

Я.Ф. Андрусик, П.Д. ЧернякНаціональний університет “Львівська політехніка”,
кафедра механіки та автоматизації машинобудування

АНАЛІТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КОНСТРУКЦІЙНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ ПРИМІЩЕННЯ НА ТРАВМАТИЗМ НАТОВПУ, ЯКИЙ ПАНІКУЄ

© Андрусик Я.Ф., Черняк П.Д., 2011

Проведено аналітичне дослідження поведінки натовпу, який панікує, у разі втечі з приміщення. Результати чисельного моделювання дають можливість розробити практичні рекомендації на стадії проектування громадських приміщень, які дозволяють істотно зменшити кількість жертв тисняви, що виникає у результаті паніки.

Ключові слова: складні системи, панікуючий натовп, модель поведінки.

We done an analytical study of panicking crowds escape from the room. Results of numerical simulation to give a possibility to develop practical recommendations on the stage of designing public room that allow to significantly reduce a number victims of crowding that occurs as a result of panic.

Key words: complex systems, panicking crowd, behavior model.

Актуальність досліджень. У місцях скупчення великої кількості людей, коли виникає реальна або уявлювана небезпека для життя, поведінка їх самоорганізовується в некерований процес, який за своїм станом називається панікою. Колектив людей, охоплених панікою, стає натовпом, поведінка якого ґрунтується на почутті страху та інстинкті самозбереження.

У разі руху натовпу в стані паніки виникає тиснява. На деяких ділянках рухомого потоку може виникати великий тиск, який здатний призвести до смертельних наслідків або до важких травм. Травмуючим фактором для учасників паніки можуть бути різноманітні перешкоди, що заважають вільному переміщенню людей.

Забезпечення безпеки під час руху великої кількості людей, що перебувають в умовах обмеженого простору, є найважливішим завданням для організаторів масових заходів та архітекторів і будівельників під час проектування та будівництва громадських будівель та споруд.

Загроза життю людей у тисняві під час паніки спонукала до проведення математичного моделювання поведінки людської панічної маси, щоб виробити рекомендації, які дозволять запобігти трагедіям або зменшити кількість жертв.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Відомо багато різних підходів у побудові моделей поведінки великого скупчення людей. Так для прогнозування відносин у колективі або психологічного впливу на людське суспільство, сформульована та досліджується математична модель психології конформізму [1].

Під час дослідження напрямленого потоку людського натовпу, який панікує, використовуються математичні моделі, побудовані на основі механіки суцільного середовища (газодинаміки, гідродинаміки) [2, 3]. Проте вони придатні для опису потоків великої густини.

В умовах паніки, вплив «стадного інстинкту» на поведінку натовпу добре описується на основі моделей, в яких використовуються методи фізики складних систем [4, 5].

Формування мети дослідження. Мета роботи – аналітично дослідити поведінку натовпу, який панікує, під час втечі з приміщення. На основі результатів чисельного моделювання розробити практичні рекомендації для корегування архітектурних рішень у місцях масового перебування людей, які дозволяють зменшити травматизм натовпу, який панікує.

Постановка задачі та викладення основного матеріалу. Розглянемо прямокутне приміщення розмірами $L=25$ м, $h=10$ м. Двері шириною b розташовані так, як показано на рис. 1. Відповідно введемо для цього приміщення осі координат $ХОУ$. До початку паніки в приміщенні перебуває N людей, швидкості яких приймемо такими, що дорівнюють нулю. Розміщення всіх людей при $t=0$ і коли $N=88$ показано на рис.1 сірими кружками.

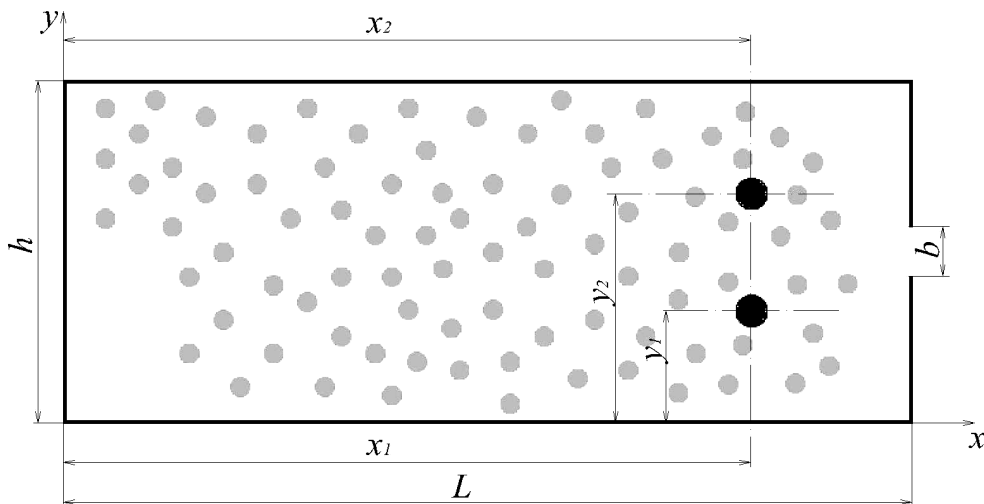


Рис. 1. Початкове розташування людей у приміщенні з колонами

Кожен з цих кружків зображає людину з певним номером та координатами, що відповідають координатам центра кружка. Згідно з [4–7] в цій моделі людей заміняємо вертикальними суцільними однорідними циліндрами діаметром $d = 0,6$ м, що рухаються поступально. Вплив конструкційних особливостей приміщення на поведінку натовпу, що панікує, проявлятиметься у вигляді двох однакових циліндричних колон K_1 і K_2 , радіусом R_k . На рис.1 вони зображені темними дисками. Розташування цих колон у приміщенні задається координатами центрів цих дисків: $\hat{E}_1(x_1, y_1), \hat{E}_2(y_2, y_2)$, рис.1. За результатами проведених досліджень, радіус колон доцільно вибрати таким: $R_k=0,5$ м.

У момент виникнення паніки (раптово загорілося електрообладнання) всі люди намагаються дістатися до виходу якомога швидше. Охоплений панікою натовп втрачає ознаки цивілізованого колективу і його поведінка в такому стані може бути описана законами механіки складних систем [4,5]. Припустимо, що всі люди мають однакову масу $m=80$ кг. Виберемо людину під номером « i », для якої запишемо основне рівняння динаміки у вигляді

$$m \frac{\Delta \dot{V}[i]}{\Delta t} = \mathbf{F}_{zm}[i] + \mathbf{F}_r[i] + \mathbf{F}_{vdst}[i] + \mathbf{F}_{pr}[i] + \mathbf{F}_{prst}[i] + \mathbf{F}_{tr}[i] + \mathbf{F}_{trr}[i] + \mathbf{F}_{op}[i] + \mathbf{F}_{K_1}[i] + \mathbf{F}_{K_2}[i], \quad (i = \overline{1, N}). \quad (1)$$

Очевидно кількість таких рівнянь відповідає кількості учасників паніки. Проаналізуємо записану систему рівнянь (1).

У цій системі:

$\Delta \dot{V}[i]$ – зміна швидкості i -ї людини за проміжок часу Δt в результаті дії сил, що перебувають в правій частині рівнянь.

$\mathbf{F}_{zm}^i[i]$ – це тяглова (рушійна) сила, яка виникає від взаємодії i -ї людини з поверхнею землі. Вона спрямована до виходу, в бік найближчих дверей.

Згідно з рекомендаціями [4], запишемо її у вигляді такого співвідношення:

$$\mathbf{F}_{zm}^i[i] = m \frac{\mathbf{V}_0^i[i] - \mathbf{V}^i[i]}{t}, \quad (2)$$

де $\mathbf{V}^i[i]$ – швидкість i -ї людини; $\mathbf{V}_0^i[i]$ – швидкість, з якою людина прагне покинути приміщення. Вона може слугувати мірою паніки в натовпі і завжди спрямованою до дверей або в бік проходу між перешкодами (у нашому випадку між колонами). Прийmemo, що модуль цієї швидкості для всіх людей однаковий $|\mathbf{V}_0^i[i]| = u_0, i = (1, N)$; t – коефіцієнт пропорційності, що має розмірність часу, прийmemo $t = 0,45c$.

Розглянемо наступний доданок правої частини рівнянь (1). Досвід показує, що в умовах паніки людина намагається не наблизитися впритул одна до одної, до стін приміщення, колон та інших перешкод. Це небажання рівноцінне появі своєрідної «психологічної сили відштовхування». Згідно з [4], запишемо вираз для її обчислення, коли вона діє на i -ту людину з боку j -ї людини:

$$\mathbf{F}^i[i, j] = A \frac{\mathbf{r}^i[i, j]}{r^i[i, j]} e^{-\frac{r^i[i, j] - d}{B}}, \quad (3)$$

де A, B – постійні величини, що дорівнює відповідно 400 Н і 0,085 м; $\mathbf{r}^i[i, j]$ – радіус-вектор між i -ю та j -ю людьми, який через радіус-вектори взаємодіючих людей визначається так:

$$\mathbf{r}^i[i, j] = \mathbf{r}^i[i] - \mathbf{r}^i[j], \quad (4)$$

$r^i[i, j]$ – модуль вектора $\mathbf{r}^i[i, j]$.

Маючи вирази для знаходження сили $\mathbf{F}^i[i, j]$ знаходимо рівнодійну «психологічних сил відштовхування», що діють на i -ту людину з боку всіх інших:

$$\mathbf{F}_r^i[i] = \sum_{j=1(i \neq j)}^{N^*} \mathbf{F}^i[i, j], \quad (5)$$

де N^* – кількість людей, які вносять свій вплив на i -ту людину у вигляді сили (3).

Аналогічно знаходимо сили відштовхування від стінок. Різниця полягає тільки в тому, що замість $r^i[i, j]$ знаходиться найкоротша відстань від i -ї людини до найближчої стінки. У рівняннях (1) ці сили позначаються $\mathbf{F}_{vdst}^i[i]$.

Оскільки в поставленій задачі автори внесли архітектурні доповнення для приміщення, в якому перебуває натовп, що панікує, тому виникає необхідність детальнішого аналізу визначення «психологічних сил відштовхування», що діють на i -ту людину з боку колон K_1 і K_2 . У співвідношеннях (1) ці сили подані у вигляді доданків $\mathbf{F}_{K_1}^i[i]$ і $\mathbf{F}_{K_2}^i[i]$. Розрахункова схема з визначення сил відштовхування від колон показана на рис. 2.

Для їх підрахунку запишемо вирази з визначення відстаней від центра i -ї людини до центра колон K_1 і K_2 . Враховуючи координати i -ї людини $M_i(X[i], Y[i])$, отримаємо

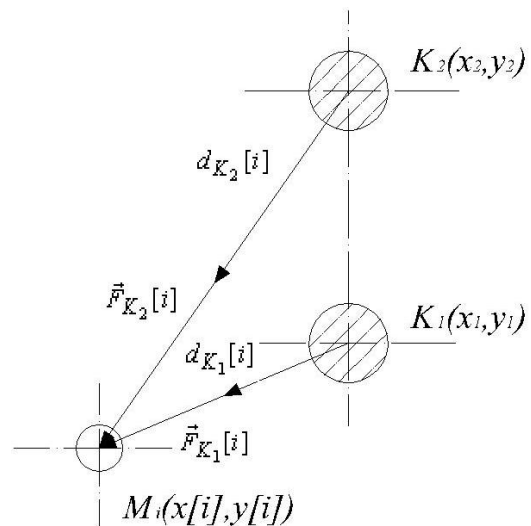


Рис. 2. Психологічна сила відштовхування між i людиною та колонами

$$d_{K1}[i] = \sqrt{(x[i] - x_1)^2 + (y[i] - y_1)^2},$$

$$d_{K2}[i] = \sqrt{(x[i] - x_2)^2 + (y[i] - y_2)^2}. \quad (6)$$

У цій моделі враховано, що відштовхувальна сила виникає з боку тих колон, які потрапляють в поле зору i -ї людини. Враховуючи можливість поглядати по сторонах, в поле зору i -ї людини попадають ті колони, які лежать по один бік від прямої, що проходить через центр i -ї людини перпендикулярно до лінії, проведеної через середину дверей виходу і середину людини. Математично ця умова разом з виразами для визначення проєкцій сил відштовхування від колон на координатні осі записується так:

Для колони K_1 :

$$\text{Якщо } \left\{ \begin{array}{l} y[i] < \frac{h}{2} \quad i \quad y_1 - y[i] \geq \frac{L - x[i]}{y[i] - h/2} (x_1 - x[i]) \end{array} \right\} \text{ або}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y[i] > \frac{h}{2} \quad i \quad y_1 - y[i] \leq \frac{L - x[i]}{y[i] - h/2} (x_1 - x[i]) \end{array} \right\} \text{ або}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y[i] = \frac{h}{2} \quad i \quad x_1 \geq x[i] \end{array} \right\}$$

тоді

$$F_{K1X}[i] = A \frac{x[i] - x_1}{d_{K1}[i]} e^{-\frac{d_{K1}[i] - R_K - d/2}{B}},$$

$$F_{K1Y}[i] = A \frac{y[i] - y_1}{d_{K1}[i]} e^{-\frac{d_{K1}[i] - R_K - d/2}{B}}. \quad (7)$$

Для колони K_2 :

$$\text{Якщо } \left\{ \begin{array}{l} y[i] < \frac{h}{2} \quad i \quad y_2 - y[i] \geq \frac{L - x[i]}{y[i] - h/2} (x_2 - x[i]) \end{array} \right\} \text{ або}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y[i] > \frac{h}{2} \quad i \quad y_2 - y[i] \leq \frac{L - x[i]}{y[i] - h/2} (x_2 - x[i]) \end{array} \right\} \text{ або}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y[i] = \frac{h}{2} \quad i \quad x_2 \geq x[i] \end{array} \right\} \text{ тоді}$$

$$F_{K2X}[i] = A \frac{x[i] - x_2}{d_{K2}[i]} e^{-\frac{d_{K2}[i] - R_K - d/2}{B}},$$

$$F_{K2Y}[i] = A \frac{y[i] - y_2}{d_{K2}[i]} e^{-\frac{d_{K2}[i] - R_K - d/2}{B}}. \quad (8)$$

Під час паніки, у результаті виникнення тисняви, виникають безпосередні зіткнення людей між собою, перешкодами, стінами, дверною коробкою, колонами. Тому виникають відповідні сили пружної взаємодії та тертя. Оскільки люди змодельовані у вигляді круглих циліндрів діаметром D , тому їх механічний контакт відбувається тоді, коли відстані між осями стають меншими за цей діаметр. Сили пружної взаємодії подамо у вигляді, аналогічному закону Гука, тому така сила, що діє на i -ту людину з боку j -ї людини записується за формулою:

$$\mathbf{F}_{pr}[i, j] = k \frac{\mathbf{r}[i, j]}{r[i, j]} (d - r[i, j]), \quad (9)$$

де k – коефіцієнт, пропорційний жорсткості людини в поперечному напрямку. У цій моделі $k=50000$ Н/м.

Якщо знайти векторну суму всіх сил пружної взаємодії, що діють на i -ту людину з боку всіх решти людей, котрі з нею контактують, то отримаємо рівнодійну цих сил $\mathbf{F}_{pr}^i[i]$:

$$\mathbf{F}_{pr}^i[i] = \sum_{j=1}^{N^{**}} \mathbf{F}_{pr}^i[i, j], \quad (10)$$

де N^{**} – кількість людей, які зіштовхнулися з i -ю людиною.

Аналогічно до формули (9) визначається сила пружної взаємодії i -ї людини $\mathbf{F}_{prst}^i[i, j]$ зі стінами, кутами дверей виходу або колонами.

Оскільки пружна взаємодія з колонами вносить деяку специфіку, то розглянемо детальніше аналіз і отримання визначальних співвідношень для такого контакту. Розрахункова схема контактної взаємодії i -ї людини з поверхнею колони K_1 показана на рис. 3.

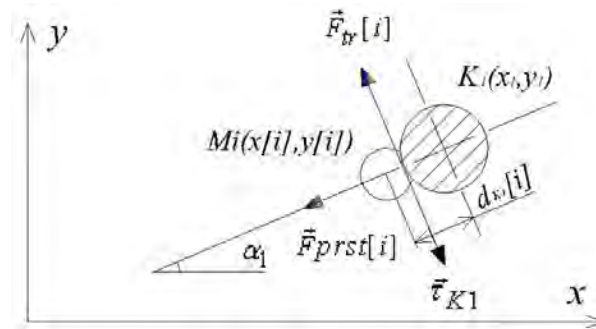


Рис. 3. Схема контактної взаємодії i -ї людини з колоною K_1

На основі рис. 3 запишемо аналітичні вирази для визначення проекцій сили пружної взаємодії з колоною K_1 на координатні осі:

Якщо $(d_{K1}[i] - R_K - d/2 < 0)$ тоді

$$\begin{aligned} F_{xprst}^i[i] &= k(R_K + d/2 - d_{K1}[i]) \frac{x[i] - x_1}{d_{K1}[i]}, \\ F_{yprst}^i[i] &= k(R_K + d/2 - d_{K1}[i]) \frac{y[i] - y_1}{d_{K1}[i]}. \end{aligned} \quad (11)$$

Аналогічно для колони K_2 , маємо

Якщо $(d_{K2}[i] - R_K - d/2 < 0)$ тоді

$$\begin{aligned} F_{xprst}^i[i] &= k(R_K + d/2 - d_{K2}[i]) \frac{x[i] - x_2}{d_{K2}[i]}, \\ F_{yprst}^i[i] &= k(R_K + d/2 - d_{K2}[i]) \frac{y[i] - y_2}{d_{K2}[i]}. \end{aligned} \quad (12)$$

Визначимо силу тертя, що діє на i -ту людину під час її ковзання по j -й людині, стіні, колоні або по іншій перешкоді. Ця сила залежить від величини деформацій Δ у разі зіткнення та відносної швидкості ковзання $\dot{V}_{rt}^i[i]$ і визначається за формулою:

$$\mathbf{F}_{tr}^i[i] = -m \dot{V}_{rt}^i[i] \Delta, \quad (13)$$

де m – коефіцієнт тертя, для цієї моделі $m = 55000$ кг/м с.

Використовуючи (13), визначимо силу тертя ковзання людини у разі контакту з колонами. Для цього спочатку запишемо вирази для знаходження одиничних векторів \mathbf{t}_{K_1} і \mathbf{t}_{K_2} , які лежать в площині контакту людини з колонами K_1 і K_2 (рис. 3).

Отже, для колони K_1 , маємо

$$\mathbf{t}_{K_1} = \frac{y_1 - y[i]}{d_{K_1}[i]} \mathbf{i} + \frac{x[i] - x_1}{d_{K_1}[i]} \mathbf{j}. \quad (14)$$

Аналогічно для колони K_2 :

$$\mathbf{t}_{K_2} = \frac{y_2 - y[i]}{d_{K_2}[i]} \mathbf{i} + \frac{x[i] - x_2}{d_{K_2}[i]} \mathbf{j}. \quad (15)$$

Проекція швидкості ковзання i -ї людини на осі, які задаються одиничними векторами \mathbf{t}_{K_1} і \mathbf{t}_{K_2} будуть:

$$\begin{aligned} V_{t_{K_1}}[i] &= \mathbf{V}[i] \cdot \mathbf{t}_{K_1} = \frac{y_1 - y[i]}{d_{K_1}[i]} V_x[i] + \frac{x[i] - x_1}{d_{K_1}[i]} V_y[i], \\ V_{t_{K_2}}[i] &= \mathbf{V}[i] \cdot \mathbf{t}_{K_2} = \frac{y_2 - y[i]}{d_{K_2}[i]} V_x[i] + \frac{x[i] - x_2}{d_{K_2}[i]} V_y[i]. \end{aligned} \quad (16)$$

На основі (13), (16) запишемо співвідношення з визначення сил тертя у разі контактної взаємодії i -ї людини з поверхнею відповідної колони:

Для колони K_1 , маємо

$$\begin{aligned} F_{xtr}[i] &= -m(R_K + d/2 - d_{K_1}[i]) \frac{y_1 - y[i]}{d_{K_1}[i]} V_{t_{K_1}}[i], \\ F_{ytr}[i] &= -m(R_K + d/2 - d_{K_1}[i]) \frac{x[i] - x_1}{d_{K_1}[i]} V_{t_{K_1}}[i]. \end{aligned} \quad (17)$$

Аналогічно для колони K_2 :

$$\begin{aligned} F_{xtr}[i] &= -m(R_K + d/2 - d_{K_2}[i]) \frac{y_2 - y[i]}{d_{K_2}[i]} V_{t_{K_2}}[i], \\ F_{ytr}[i] &= -m(R_K + d/2 - d_{K_2}[i]) \frac{x[i] - x_2}{d_{K_2}[i]} V_{t_{K_2}}[i]. \end{aligned} \quad (18)$$

Для визначення головного вектора сил тертя $\mathbf{F}_{trr}[i]$, що діють на i -ту людину з боку всіх людей, котрі з нею взаємодіють, необхідно знайти векторну суму сил (13), тої кількості людей, що ковзають по конкретній людині, тобто,

$$\mathbf{F}_{trr}[i] = \sum_{j=1}^{N^{**}} \mathbf{F}_{tr}[i, j], \quad (19)$$

Якщо i -та людина одночасно зіштовхується з декількома людьми, колонами, стінками або з іншими перешкодами, то для неї потрібно підрахувати арифметичну суму радіально напрямлених сил фізичної взаємодії. У цій моделі сумарна сила стиску i -ї людини знаходиться за формулою:

$$Pst[i] = \left| \mathbf{F}_{xprst}[i] \right| + \left| \mathbf{F}_{yprst}[i] \right| + \left| \mathbf{F}_{pr}[i] \right|, \quad (20)$$

Граничне значення цієї сили приймають $W=2500\text{H}$.

У випадку, коли $Pst[i] \geq W$, людина стає жертвою паніки, тобто втрачає здатність самостійно рухатись, але вона може отримувати фізичний вплив з боку інших людей. У моделі передбачено, що в такому стані на людину діє сила опору $\mathbf{F}_{op}[i]$, яка залежить від її швидкості і визначається за формулою:

$$\mathbf{F}_{op}[i] = -300\mathbf{V}[i], \quad (21)$$

Використовуючи формули з визначення всіх сил, що діють на людей в натовпі, рівняння (1) записується в проєкціях на осі координат. Закон руху натовпу, який панікує, отримується чисельним розв'язанням отриманої системи рівнянь. Для цього використовується кінцево-різницева схема Ейлера:

$$\begin{aligned} V_x[i] &:= V_x[i] + \Delta V_x[i], \\ V_y[i] &:= V_y[i] + \Delta V_y[i], \\ x[i] &:= x[i] + V_x[i]\Delta t, \\ y[i] &:= y[i] + V_y[i]\Delta t. \end{aligned} \quad (22)$$

де ліворуч всі величини беремо в момент часу $t + \Delta t$, а праворуч – в момент часу t .

Аналіз отриманих результатів. Результати моделювання поведінки панічного натовпу були перетворені в анімаційну картину його руху. Дослідження проводились для різних значень міри паніки (швидкості u_0), ширини вихідних дверей b , а також з колонами певного радіуса i відповідними координатами та без колон.

Розподіл людей у приміщенні в початковий момент часу, показано на рис. 1. Деякі фрагменти стану натовпу для різних моментів часу показано на рис. 4, 5 (окремі диски є темними, оскільки відображається їхній стиск у конкретний проміжок часу).

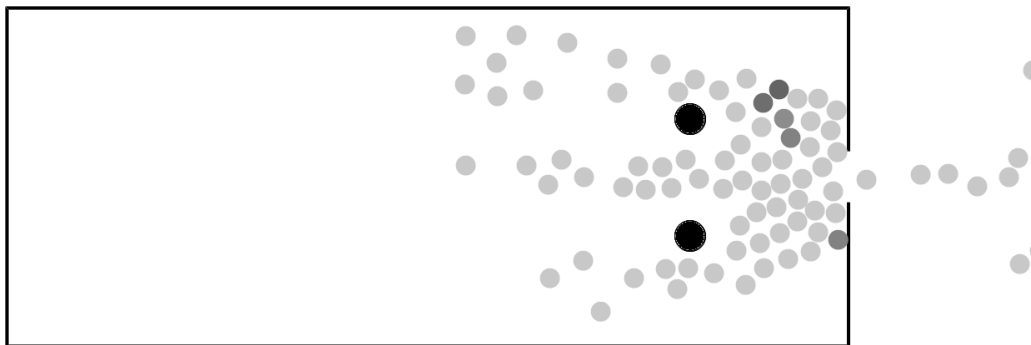


Рис. 4. Результат розподілу людей в приміщенні через 10с після початку паніки
 $u_0 = 1,7 \text{ м/с}$, $b = 1,5 \text{ м}$, $R_K = 0,5$, $x_1 = l - 3,1b$; $y_1 = 0,32h$; $x_2 = l - 3,1b$; $y_2 = 0,68h$;

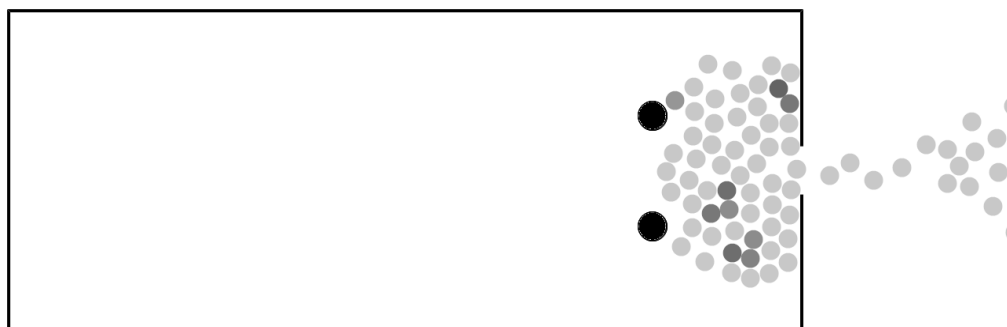


Рис. 5. Результат розподілу людей в приміщенні через 20с після початку паніки
 $u_0 = 1,5 \text{ м/с}$, $b = 1,3 \text{ м}$, $R_K = 0,5$, $x_1 = l - 3,5b$; $y_1 = 0,32h$; $x_2 = l - 3,5b$; $y_2 = 0,68h$;

Результати проведених аналітичних досліджень показують, що запропонована математична модель дає змогу адекватно прогнозувати поведінку натовпу, який панікує. На основі даних чисельного моделювання показано, що коригування конструкційних особливостей приміщення у вигляді колон, дозволяє значно зменшити травматизм (жертви) у тисняві під час паніки. Так, у приміщенні без колон, коли $u_0 = 1,5 \text{ м/с}$ і $b = 1,5 \text{ м}$, кількість жертв паніки становить дві. Коли

встановлюють колони, то жертв немає. У випадку, коли $u_0 = 1,7$ м/с і $b = 1,5$ м, у приміщенні без колон кількість жертв – чотири, а з колонами – одна. Відповідно, коли $u_0 = 1,5$ м/с і $b = 1,3$ м, у приміщенні без колон кількість жертв – троє, а з колонами – одна.

Висновки. Сформульована математична модель поведінки натовпу, який панікує, адекватно описує його стан під час втечі з приміщення. На основі проведених аналітичних досліджень показано можливість впливу архітектурного коригування приміщень масового перебування людей на травматизм натовпу, який панікує. На основі числових розрахунків вироблено конкретні рекомендації, які дозволяють значно зменшити кількість жертв у тисняві під час паніки.

1. Краснощеков П.С. Простейшая математическая модель поведения. Психология конформизма // Математическое моделирование. – 1998. – 10. – №7. – С. 76–92. 2. Степанцов М.Е. Математическая модель направленного движения группы людей // Математическое моделирование. – 2000. – 16, № 3. – С. 43–49. 3. Kirik E., Yurgel'yan T., Krouglov D. An intelligent floor field cellular automation model for pedestrian dynamics // Proceeding of The Summer Computer Simulation Conference, 2007, The Mission Valley Marriott San Diego, California, 2007. – P. 1031–1036. 4. Helbing D., Farkas J., Vicsek T. Simulating dynamical features of escape panic // Nature. – 2000. – № 407. – P. 487–490. 5. Helbing D., Molnar P., Farkas J., Bolay K.. Self-organizing pedestrian movement // Environment and Planning B: Planning and Design. – 2001. – 28. – P. 361–383. 6. Щербак Г.В. Дослідження поведінки натовпу в умовах паніки чисельними методами // Проблеми екстремальної та кризової психології: Зб. наук пр. УЦЗ України. – Харків: УЦЗУ, 2008. – Вип. 4. – С. 236–241. 7. Щербак Г.В., Маляров М.В. Математична модель панічного натовпу // Проблеми екстремальної та кризової психології: Зб. наук. Пр. УЦЗ України. – Харків: УЦЗУ, 2009.– Вип. 9. – С. 176–182.