta_{z1}$  набуває критичних значень, і коли  $\Delta_{z1}$  розташована посередині проміжку можливих значень:

1. Розглянемо частковий випадок, коли  $\Delta_{z1}$  незначно перевищує величину допуску ( $\Delta_{z1}$  прямує до 3m). Для розрахунків приймемо, що  $\Delta_{z1} = 3m$ . Тоді похибка в ході 3  $\Delta_{z3}$  може набувати таких значень:

$$-\Delta_{z1} - 3m \leq \Delta_{z3} \leq -\Delta_{z1} + 3m \quad (3)$$

тобто

$$-10 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 0. \quad (4)$$

Аналізуючи проміжок (4) бачимо, що  $\Delta_{z3}$  може бути як грубою похибкою (на проміжку  $-10 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 5 \text{ мм}$ ), так і допустимою похибкою ходу (на проміжку  $-5 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 0$ ). Як відомо, для рівномірного закону розподілу імовірність потрапляння випадкової величини  $x$  у певний проміжок дорівнює відношенню величини цього інтервалу до величини інтервалу можливих значень величини. Отже, імовірність того, що  $-10 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 5 \text{ мм}$ , за умови, що  $\Delta_{z3}$  існує, становитиме:

$$P(-10 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 5 \text{ мм}) = \frac{-5 + 10}{30 - 5 - 5 + 3} = 0,1. \quad (5)$$

Імовірність виникнення грубих похибок у ходах 1 та 3 за умови, що  $\Delta_{z1} = 3m$ , буде:

$$P(\Delta_{z1}; -10 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 5 \text{ мм}) = P(\Delta_{z1}; \Delta_{z2}) \times \\ \times P(-10 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 5 \text{ мм}) = 0,001 \quad (6)$$

Розглянемо тепер випадок, коли  $-5 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 0$ . Для початку зазначимо, що імовірність того, що хід матиме допустиму похибку за формулою повної імовірності, дорівнює:

$$P(\Delta_{\text{дон}}) = 1 - P(\Delta_2) = 0,9 \quad (7)$$

З теорії відомо, що імовірність того, що похибка буде від'ємною, становить 0,5. З урахуванням (7) визначимо імовірність, що хід буде виміряно з допустимою від'ємною похибкою:

$$P(\Delta_{\text{дон}} \leq 0) = P(\Delta_{\text{дон}}) \cdot P(\Delta_{\text{дон}} \leq 0) = 0,4 \quad (8)$$

З урахуванням (8) імовірність виникнення грубої похибки в ході 1 при тому, що хід 3 буде виміряно з допустимою додатною похибкою, така:

$$P(\Delta_{z1}; -5 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 0) = \\ = P(\Delta_{z1}) \cdot P(\Delta_{z1}; -5 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 0) = 0,045 \quad (9)$$

Імовірність виникнення випадку 1:

$$P(\Delta_{z1}; -10 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 0) = \\ = P(\Delta_{z1}; -10 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 0) + \\ + P(\Delta_{z1}; -5 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 0) = 0,046 \quad (10)$$

Для випадку  $\Delta_{z1} = 3m$  імовірність того, що груба похибка міститься у ході 2, а не в ходах 1 та 3, буде:

$$P'(\Delta_{z2}) = \\ = \frac{P(\Delta_{z2})}{P(\Delta_{z2}) + P(\Delta_{z1}; -10 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 0)} = \\ = 0,6849 \quad (11)$$

Отже, при  $\Delta_{z1} \rightarrow +3m$  про наявність грубої похибки в ході 2 можна стверджувати з імовірністю 0,68. Очевидно, що величина  $P'(\Delta_{z2})$  набуває такого самого значення, якщо  $\Delta_{z1} \rightarrow +3m$  та  $\Delta_{z3} \rightarrow \pm 3m$ .

2. Розглянемо частковий випадок, коли  $\Delta_{z1}$  міститься у межах проміжків  $(-25 \text{ мм}; -10 \text{ мм})U(10 \text{ мм}; 25 \text{ мм})$ . Знайдемо імовірність виникнення  $\Delta_{z1}$  та  $\Delta_{z3}$ , які б відповідали вимогам другого випадку. Нехай  $\Delta_{z1} = 10 \text{ мм}$ . Тоді груба похибка в третьому ході повинна міститись на проміжку:

$$-15 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 5 \text{ мм} \quad (12)$$

імовірність чого становитиме:

$$P(-15 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} \leq 5 \text{ мм}) = 0,2 \quad (13)$$

Оскільки  $\Delta_{z1}$  та  $\Delta_{z3}$  для цього випадку не виходять за межі проміжків можливих значень грубих похибок, то вираз (13) можна узагальнити:

$$P(-\Delta_{z3} - 5 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} < -\Delta_{z1} + 5 \text{ мм}) = 0,2 \\ \text{при } \Delta_{z3} \in (-25 \text{ мм}; -10 \text{ мм})U(10 \text{ мм}; 25 \text{ мм}); \\ P(-\Delta_{z3} - 5 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} < -\Delta_{z1} + 5 \text{ мм}) = 0,2 \\ \text{при } \Delta_{z3} \in (-25 \text{ мм}; -10 \text{ мм})U(10 \text{ мм}; 25 \text{ мм}). \quad (14)$$

Імовірність виникнення  $\Delta_{z1}$  та  $\Delta_{z3}$  з протилежними знаками, абсолютні величини яких різнилися б не більше як на 5 мм, буде такою

$$P(-\Delta_{z1}; -\Delta_{z1} - 5 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} < -\Delta_{z1} + 5 \text{ мм}) = \\ = P(\Delta_{z1}; \Delta_{z3}) \cdot P(-\Delta_{z1}; -\Delta_{z1} - 5 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} < \\ < -\Delta_{z1} + 5 \text{ мм}) = 0,002 \quad (15)$$

Імовірність того, що груба похибка міститься в ході 2, а не в ходах 1 та 3:

$$P'(\Delta_{z2}) = P(\Delta_{z2}) / P(\Delta_{z2}) + P(\Delta_{z1}; -\Delta_{z1} - \\ - 5 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} < -\Delta_{z1} + 5 \text{ мм}) = 0,9804 \quad (16)$$

Тобто тільки в двох випадках зі 100 за вказаних вище умов у стандартному блоці (рис. 3) груба похибка може міститись не в ході 2. Таке саме значення імовірності отримаємо, прийнявши  $\Delta_{z3} \in (-25 \text{ мм}; -10 \text{ мм})U(10 \text{ мм}; 25 \text{ мм})$ .

3. Розглянемо останній частковий випадок, коли  $\Delta_{z1} = \pm 30 \text{ мм}$ . Очевидно, що імовірність виникнення випадку, коли  $\Delta_{z1} = 30 \text{ мм}$ , та коли  $\Delta_{z1} = -30 \text{ мм}$  однакова, тому розглянемо перший варіант. Проміжок прийнятних значень грубої похибки ходу 3 становитиме:

$$-30 \text{ мм} \leq \Delta_{z1} < -25 \text{ мм} \quad (17)$$

Імовірність того, що  $\Delta_{z3}$  задовольнить умову (17), дорівнює:

$$P(-30 \text{ мм} \leq \Delta_{z1} \leq -25 \text{ мм}) = 0,1 \quad (18)$$

Імовірність того, що всі вимоги випадку 2 будуть виконані:

$$P(\Delta_{z1}; -30 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} < -25 \text{ мм}) = \\ = P(\Delta_{z1}; \Delta_{z3}) \cdot P(\Delta_{z1}; -30 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} < \\ < -25 \text{ мм}) = 0,001 \quad (19)$$

Імовірність того, що груба похибка міститься в ході 2, становитиме:

$$P'(\Delta_{z2}) = \\ = \frac{P(\Delta_{z2})}{P(\Delta_{z2}) + P(\Delta_{z1}; -30 \text{ мм} \leq \Delta_{z3} < 25 \text{ мм})} = \\ = 0,9901 \quad (20)$$

Значимо, що аналогічне значення імовірності буде отримано і при  $\Delta_{z1} = \pm 30 \text{ мм}$ . При

наближенні величини  $\Delta_{z1}$  ( $\Delta_{z3}$ ) до значень  $\pm 25$  мм імовірність  $P'(\Delta_{z2})$  зменшуватиметься, поки не набуде значення 98,04 %. На проміжку  $\Delta_{z2}(\Delta_{z3}) \in [-25 \text{ мм}; -10 \text{ мм}] \cup [10 \text{ мм}; 25 \text{ мм}]$   $P'(\Delta_{z2})$  не змінюватиметься. На проміжку  $\Delta_{z2}(\Delta_{z3}) \in (-10; -5) \cup (5; 10)$   $P'(\Delta_{z2})$  зменшуватиметься з наближенням до значень  $\pm 5$  мм, за яких набуде значення 68,49 %. Зазначимо, що з аналізу дослідних висотних мереж [1, 2, 3, 11], а також мереж спостережень за осіданнями будівель та споруд АЕС, відомим авторам, впливає, що переважно можна виконати аналіз не менш як 10 полігонів за участю кожного ходу, що зводить практично до нуля імовірність неправильної ідентифікації ходу з грубою похибою за допомогою аналізу нев'язок у полігонах у таких мережах.

Блок-схема підпрограми з побудови замкнених полігонів і підрахунку в них нев'язок наведена на рис. 4. На ній виділимо два етапи розв'язання задачі:

1. Побудова матриці інцидентності для відображення всіх зв'язків між ходами та пунктами геодезичної мережі (для мережі з рис. 1 матриця інцидентності подана у табл. 2). Зазначимо, що матриця інцидентності має вигляд таблиці, рядки якої відображають ходи висотної мережі, а стовпці – зв'язки між вершинами нівелірної мережі.

Таблиця 2

**Матриця інцидентності для дослідної мережі з рис. 1**

№ ходу	I	II	III	IV	V	VI	hi	li
1	1	-1					3,8785	4,54
2	1		-1				9,1781	3,11
3		1	-1				5,3074	1,78
4		1		-1			-7,7835	5,27
5				1	-1		11,3894	3,91
6			-1		1		1,6999	2,83
7	1				-1		7,4754	6,09
8		-1				1	0,1511	2,44
9				-1		1	-7,6287	3,29
10					1	-1	-3,7575	1,91

2. Відшукування за допомогою матриці інцидентності усіх полігонів мережі. Звернемо увагу на те, що одночасно з побудовою полігонів здійснюється також підрахунок фактичної та допустимої нев'язок у полігонах та довжин полігонів. Також на цьому етапі роботи програми здійснюється порівняння допустимої та обчисленої нев'язок для кожного полігона.

На основі запропонованого алгоритму в середовищі Visual Basic нами створений програмний додаток COM+ під назвою "CCE" (Calculation of Closure Errors). Правильність роботи додатка перевірена тестуванням за допомогою математичного моделювання. Зокрема, виконано і пошук грубих похибок для тестової мережі з [11] та отримано результати, які дещо відрізняються від опублікованих авторами [8], [10], а саме:

1. У ходах 92, 91, 63, 64, 77...78, 73, 8, 58...61 програма автоматично знайшла грубі похибки, що підтверджуються в [10]. Зазначимо, що значення нев'язок у полігонах за участю цих ходів перевищували допустимі величини в 3,0–11,6 раз. Тобто грубі промахи однозначно відбраковуються як під час попереднього зрівноваження, так і з аналізу нев'язок полігонів. Важливо також зазначити, що у полігонах 20–58...–61 та 73-5 величини фактичних нев'язок тільки в 1,15 та 1,5 раз перевищили допустимі значення. Незважаючи на це, обома методами ходи 58...61 та 73 були ідентифіковані як помилкові. Причиною цього, на нашу думку, є те, що сусідні ходи не містять грубих помилок, які мали б значний вплив на результати зрівноваження.

2. Ходи 15 та 88, які за результатами зрівноваження [10] були зараховані до ходів з грубими похибками, не утворюють полігонів з недопустимими нев'язками. Детальне пояснення цього виходить за межі цієї статті.

**Висновки**

1. У роботі запропоновано алгоритм автоматичної побудови замкнутих полігонів у нівелірних мережах будь-якої складності.

2. Доведено, що аналіз нев'язок у зовнішніх полігонах мережі підвищує достовірність результатів пошуку грубих похибок (відбракування неякісних ходів).

3. Розроблене програмне забезпечення дає змогу автоматизувати процес підрахунку нев'язок у замкнутих полігонах нівелірних мереж, що вимагається нормативними документами [5, 9].

Відбракування ходів з грубими похибками – це складний процес, особливо в великих мережах за наявності в них двох і більше грубих похибок і вимагає подальших досліджень. Використання аналізу нев'язок у полігонах разом з результатами попереднього зрівноваження сприятиме розв'язку цієї задачі.

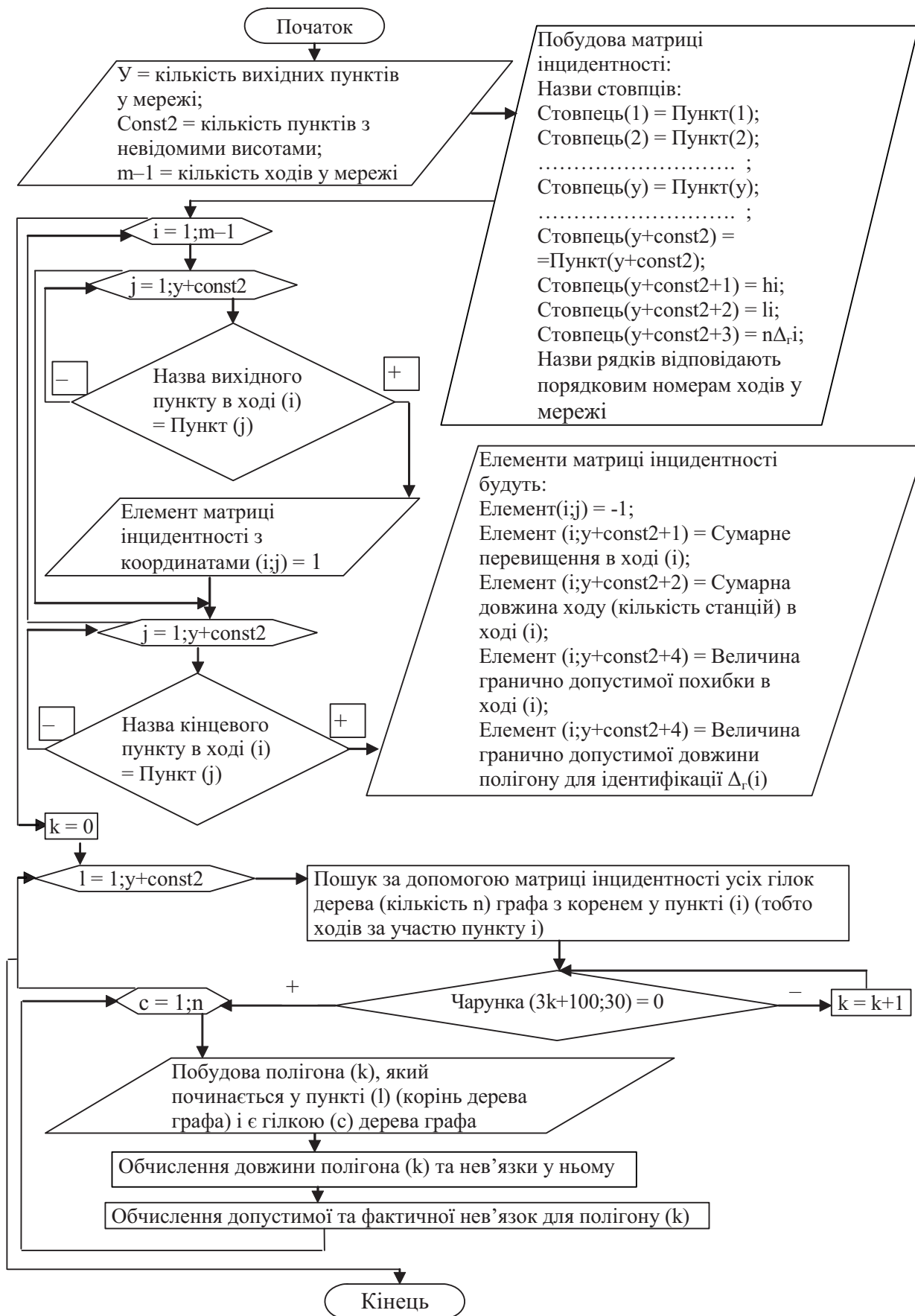


Рис. 4. Блок-схема програмного додатка "CCE" (Calculation of Closure Errors)

### Література

1. Большаков В.Д., Гайдаев П.А. Теория математической обработки геодезических измерений: Учебник. – М.: Недра, 1969. – 400 с.
2. Пискунов М.Е. Методика геодезических наблюдений за деформациями сооружений: Учебник. – М.: Недра, 1980.
3. Основи математичного опрацювання геодезичних вимірювань / В.І. Гавриш, Е.М. Євсєєва, П.М. Зазуляк, М.Д. Йосипчук / Під ред. В.І. Гавриша. – Львів: Растр-7, 2007. – 408 с.
4. Маркузе Ю.И. Уравнивание геодезических сетей с контролем грубых ошибок // Изв. вузов. Сер. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1986. – № 5. – С. 9–18.
5. Инструкция по нивелированию I, II, III, IV классов. – М.: Недра, 1990.
6. Адельсон-Вельський Г.М., Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера: Учебник. – М.: Энергия, 1980. – С. 82–120.
7. Коугия В.А. Сравнение методов обнаружения и идентификации грубых ошибок измерений // Геодезия и картография. – 1998. – № 6. – С. 23–28.
8. Бондаренко В.А., Мицкевич В.И., Сырова Н.С. Уравнивание нивелирных сетей с поиском грубых ошибок измерений // Геодезия и картография. – 2003. – № 5. – С. 26–28.
9. Методические указания по наблюдению за осадками фундаментов, деформациями конструкций и режимом грунтовых вод на тепловых и атомных электростанциях / Министерство энергетики и электрификации СССР, Главное техническое управление по эксплуатации энергосистем. – М., 1985. – 72 с.
10. Дьяков Б.Н., Федорова Н.В. Пошаговый поиск грубых ошибок измерений // Геодезия и картография. – 2001. – № 3. – С. 16–20.
11. Дьяков Б.Н. Рудикова М.П. О контроле, поиске и учете грубых ошибок измерений // Геодезия и картография. – 1997. – № 7. – С. 21–24.
12. Попов В.В. Уравнивание полигонов. Учебник. – М.: Издательство геодезической литературы, 1958. – 159 с.
13. Дьяков Б.Н., Родионова Ю.В. Тестирование линейно-угловых ходов на грубые ошибки измерений // Геодезия и картография. – 2003. № 3. – С. 21–24.

#### **Побудова замкнутих полігонів у нівелірних мережах з використанням орієнтованого графа**

К. Бурак, М. Гринішак

Створено новий алгоритм автоматичної побудови замкнутих полігонів у нівелірних мережах, в основі якого лежить використання графа класу орієнтованого дерева з коренем. Доведено необхідність аналізу нев'язок у зовнішніх полігонах мережі.

#### **Построение замкнутых полигонов в нивелирных сетях с использованием ориентированного графа**

К. Бурак, М. Гринишак

Создан новый алгоритм автоматического построения замкнутых полигонов в нивелирных сетях, в основе которого лежит использование графа класса ориентированного дерева с корнем. Доказана необходимость анализа невязок во внешних полигонах сети.

#### **Construction of the reserved grounds in level networks with the use of the oriented count**

K. Burak, M. Grynishak

The new algorithm of automatic construction of the reserved grounds is created in level networks, which the use of count of class of the oriented tree is underlaid with a root. The necessity of analysis of misclosures is well-proven for the external grounds of network.

**29 November – 3 December**

**Tunisia**

**International Congress Geotunis 2010:  
The use of GIS and remote sensing for sustainable development.**

[www.geotunis.org](http://www.geotunis.org)