

СТАТИСТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МІЦНОСТІ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА СКЛАДНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

Р.І. Квіт

Національний університет “Львівська політехніка”
вул. С. Бандери 12, 79013, Львів, Україна

(Отримано 5 серпня 2008 р.)

Проведено узагальнення методу розрахунку ймовірнісних характеристик міцності стохастично дефективних матеріалів на дисперсні композитні матеріали. Розглянуто випадок, коли руйнування ініціюється у м'яких пружних включеннях, геометричні характеристики яких є випадковими величинами з певними законами ймовірнісного розподілу. Побудовано діаграми граничного стану для композитних матеріалів з різною кількістю включень.

Ключові слова: міцність, композитний матеріал, включення, розподіл.

2000 MSC: 82B31

УДК: 539.4

На міцність тіл впливають властивості випадковості характеристик матеріалу, структури і дефектності. Реальні тіла є статистичними ансамблями структурних часток і дефектів, для яких характерне розсіяння властивостей, розмірів, положення тощо. Описові параметри структури матеріалу не можна вважати строго заданими, для них характерна випадковість, певний ймовірнісний розподіл (стохастичність). Врахування цієї стохастичності дає можливість якнайповніше відобразити міцнісні властивості матеріалів.

Серед конструкційних матеріалів важливе місце посідають композитні. Проблема розрахунку міцності композитних матеріалів з використанням стохастичного моделювання і статистичним описом випадкових величин, що впливають на процес руйнування, досліджувалася у [1–4].

У роботі запропоновано методу розрахунку статистичних характеристик міцності і побудовано критерій руйнування композитного матеріалу на основі застосування ймовірнісно-статистичних методів до результатів механіки руйнування матеріалів з детермінованими дефектами.

Розглянемо плоский макроелемент композитного матеріалу, що являє собою пружну однорідну матрицю, в якій рівномірно розсіяні еліптичні включення з іншого пружного матеріалу. Включення характеризуються різною величиною та орієнтацією. Цей макроелемент знаходиться в плоскому двовісному полі однорідних зусиль p та q , які можна розглядати як головні напруження за плоского напруженого стану (рис. 1).

Пружні властивості матриці та включень є заданими, властивості усіх включень однакові (тобто досліджуємо двокомпонентний матеріал, хоча це обмеження не є принциповим, і можна розглядати багатоконпонентний матеріал). Розглядатимемо ви-

падок, коли включення є м'якими і мають форму тонких сплюснених еліпсів. Біля країв такого типу включень виникають значні локальні концентрації напружень і тому вони істотно впливають на міцність [5]. Включення такої форми часто зустрічаються в металах (окислені шари, графітні включення в чавуні тощо), у гірських породах (тектонічні тріни з заповнювачем, прошарки тощо). Вважаємо, що включення розсіяні так, що їх взаємодією можна знехтувати. Геометричні параметри включень (орієнтація та розміри) є випадковими величинами з певними законами ймовірнісного розподілу. Руйнування композитного матеріалу з включеннями може відбуватися по-різному: починатися у включенні, біля нього, або на межі матриця-включення.

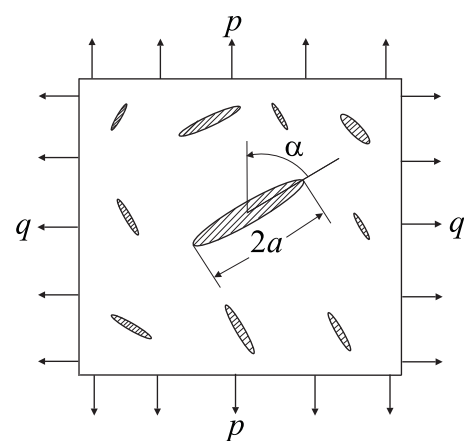


Рис. 1. Головні напруження за плоского напруженого стану

Розглянемо перший механізм. Для елемента матеріалу з одним м'яким сплюсненим включенням, яке знаходиться в полі напружень, що характеризується компонентами σ_x^∞ , σ_y^∞ , τ_{xy}^∞ , напруження у включенні

визначаються за формулами [6]:

$$\begin{aligned} \sigma_x^1 &= \frac{\sigma_y^\infty G_1(1+\varepsilon_2)(3-\varepsilon_1)}{G_1(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)+2\delta G_2(\varepsilon_1-1)}; \\ \sigma_y^1 &= \frac{\sigma_y^\infty G_1(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)}{G_1(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)+2\delta G_2(\varepsilon_1-1)}; \\ \tau_{xy}^1 &= \frac{\tau_{xy}^\infty G_1(1+\varepsilon_2)}{G_1(1+\varepsilon_2)+2\delta G_2}, \end{aligned} \quad (1)$$

де індексами 1 та 2 позначені величини, що належать відповідно до включення і матриці; G_1, G_2 – модулі зсуву ($G_1/G_2 < 1$); $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – пружні постійні, що виражаються через коефіцієнт Пуассона ν ($\varepsilon = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ – за плоского напруженого стану, $\varepsilon = 3 - 4\nu$ – за плоскої деформації); $\delta = 2b/(a+b) \approx 2b/a$ ($b \ll a$); a та b – півосі еліпса.

Для включення, нахиленого під кутом α до головної осі, в полі головних напружень p та $q = \eta p$, використовуючи відомі формули перерахунку напружень за повороту системи координат [7] з (1), отримуємо

$$\begin{aligned} \sigma_x^1 &= \frac{0,5p \varphi(\alpha, \eta) G_1(1+\varepsilon_2)(3-\varepsilon_1)}{G_1(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)+2\delta G_2(\varepsilon_1-1)}; \\ \sigma_y^1 &= \frac{0,5p \varphi(\alpha, \eta) G_1(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)}{G_1(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)+2\delta G_2(\varepsilon_1-1)}; \\ \tau_{xy}^1 &= \frac{0,5p \psi(\alpha, \eta) G_1(1+\varepsilon_2)}{G_1(1+\varepsilon_2)+2\delta G_2}, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\varphi(\alpha, \eta) = \eta + 1 + (\eta - 1) \cos 2\alpha$, $\psi(\alpha, \eta) = (\eta - 1) \sin 2\alpha$.

Розглянемо руйнування включення. Оскільки напружений стан у включенні є однорідним, то можна зробити припущення, що в ньому утворюється тріщина на усю довжину $2a$. Можуть виникати і поперечні тріщини, але найбільше небезпечними є поздовжні. Приймаємо за критерій руйнування включення умову типу закону кулонівського тертя зі зчепленням [6]:

$$\tau_{xy}^1 \leq K^1 - \sigma_y^1 \operatorname{tg} \rho^1, \quad (3)$$

де K^1 – коефіцієнт зчеплення; $\operatorname{tg} \rho^1$ – коефіцієнт внутрішнього тертя матеріалу включення. Ця умова задовільно описує руйнування багатьох макроструктурно-однорідних матеріалів.

Використовуючи вирази для напружень (2), запишемо критерій (3) у вигляді

$$\frac{p \psi(\alpha, \eta)}{1 + \frac{2\delta G_2}{G_1(1+\varepsilon_2)}} \leq 2K^1 - \frac{p \varphi(\alpha, \eta)}{1 + \frac{2\delta G_2(\varepsilon_1-1)}{G_1(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)}} \operatorname{tg} \rho^1. \quad (4)$$

Провівши елементарні перетворення і знехтувавши членами порядку G_1^2/G_2^2 , з умови (4) отримуємо значення напружень (навантаження), за яких руйнується включення

$$p = \frac{T}{B \varphi(\alpha, \eta) + C \psi(\alpha, \eta)}, \quad q = \eta p, \quad (5)$$

де введено позначення

$$B = (1 + \varepsilon_1) \operatorname{tg} \rho^1, \quad C = \varepsilon_1 - 1, \quad D = \varepsilon_1(1 + \varepsilon_2), \\ M = G_2(\varepsilon_1 - 1)/G_1, \quad N = 4K^1/(1 + \varepsilon_2), \quad T = N(D + \delta M).$$

Можна, навпаки, визначити величину включення, що відповідає заданому граничному навантаженню p :

$$\frac{a}{2b} = \frac{1}{\delta} = \frac{M}{p(B \varphi(\alpha, \eta) + C \psi(\alpha, \eta))/N - D}. \quad (6)$$

Тріщини, які утворюються на місці включень, переходять в основний матеріал (матрицю) і перетинають усе тіло, або можуть зупинитися і лише за підвищення навантаження досягають нового критичного стану. Можливе також досягнення критичного стану за незмінного навантаження через ріст тріщин з часом [8] (у цьому випадку потрібно вивчати статичну довговічність матеріалу).

Розглянемо апробацію отриманих аналітичних результатів до дисперсного композиту типу сірого чавуну. Відповідно до даних роботи [9] та фізичних міркувань прийнято такі значення констант: $G_2 = 4,4 \cdot 10^{-4}$ МПа, $\nu_1 = \nu_2 = 0,25$, $G_1/G_2 = 0,081$, $\operatorname{tg} \rho^1 = 0,1$.

Залежно від кута α орієнтації включення і співвідношення $\eta = p/q$, граничне навантаження p змінюється так, як показано на рис. 2, 3.

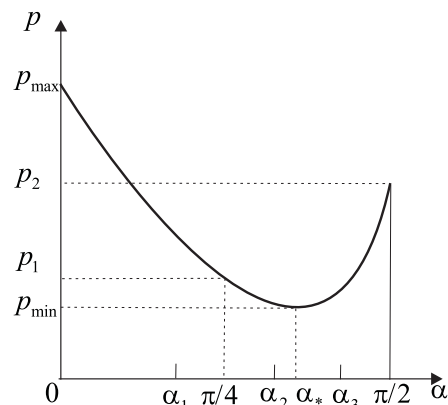


Рис. 2. Двовісний розтяг

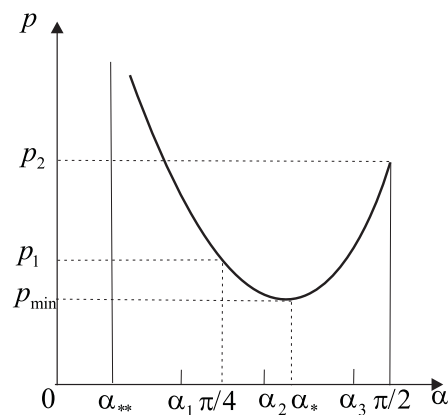


Рис. 3. Розтяг-стиск

Його мінімальне значення

$$p_{min} = \frac{T}{\sqrt{B^2 + C^2} (\eta - 1) + B(\eta + 1)} \quad (7)$$

досягається за кутової орієнтації

$$\alpha_* = 0,5 \operatorname{arctg} C/B. \quad (8)$$

Максимальне значення p за двовісного розтягу

$$p_{max} = \frac{T}{2B\eta} \quad (9)$$

реалізується за $\alpha = 0$.

За розтягу в одному напрямі та стиску в іншому максимальне значення $p \rightarrow \infty$ досягається за

$$\alpha_{**} = 0,5 \operatorname{arcsin} \frac{B \left(-C(\eta + 1) + \sqrt{C^2(\eta + 1)^2 - 4(B^2 + C^2)\eta} \right)}{(B^2 + C^2)(\eta - 1)}. \quad (10)$$

За $\alpha = \pi/4$ граничне навантаження дорівнює

$$p_1 = \frac{T}{B(\eta + 1) + C(\eta - 1)}. \quad (11)$$

За $\alpha = \pi/2$ граничне навантаження визначається

так:

$$p_2 = \frac{T}{2B}. \quad (12)$$

Заданому граничному навантаженню p ($p_{min} \leq p \leq p_{max}$) та відношенню напружень η відповідають кути орієнтації включення:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \operatorname{arcsin} \frac{C \left(\frac{T}{p} - B(\eta + 1) \right) - \sqrt{C^2 \left(\frac{T}{p} - B(\eta + 1) \right)^2 - (B^2 + C^2) \left(\frac{T^2}{p^2} + 4B^2\eta - 2\frac{T}{p}B(\eta + 1) \right)}}{(B^2 + C^2)(\eta - 1)},$$

$$0 \leq \alpha_1 \leq \pi/4 \quad (p_1 \leq p \leq p_{max}), \quad \text{або} \quad \alpha_{**} \leq \alpha_1 \leq \pi/4 \quad (p_1 \leq p < \infty); \quad (13)$$

$$\alpha_2 = \pi/2 - \alpha_1, \quad \pi/4 \leq \alpha_2 \leq \alpha_* \quad (p_{min} \leq p \leq p_1); \quad (14)$$

$$\alpha_3 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arcsin} \frac{C \left(\frac{T}{p} - B(\eta + 1) \right) + \sqrt{C^2 \left(\frac{T}{p} - B(\eta + 1) \right)^2 - (B^2 + C^2) \left(\frac{T^2}{p^2} + 4B^2\eta - 2\frac{T}{p}B(\eta + 1) \right)}}{(B^2 + C^2)(\eta - 1)},$$

$$\alpha_* \leq \alpha_3 \leq \pi/2 \quad (p_{min} \leq p \leq p_2). \quad (15)$$

Неоднорідність структури характеризується густиною сумісного розподілу ймовірностей стохастично незалежних випадкових величин – кута орієнтації α та параметра включення a (товщину включень $2b$ вважатимемо фіксованою): $f(\alpha, a) = f_1(\alpha) f_2(a)$.

Руйнуюче (граничне) навантаження для елемента з включенням, що має випадкові орієнтацію та розмір, є також випадковою величиною з інтегральною функцією розподілу ймовірностей $F_1(p, \eta)$, яку можна визначити аналогічно до ізотропних матеріалів з тріщинами [10] так:

$$F_1(p, \eta) = \iint_{p(\alpha, a, \eta) \leq p} f(\alpha, a) d\alpha da, \quad p_{min} \leq p \leq p_{max}.$$

Інтегрування здійснюється по двовимірній області можливих значень α та a , для яких граничне значення $p(\alpha, a, \eta)$ не перевищує фіксованого значення p .

Виражаємо подвійний інтеграл через повторний

$$F_1(p, \eta) = \int_{S_\alpha} f_1(\alpha) \left[\int_{a(\alpha, p, \eta)}^{a_1} f_2(a) da \right] d\alpha, \quad (16)$$

де S_α – множина можливих значень α , для яких за заданих p та η виконується умова $a_0 \leq a(\alpha, p, \eta) \leq a_1$, де a_0 – мінімальне, a_1 – максимальне значення параметра a включень.

Для макроелемента композитного матеріалу, що містить n включень, які не взаємодіють між собою, функція розподілу граничного навантаження визначається [10] за формулою, що ґрунтується на гіпотезі слабкої ланки:

$$F_n(p, \eta) = 1 - (1 - F_1(p, \eta))^n. \quad (17)$$

Вважатимемо усі можливі орієнтації включень однаково ймовірними (матеріал є макроізотропним). Якщо зважити на симетрію величини граничного навантаження p щодо кута орієнтації α , то можна розглядати розподіл α лише в інтервалі від нуля

до $\pi/2$. Тому диференційна функція розподілу ймовірностей орієнтації включень запишеться у вигляді рівномірного закону:

$$f_1(\alpha) = \frac{2}{\pi}, \quad 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}. \quad (18)$$

Нехай диференційна функція розподілу ймовірностей параметра включень a запишеться β -законом:

$$f_2(a) = \frac{r+1}{a_1 - a_0} \left(1 - \frac{a - a_0}{a_1 - a_0}\right)^r \quad (a_0 \leq a \leq a_1),$$

де a_0 – мінімальна; a_1 – максимальна величина параметра a ; r – характеристика однорідності матеріалу (чим більше r , тим більша ймовірність наявності малих включень). За будь-яких $r \geq 0$ цей закон відображає зменшення ймовірності зустрічі включень зі збільшенням їх розміру.

Інтегральна функція розподілу ймовірностей параметра a :

$$F_2(a) = 1 - \left(1 - \frac{a - a_0}{a_1 - a_0}\right)^{r+1} \quad (a_0 \leq a \leq a_1). \quad (19)$$

Використавши подання (16), (18), (19), запишемо функцію розподілу граничного навантаження для елемента з одним включенням:

$$F_1(p, \eta) = \frac{2}{\pi} \int_{S_\alpha} [1 - F_2(a(\alpha, p, \eta))]^{r+1} d\alpha, \quad (20)$$

де $a(\alpha, p, \eta)$ – параметр включення, що відповідає заданому граничному навантаженню p і визначається з формули (6).

Область інтегрування S_α відповідно до співвідношення головних напружень η має різний вигляд.

Мінімальне значення граничного навантаження (7) досягається за кута орієнтації $\alpha = \alpha_*$ (формула (8)) та максимального значення параметра $a = a_1$.

За двовісного розтягу максимальне значення p (9) реалізується за $\alpha = 0$ та мінімального значення параметра $a = a_0$.

За розтягу-стиску максимальне значення $p \rightarrow \infty$ отримаємо за $\alpha = \alpha_{**}$ (10) та $a = a_0$.

За $\alpha = \pi/2$ та $a = a_1$ граничне навантаження p визначається за (12).

За $\alpha = \alpha_*$ та $a = a_0$ граничне навантаження p матиме вигляд

$$p_3 = \frac{N(D + 2Mb/a_0)}{\sqrt{B^2 + C^2} (\eta - 1) + B(\eta + 1)}.$$

За співвідношення напружень η та значення параметра $a_0 \leq a \leq a_1$ кути α_i визначаються так: $\alpha_1^{(1)}, \alpha_1^{(2)}$ – значення виразу α_1 з (13) відповідно за $a = a_1$ та $a = a_0$. Тоді $\alpha_2^{(1)} = \pi/2 - \alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(2)} = \pi/2 - \alpha_1^{(2)}$.

Введемо позначення

$$F(\beta_1, \beta_2, p, \eta) = \frac{2}{\pi} \int_{\beta_1}^{\beta_2} [1 - F_2(a(\alpha, p, \eta))]^{r+1} d\alpha. \quad (21)$$

Тоді інтегральна функція розподілу ймовірностей для елемента з одним включенням у разі двовісного розтягу ($0 \leq \eta \leq 1$) матиме вигляд

$$F_1(p, \eta) = \begin{cases} F(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, p, \eta), & p_{min} \leq p \leq p_2 \quad (\eta \neq 0, \eta \neq 1) \\ F(\alpha_1^{(1)}, \pi/2, p, \eta), & p_2 \leq p \leq p_3 \quad (\eta \neq 0) \\ F(0, \alpha_1^{(2)}, p, \eta) + \alpha_2^{(2)} - \alpha_1^{(2)} + F(\alpha_2^{(2)}, \pi/2, p, \eta), & p_3 \leq p \leq p_{max} \quad (\eta \neq 1). \end{cases} \quad (22)$$

Для випадку розтягу-стиску ($-1 \leq \eta \leq 0$) отримаємо

$$F_1(p, \eta) = \begin{cases} F(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, p, \eta), & p_{min} \leq p \leq p_2 \quad (\eta \neq 0, \eta \neq -1) \\ F(\alpha_1^{(1)}, \pi/2, p, \eta), & p_2 \leq p \leq p_3 \quad (\eta \neq 0, \eta \neq -1) \\ F(\alpha_1^{(2)} - \alpha_{**}, \alpha_1^{(2)}, p, \eta) + \alpha_2^{(2)} - \alpha_1^{(2)} + F(\alpha_2^{(2)}, \pi/2, p, \eta), & p_3 \leq p < \infty. \end{cases} \quad (23)$$

За переважаючого стиску ($-\infty < \eta \leq -1$) матимемо

$$F_1(p, \eta) = \begin{cases} F(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, p, \eta), & p_{min} \leq p \leq p_3 \quad (\eta \neq -1) \\ F(\alpha_1^{(1)}, \pi/2, p, \eta), & p_3 \leq p \leq p_2 \quad (\eta \neq -1) \\ F(\alpha_1^{(2)} - \alpha_{**}, \alpha_1^{(2)}, p, \eta) + \alpha_2^{(2)} - \alpha_1^{(2)} + F(\alpha_2^{(2)}, \pi/2, p, \eta), & p_2 \leq p < \infty. \end{cases} \quad (24)$$

На основі функції розподілу $F_1(p, \eta)$ можна отримати ряд статистичних характеристик міцності. Розглянемо вираз (17) функції розподілу граничного навантаження $F_n(p, \eta)$. Її значення за фіксованого навантаження дорівнює [10] ймовірності зруйнування композита

$$P_f = 1 - (1 - F_1(p, \eta))^n. \quad (25)$$

Середнє значення граничного навантаження визначається [10] так:

$$\langle p \rangle = p_{min}(\eta) + \int_{p_{min}(\eta)}^{p_{max}(\eta)} [1 - F_1(p, \eta)]^n dp. \quad (26)$$

Проведемо заміну змінної $x = p/N$. Тоді вираз (21) перепишемо у вигляді

$$F(\beta_1, \beta_2, x, \eta) = \frac{2}{\pi} \int_{\beta_1}^{\beta_2} [1 - F_2(a(\alpha, x, \eta))]^{r+1} d\alpha . \quad (27)$$

Використовуючи аналітичні подання (22)–(24), (26)–(27), отримаємо вирази середніх значень безвимірного граничного навантаження:

– у випадку двовісного розтягу ($0 \leq \eta \leq 1$)

$$\begin{aligned} \frac{\langle p \rangle}{N} = \frac{p_{min}}{N} + \int_{\frac{p_{min}}{N}}^{\frac{p_2}{N}} [1 - F(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, x, \eta)]^n dx + \int_{\frac{p_2}{N}}^{\frac{p_3}{N}} [1 - F(\alpha_1^{(1)}, \pi/2, x, \eta)]^n dx + \\ + \int_{\frac{p_3}{N}}^{\frac{p_{max}}{N}} [1 - F(0, \alpha_1^{(2)}, x, \eta) - \alpha_2^{(2)} + \alpha_1^{(2)} - F(\alpha_2^{(2)}, \pi/2, x, \eta)]^n dx, \end{aligned} \quad (28)$$

– у випадку розтягу-стиску ($-1 \leq \eta \leq 0$)

$$\begin{aligned} \frac{\langle p \rangle}{N} = \frac{p_{min}}{N} + \int_{\frac{p_{min}}{N}}^{\frac{p_2}{N}} [1 - F(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, x, \eta)]^n dx + \int_{\frac{p_2}{N}}^{\frac{p_3}{N}} [1 - F(\alpha_1^{(1)}, \pi/2, x, \eta)]^n dx + \\ + \int_{\frac{p_3}{N}}^{\infty} [1 - F(\alpha_1^{(2)} - \alpha_{**}, \alpha_1^{(2)}, x, \eta) - \alpha_2^{(2)} + \alpha_1^{(2)} - F(\alpha_2^{(2)}, \pi/2, x, \eta)]^n dx , \end{aligned} \quad (29)$$

– у випадку переважаючого стиску ($-\infty < \eta \leq -1$)

$$\begin{aligned} \frac{\langle p \rangle}{N} = \frac{p_{min}}{N} + \int_{\frac{p_{min}}{N}}^{\frac{p_3}{N}} [1 - F(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, x, \eta)]^n dx + \int_{\frac{p_3}{N}}^{\frac{p_2}{N}} [1 - F(\alpha_1^{(1)}, \pi/2, x, \eta)]^n dx + \\ + \int_{\frac{p_2}{N}}^{\infty} [1 - F(\alpha_1^{(2)} - \alpha_{**}, \alpha_1^{(2)}, x, \eta) - \alpha_2^{(2)} + \alpha_1^{(2)} - F(\alpha_2^{(2)}, \pi/2, x, \eta)]^n dx . \end{aligned} \quad (30)$$

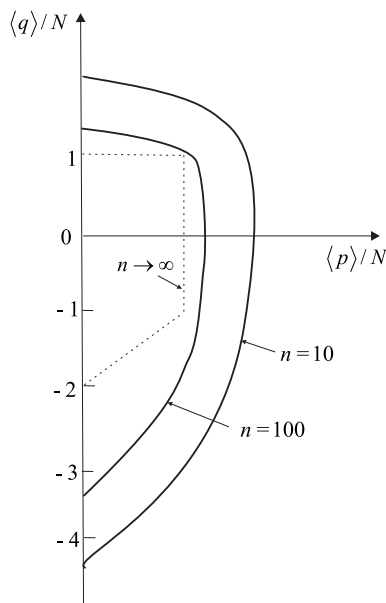


Рис. 4. Діаграми граничного стану

Середнє значення другої компоненти безвимірного навантаження знаходимо з умови

$$\frac{\langle q \rangle}{N} = \eta \frac{\langle p \rangle}{N} . \quad (31)$$

За виразами (28)–(31) побудовані діаграми граничного стану (рис. 4) відповідно до даних вказаного вище композиту із заданою дефектністю (n включень, $r = 3$). Для спрощення розрахунків вважатимемо, що $0 \leq a(\alpha, x, \eta) \leq a_1$. Відповідно до зроблених припущень діаграми є симетричними стосовно лінії $\langle p \rangle/N = \langle q \rangle/N$ ($\eta = 1$). Аналогічні діаграми граничного стану для стохастично дефектних ізотропних матеріалів отримані в [10].

Провівши аналіз побудованих діаграм, можна зробити висновки про вплив на міцність дослідженого об'єкта виду напруженого стану, кількості включень (розмірів) тощо. Зокрема бачимо, що міцність матеріалу знижується зі зростанням складності напруженого стану. Наприклад, за двовісного розтягу вона нижча, ніж за одновісного. Ця різниця

зменшується зі збільшенням кількості включень (що можна трактувати також як збільшення розмірів композиту). Одночасно зі збільшенням кількості n область допустимих (безпечних) навантажень зменшується, тобто зменшується міцність матеріалу.

За $n \rightarrow \infty$ матимемо, що $\langle p \rangle \rightarrow p_{min}$, $\langle q \rangle \rightarrow q_{min} = \eta p_{min}$, і статистичні діаграми граничного стану переходять у детерміністичну діаграму мінімальних граничних навантажень (штрихова лінія на рис. 4).

Література

- [1] Соколкин Ю.В., Макарова Е.Ю. Стохастические модели механики композитов в задачах проектирования элементов конструкций аэрокосмической техники // Мех. композит. матер. – 2002. – Т.38, №115. – С.591–606.
- [2] Бардушкин В.В. О вероятностно-статистическом подходе к определению локального напряженно-деформированного состояния однонаправленных композитов при разрушении // Матер., технол., инструм. – 2006. – Т.11, №3. – С.9–12.
- [3] Shang Yafang, Tang Chunan Numerical simulation on failure process in brittle and heterogeneous matrix filled with randomly distributed particles // J. Wuhan. Univ. Technol. Mater. Sci. Ed. – 2006. – V.21, №2. – P.150–153.
- [4] Колесников В.И., Бардушкин В.В., Сычев А.П., Яковлев В.Б. Стохастическая модель разрушения волокнистых композитов // Вестн. Юж. научн. центра. – 2006. – Т.2, №3. – С.3–7.
- [5] Hardiman N.I. Elliptic elastic inclusion in an infinite elastic plate // Quart. J. Mech. and Appl. Math. – 1954. – №2. – P.25–43.
- [6] Черепанов Г.П. Механика разрушения композиционных материалов. – М.: Наука, 1983. – 296 с.
- [7] Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 708 с.
- [8] Квіт Р.І. До визначення довготривалої міцності композитних матеріалів при складному напруженому стані // Тези допов. 5-ї наук. конф. проф.-викл. складу ІМФН. Львів: Вид-во Нац. ун-ту "Львівська політехніка", 2006. – С.42.
- [9] Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – К.: Наук. думка, 1988. – 736 с.
- [10] Витвицкий П.М., Попина С.Ю. Прочность и критерии хрупкого разрушения стохастически дефектных тел. – К.: Наук. думка, 1980. – 186 с.

STATISTICAL CHARACTERISTICS OF COMPOSITE MATERIALS STRENGTH UNDER COMPOUND STRESS STATE

R.I. Kvit

*National University "Lvivska Politechnika"
12 S. Bandera Str., 79013, Lviv, Ukraine*

In this paper approach of probability strength characteristics determination for stochastic defect materials to composite materials is generalized. The case of fracture initial in alien elastic inclusions with probabilistic distributions of geometric characteristics is considered. The diagrams of limiting state for composite materials with different number of inclusions are present.

Keywords: strength, composite material, inclusion, distribution.

2000 MSC: 82B31

УДК: 539.4