ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
"ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"
"Фізико-математичні науки"
Вип.696 № 696, (2011) с. 101–106

JOURNAL OF NATIONAL UNIVERSITY
"LVIVSKA POLITECHNIKA"
"Physical & mathematical sciences"
Vol.696 No 696, (2011) 101–106

СТІЙКІСТЬ І ЗБІЖНІСТЬ ДО ВСТАНОВЛЕНИХ РЕЖИМІВ ДИСКРЕТИЗОВАНИХ СИГНАЛІВ KWTA-НЕЙРОННОЇ СХЕМИ

П.В. Тимощук

Національний університет "Львівська політехніка"
вул. С. Бандери 12, 79013, Львів, Україна

(Отримано 14 жовтня 2010 р.)

Досліджуються стійкість і збіжність до встановлених режимів вихідних сигналів нейронної схеми типу "K-winners-take-all" (KWTA), призначеної для ідентифікації K максимальних серед N невідомих дискретизованих сигналів, де $1 \leq K < N$. Аналіз стійкості і збіжності виконується на основі прямого методу Ляпунова з використанням числового ряду. Розглядається функціонування схеми за незначних збурень її параметрів. Наведено результати комп'ютерного моделювання функціонування схеми.

Ключові слова: стійкість, збіжність, встановлений режим, нейронна схема,ідентифікація, дискретизований сигнал, прямий метод Ляпунова, числовий ряд, збурення.

2000 MSC: 62M45

УДК: 004.032.026

Вступ

Нейронні мережі типу "K-winners-take-all" (KWTA-мережі), як відомо, здійснюють вибір K серед N елементів, де $1 \leq K < N$, з більшими значеннями активаційних функцій, ніж у решти $N - K$ елементів. Коли K дорівнює одиниці, KWTA-мережа є мережею типу "Winner-takes-all" (WTA-мережею), яка може розрізняти нейрон з максимальною активацією [4, 7, 8]. Вибір K найбільших елементів з множини даних N дійсних чисел є ключовою задачею мереж прийняття рішень, розпізнавання образів, пов'язаних пам'ятей і конкуруючого навчання [9, 10]. Задачі такого типу природно трапляються під час розв'язання задач класифікації і застосовуються для розроблення класифікаційних нейронних мереж, для розв'язання задач сортування, розпізнавання і класифікації зразків [3]. KWTA-мережі застосовуються в телекомунікаціях, особливо для керування пакетними перемикачами даних [1]. KWTA-механізми мають важливі застосування у машинному навчанні, зокрема, під час розв'язання задач класифікації k найближчих об'єктів, кластеризації k значень тощо [2, 5].

Мета цієї праці – дослідження на основі методу Ляпунова стійкості і збіжності сигналів KWTA-нейронної схеми, призначеної для оброблення дискретизованих сигналів, до встановлених режимів; визначення умов, за яких схема є стабільною і її сигнали збігаються до встановлених станів; доведення, що така збіжність досягається за скінченну кількість ітерацій, визначення кількості ітерацій.

I. Математична модель KWTA-нейронної схеми

Нехай задано N дійсних чисел від a_1 до a_N, $N > 1$, тобто $a_1, a_2, ..., a_N$, як миттєвих значень невідомих вхідних сигналів і необхідно вибрати K найбільших з них, де $1 \leq K < N$ – ненегативне ціле. Приймемо, що задані числа розподілені у відомому діапазоні $a \in (A_{\min}, A_{\max})$. Приймемо, що ці числа не рівні між собою (відрізняються між собою за значеннями) і впорядковані у спадаючому за величиною порядку так, що задовольняються нерівності

$$a_1 > a_2 > \cdots > a_N, \qquad (1)$$

де індекси $1, 2, \cdots, N$ у загальному випадку можуть відрізнятись від оригінальних номерів входів, означаючи, що компоненти вектора $a = [a_1, \cdots, a_N]$ – впорядковані. Отримаємо математичну модель нейронної схеми, яка обробляє вхідний вектор дискретизованих сигналів a так, що після скінченної кількості ітерацій отримуються вихідні сигнали схеми $b = [b_1, \cdots, b_N]$, які задовольняють нерівності

$$\begin{aligned} &b_i > 0, i \in 1, 2, \cdots, K; \\ &b_j < 0, j \in K+1, K+2, \cdots, N. \end{aligned} \qquad (2)$$

Нерівності (2) виражають KWTA-властивість, тобто, що саме вихідні сигнали від b_1 до b_K "виграють"конкуренцію"і той факт, що тільки вони є позитивними компонентами вектора b, свідчить про те, що вхідні сигнали від a_1 до a_K є K найбільшими компонентами вектора a.

Попередньо обробимо заданий вектор a вхідних сигналів, віднявши від усіх його компонентів значення $A_{\min}$ і отримаємо додаткові сигнали

$$c_1 > c_2 > \cdots > c_N, \tag{3}$$

де $c_n = a_n - A_{\min}$, $n = 1, 2, ..., N$. Неважко побачити, що сигнали (3) перебувають у діапазоні $(0, A)$, де $A = A_{\max} - A_{\min}>0$, тобто $c \in (0, A)$, де $c = [c_1, c_2, ..., c_N]$. Оскільки вхідні сигнали (1) не рівні між собою і розподілені у відомому діапазоні, тому сигнали (3) також різні і обмежені в діапазоні $(0, A)$. Отже, для будь-яких $1 \leq K < N$ існують такі значення $x \in \Re$, які задовольняють нерівності

$$\begin{aligned} & c_i > x, i \in 1, 2, \cdots, K; \\ & c_j < x, j \in K+1, K+2, \cdots, N. \end{aligned} \tag{4}$$

Віднявши x від (4), одержимо

$$\begin{aligned} & c_i - x > 0, i \in 1, 2, \cdots, K; \\ & c_j - x < 0, j \in K+1, K+2, \cdots, N. \end{aligned} \tag{5}$$

Як видно з (5), сигнали $c_n - x$, де $n = 1, 2, ..., N$, мають KWTA-властивість. Тому такі сигнали можна використати, як вихідні сигнали моделі KWTA-нейронної схеми, тобто можна записати рівності

$$\begin{aligned} & b_i = c_i - x, i \in 1, 2, \cdots, K; \\ & b_j = c_j - x, j \in K+1, K+2, \cdots, N. \end{aligned} \tag{6}$$

Для моделі KWTA-нейронної схеми необхідна процедура знаходження значення скалярного динамічного зсуву вхідних сигналів x, який задовольняє нерівності (4). Використаємо для цього вимогу, що такий зсув у встановленому режимі повинен перебувати у діапазоні $(0, A)$. Спроектуємо траєкторію дискретного часу $x^{(k)}$, де $k = 1, 2, ..., m$ – кількість ітерацій до досягнення встановленого режиму, яка може перетнути весь діапазон $(0, A)$. Нехай така траєкторія буде розв'язком відповідного різницевого рівняння $x^{(k+1)} = \varphi(x^{(k)})$ з початковою умовою $x^{(1)}$, де $\varphi(x^{(k)})$ – певна функція, яку потрібно визначити. Припустимо, що у деякий момент дискретного часу $t^{(m)}$ змінна $x^{(k)}$ приймає у встановленому режимі значення $x^{(k)} = x^{(m)}$, яке задовольняє нерівність (4). Для припинення обчислювального процесу у момент $t^{(m)}$ визначимо таку умову, яка керує кількістю переможців і переможених у кожній дискретній часовій точці протягом обчислювального процесу:

$$R(x^{(k)}) = 2K - N - \sum_{n=1}^{N} sgn(b_n^{(k)}), \tag{7}$$

де $R(x^{(k)})$ – k-те дискретне значення нев'язки, $b_n^{(k)} = c_n - x^{(k)}$ – значення n-го вихідного сигналу моделі на k-й ітерації,

$$sgn(b_n^{(k)}) = \begin{cases} 1, & if \quad b_n^{(k)} > 0; \\ 0, & if \quad b_n^{(k)} = 0; \\ -1, & if \quad b_n^{(k)} < 0 \end{cases} \tag{8}$$

– сигнум (жорсткообмежувальна) функція, $\sum_{n=1}^{N} sgn(b_n^{(k)})$ – різниця між дійсними кількостями переможців і переможених. Сигнум-функція виконує порівняння між k-м дискретним значенням n-го вихідного сигналу $b_n^{(k)}$і нулем. Якщо $b_n^{(k)} > 0$, тоді n-на сигнум-функція забезпечує вихідний сигнал $sgn\left(b_n^{(k)}\right) = 1$, якщо $b_n^{(k)} = 0$, тоді вихідний сигнал n-ї сигнум-функції $sgn\left(b_n^{(k)}\right) = 0$, інакше $sgn\left(b_n^{(k)}\right) = -1$.

Визначатимемо динамічний зсув $x^{(k)}$ за допомогою такого рекурсивного алгоритму:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - A\Delta x^{(k)}, \tag{9}$$

де $\Delta x^{(k)} = sgn(R(x^{(k)}))\alpha^k$, α – параметр, який гарантує збіжність алгоритму до KWTA-розв'язку; $0 \leq x^{(1)} \leq A$ – початкова умова; m – число ітерацій до досягнення збіжності пошуковим процесом встановленого режиму.

II. Стійкість і збіжність вихідних сигналів схеми

Визначимо певну множину Ω, як

$$\Omega := \{x^{(k)} : R\left(x^{(k)}\right) = 0\}. \tag{10}$$

Права частина рівняння (9) є постійною для кожного Ω. Розв'язок рівняння (9) у встановленому режимі є скаляром $x^{(m)} \in \Re$ таким, що $x^{(m)} \in \Omega$. Розглянемо модуль зміни зсуву $|\Delta x^{(k)}| = \left|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right|$. Сформулюємо лему.

Лема 1. *Функція $|\Delta x^{(k)}|$, де $k = 1, 2, ..., m$, є монотонно спадною функцією дискретного часу для кожного $0 < \alpha < 1$.*

□ *Доведення.* Використовуючи різницеве рівняння (9) і умову $0 < \alpha < 1$, зміна $|\Delta x^{(k+1)}|$-$|\Delta x^{(k)}|$ може бути виражена, як $|\Delta x^{(k+1)}|$-$|\Delta x^{(k)}|$= $|\alpha^{k+1} sgn(R(x^{(k+1)}))|$-$|\alpha^k sgn(R(x^{(k)}))|$=$\alpha^k(\alpha|sgn(R(x^{(k+1)}))|$-$|sgn(R(x^{(k)}))|)$. Згідно з (9) змінна $sgn(R(x^{(k)}))$ може набувати для кожного $k = 1, 2, ..., m$ одне з таких трьох можливих значень: 1,0 або -1. Якщо $sgn(R(x^{(k)})) = \pm 1$, тоді змінна $sgn(R(x^{(k+1)}))$ може отримувати значення 1, 0 or -1. У цьому випадку зміна $|\Delta x^{(k)}|$=$|\Delta x^{(k+1)}|$-$|\Delta x^{(k)}|\leq 0$, оскільки $\alpha|sgn(R(x^{(k+1)}))|\leq|sgn(R(x^{(k)}))|)$ для кожного $0 < \alpha < 1$.

У випадку, коли $sgn(R(x^{(k)})) = 0$, значення $sgn(R(x^{(k+1)}))$ може дорівнювати тільки нулю. Тому у цьому випадку (9) набуває форми $x^{(k+1)} = x^{(k)}$, оскільки, як випливає з (7) $R(x^{(k+1)}) = R(x^{(k)}) = 0$ для кожного $k \geq m$. Отже, у випадку, коли $sgn(R(x^{(k)})) = 0$, зміна $|\Delta x^{(k)}|$ дорівнює нулю. Однак, це означає, що зміна $|\Delta x^{(k)}|$, де $k = 1, 2, ..., m$, є монотонно спадною функцією дискретного часу для кожного $0 < \alpha < 1$. ■

Доведемо стабільність моделі (9) у сенсі Ляпунова. Для цього сформулюємо наступну лему.

Лема 2. *Розв'язки різницевого рівняння* (9) *за умови* $0 < \alpha < 1$ *є стабільним у сенсі Ляпунова і збігаються до скінченних значень.*

□ *Доведення.* Виконаємо аналіз стабільності динамічної частини різницевого рівняння (9), використовуючи прямий метод Ляпунова [6]. Для цієї частини (9) функцію Ляпунова можна подати у вигляді:

$$W\left(x^{(k)}\right) = \left|\Delta x^{(k)}\right|. \quad (11)$$

Оскільки функція (11) змінюється з $W\left(x^{(k)}\right)$ до $W\left(x^{(k+1)}\right)$, тому результуюча зміна функції (11) може бути виражена, як

$$\Delta W(x^{(k)}) = W(x^{(k+1)}) - W(x^{(k)}) = \left|\Delta x^{(k+1)}\right| - \left|\Delta x^{(k)}\right|. \quad (12)$$

Згідно з лемою 1, змінна $|\Delta x^{(k)}|$, $k = 1, 2, ..., m$ є монотонно спадною функцією дискретного часу для кожного $0 < \alpha < 1$. Тому задовольняється нерівність $\left|\Delta x^{(k+1)}\right| \le \left|\Delta x^{(k)}\right|$ для кожного $0 < \alpha < 1$. Інакше кажучи, зміна $\left|\Delta x^{(k+1)}\right| - \left|\Delta x^{(k)}\right|$ є негативною напіввизначеною для кожного $0 < \alpha < 1$. Тому функція (11) є монотонною не зростаючою вздовж кожної непостійної траєкторії дискретного часу $x^{(k)}$, $k = 1, 2, \ldots, m$. Ця функція є обмеженою знизу, випуклою і має нульовий мінімум. Отже, функція (11) збігається до границі $W(x^{(k)}) = 0$ і її зміна $\Delta W(x^{(k)})$ збігається до нуля. Зміна $\Delta W(x^{(k)})$ є строго меншою від нуля за винятком встановленого режиму, де вона починає дорівнювати нулю. Цей факт гарантує те, що мінімум функції (11) є стабільним. Змінна стану $x^{(k)}$ змінюється у заданому обмеженому діапазоні [0,A] до досягнення значення встановленого режиму $x^{(k)} = x^{(m)}$. Стабільність випливає з позитивної визначеності функції $W(x^{(k)})$, яка є обмеженою знизу, і з того факту, що $\Delta W(x^{(k)}) < 0$, $\forall \Delta x^{(k)} \neq 0$.

Розглянемо статичну частину рівняння (9), коли виконується умова $\Delta x^{(k)} = 0$, що описує статичний режим з стаціонарним станом, що задовольняє рівняння (7). Після досягнення $\Delta x^{(k)}$ нульового значення траєкторія рівняння (9) переходить у статичний режим. Змінна $x^{(k)}$ приймає скінченне значення $x^{(k)} = x^{(m)}$ і надалі не змінюється, зберігаючи отримане значення.

Отже, для монотонно спадаючої обмеженої знизу функції (11), тобто для $\Delta W(x) \le 0$ з $\Delta W = 0$ для $\Delta x = 0$, коли розв'язок рівняння (9) змінюється, $0 < \alpha < 1$ є достатньою умовою того, що розв'язки $x^{(k)}$ будуть стабільними за Ляпуновим і завжди прямуватимуть до стабільного встановленого режиму, що відповідає мінімуму функції $W(x^{(k)})$. Інакше кажучи, модель (9) є стабільною згідно з теорією стабільності Ляпунова. ■

Для здійснення аналізу збіжності розв'язків різницевого рівняння (9) сформулюємо наступну лему.

Лема 3. *Якщо виконується умова* $0.5 < \alpha < 1$ *і вхідні сигнали* (3) *є різними, тоді траєкторії станів різницевого рівняння* (9) *прямують до розв'язків, що задовольняють нерівність* (4) *за скінченну кількість ітерацій і залишаються там надалі.*

□ *Доведення.* Зобразимо розв'язок встановленого режиму $x^{(m)}$ рівняння (9) у вигляді

$$x^{(m)} = x^{(1)} - A \sum_{k=1}^{m-1} sgn(R(x^{(k)}))\alpha^k. \quad (13)$$

Для досягнення KWTA-розв'язку встановленого режиму для будь-якої початкової умови $x^{(1)} \in [0, A]$ зсув $x^{(k)}$ повинен бути здатним пройти увесь діапазон [0,A]. Беручи до уваги рівність (10), таку вимогу можна зобразити у вигляді

$$x^{(m)} - x^{(1)} = -A \sum_{k=1}^{m-1} sgn(R(x^{(k)}))\alpha^k > A. \quad (14)$$

Розглянемо числовий ряд, який являє собою необмежену геометричну прогресію з першим членом $A \neq 0$ і знаменником α. Якщо $\alpha \neq 1$, тоді суму перших $m+1$ членів такого ряду можна подати у вигляді:

$$s_{m+1} = \frac{A - A\alpha^{m+1}}{1 - \alpha}. \quad (15)$$

Використовуючи (15), можемо записати що $-A\sum_{k=1}^{m-1} sgn(R(x^{(k)}))\alpha^k = A\sum_{k=1}^{m-1} \alpha^k = \frac{A - A\alpha^m}{1-\alpha} - A$. Тому можна записати нерівність

$$\frac{A - A\alpha^m}{1 - \alpha} - A > A. \quad (16)$$

Множення нерівності (16) на $1 - \alpha$ і взяття логарифму з основою α при $0 < \alpha < 1$ призводить до отримання нижньої межі для необхідної кількості ітерацій

$$m > \log_\alpha(2\alpha - 1). \quad (17)$$

Права частина (17) є скінченною, якщо $2\alpha - 1 > 0$, тому нижня границя для параметра α є $\alpha > 0.5$.

Для знаходження K переможців змінна $x^{(k)}$ повинна попасти в діапазон $[c_{K+1}, c_K]$. Для цього значення $A\alpha^k$ повинно стати меншим від цього діапазону. Після першої ітерації динамічний зсув $x^{(k)}$ виконує додавання або віднімання $A\alpha^k$. Тому цей зсув приймає значення $x^{(1)} = A\alpha$, $x^{(2)} = A\alpha\,(1 - \alpha)$ або $x^{(2)} = A\alpha\,(1 + \alpha)$. Після m-1 ітерацій динамічний зсув набуває значення $x^{(m)} = x^{(1)} - A\sum_{k=1}^{m-1} sgn(R(x^{(k)}))\alpha^k$, де $sgn\left(R\left(x^{(k)}\right)\right)$ може бути +1 або -1, якщо KWTA-процес не збігся. Отже, пошукові зсуви набувають значень $A\sum_{k=1}^{m-1} sgn\left(R\left(x^{(k)}\right)\right)\alpha^k$. Коли значення $A\alpha^k$ стає меншим від діапазону $[c_{K+1}, c_K]$, тоді можуть бути знайдені K переможців, якщо змінна $x^{(k)}$ попадає у цей діапазон.

Розглянемо різницеве рівняння (9), зміну (12) зсуву (11) і множину Ω, визначену на основі (10). Для розв'язків рівняння (9) проаналізуємо спочатку випадок, коли траєкторія не досягла певного Ω. Метою є показ того, що існує скаляр $\varepsilon > 0$ такий, що $\Delta W(x^{(k)}) \leq -\varepsilon$ і що Ω є інваріантною множиною. Зміна $\Delta W(x^{(k)}) = \left|\Delta x^{(k+1)}\right|$ - $\left|\Delta x^{(k)}\right| = A\alpha^{k+1}\left|sgn\left(R(x^{(k+1)})\right)\right|$ - $A\alpha^{k}\left|sgn\left(R(x^{(k)})\right)\right| = A\alpha^{k}(\alpha-1) < A\alpha^{m}(\alpha-1) = -\varepsilon < 0$ для будь-якого $R(x^{(k)}) \neq 0$ і для кожного $0 < \alpha < 1$, оскільки m є скінченним числом. Звідси, $W\left(x^{(k)}\right)$ збігається до нуля після скінченного числа ітерацій m. Тому можна зробити висновок про те, що траєкторії розв'язків різницевого рівняння (9) збігаються до множини Ω після скінченної кількості ітерацій m.

Залишається показати, що вказані траєкторії залишаються в Ω, тобто, що Ω є інваріантною множиною. Якщо $x^{(k)} \in \Omega$, тоді $W(x) = 0$ і $\Delta W(x) = 0$. Якщо для певного $t^{(k)}$ змінна $x^{(k)}$ залишає Δ, тоді $\Delta W(\Upsilon) < 0$ і $W(x^{(k)}) > 0$, що є протиріччям, оскільки $W(x^{(k)})$ є не зростаючою вздовж траєкторії розв'язків дискретного часу рівняння (9). Отже, траєкторії розв'язків рівняння (9) досягають Ω і залишаються у цій множині.

Для різницевого рівняння (9) природним є розглянути невеликі зміни його правої частини, зокрема, як впливають на розв'язок цього рівняння збурення в нелінійностях у вигляді сигнум-функцій $sgn(R(x^{(k)}))$ та $sgn(b_n^{(k)})$. Такі збурення можуть призводити до відхилень нелінійностей від їх номінальних значень і необхідно забезпечити умови, за яких алгоритм (9) буде стійким до таких збурень. Розглянемо випадок, коли ці нелінійності не ідеальні і змінюються у межах -1 до 1 вздовж невеликого інтервалу. Визначимо максимально дозволені похибки функцій $sgn(R(x^{(k)}))$ і $sgn(b_n^{(k)})$, за яких ці функції ще функціонують правильно. Опишемо збурену функцію $sgn(R(x^{(k)}))$, як

$$psn(R(x^{(k)})) = \begin{cases} 1+\varepsilon, & if \quad R(x^{(k)}) > 0; \\ 0, & if \quad R(x^{(k)}) = 0; \\ -1+\varepsilon, & if \quad R(x^{(k)}) < 0. \end{cases} \tag{18}$$

Як можна побачити з вищеотриманих результатів стабільності, для гарантування стабільності нелінійності $sgn(R(x^{(k)}))$ значення ε можна обмежити в діапазоні $|\varepsilon| < 1$.

Опишемо збурену функцію $sgn(b_n^{(k)})$, як

$$psn(b_n^{(k)}) = \begin{cases} 1+\sigma, & if \quad b_n^{(k)} > 0; \\ 0, & if \quad b_n^{(k)} = 0; \\ -1+\sigma, & if \quad b_n^{(k)} < 0. \end{cases} \tag{19}$$

Для коректного заокруглення значень функції $sgn(b_n^{(k)})$ значення σ повинно бути обмежене в діапазоні $|\sigma| < \frac{0.5}{N-1}$. ■

III. Результати комп'ютерного моделювання

Для ілюстрації теоретичних результатів, наведених у статті, розглянемо конкретний приклад, змодельований на комп'ютері, який демонструє збіжність вихідних дискретизованих сигналів KWTA-нейронної схеми до встановлених станів. Нехай необхідно ідентифікувати три найбільших сигнали, тобто $K = 3$, вектора $a = [-9.1, 8.7, -0.5, -7.8, 6.2]$, тобто $N = 5$, використавши модель, що описується різницевим рівнянням (9) і рівностями (6). Задамо для цієї моделі $A_{\min} = -10$, $A = 20$, початкову умову $x^{(1)} = A$ і коефіцієнт загасання $\alpha = 0.5$, вибраний з обмеження леми. Визначимо траєкторії дискретного часу зсуву $x^{(k)}$ і вихідні сигнали $b_i^{(k)}, i = 1,2,3,4,5$ згідно з різницевим рівнянням (9) і рівностями (6). Такі траєкторії в нормалізованих одиницях показані на рис. 1. Як можна побачити, у встановленому режимі сигнали $b_2 > 0, b_3 > 0, b_5 > 0$ відповідають трьом найбільшим компонентам вектора a – переможцям, а сигнали $b_1 < 0, b_4 < 0$ відповідають переможеним згідно з KWTA–властивістю (2). Збіжність пошукового процесу до встановленого режиму досягається за $m = 3$ ітерації.

На рис. 2 наведено фазовий портрет траєкторії дискретного часу зсуву $x^{(k)}$. Як можна побачити, фазова крива змінної $x^{(k)}$ має скінченну кусково-лінійну форму, що гарантує стабільну динаміку зсуву $x^{(k)}$. Зміна зсуву $\Delta x^{(k)} = x^{(k+!)} - x^{(k)}$ демонструє стрибки у кінці кожної з двох горизонтальних ділянок.

Як можна побачити, результати комп'ютерного моделювання KWTA-нейронної мережі підтверджують теоретичні положення.

Висновки

На основі прямого методу Ляпунова досліджено стійкість і збіжність до встановлених режимів вихідних дискретизованих сигналів нейронної схеми типу "K-winners-take-all". Знайдено умови, за яких схема є стійкою і її сигнали збігаються до встановлених режимів. Доведено, що така збіжність досягається за скінченну кількість ітерацій, визначено кількість ітерацій.

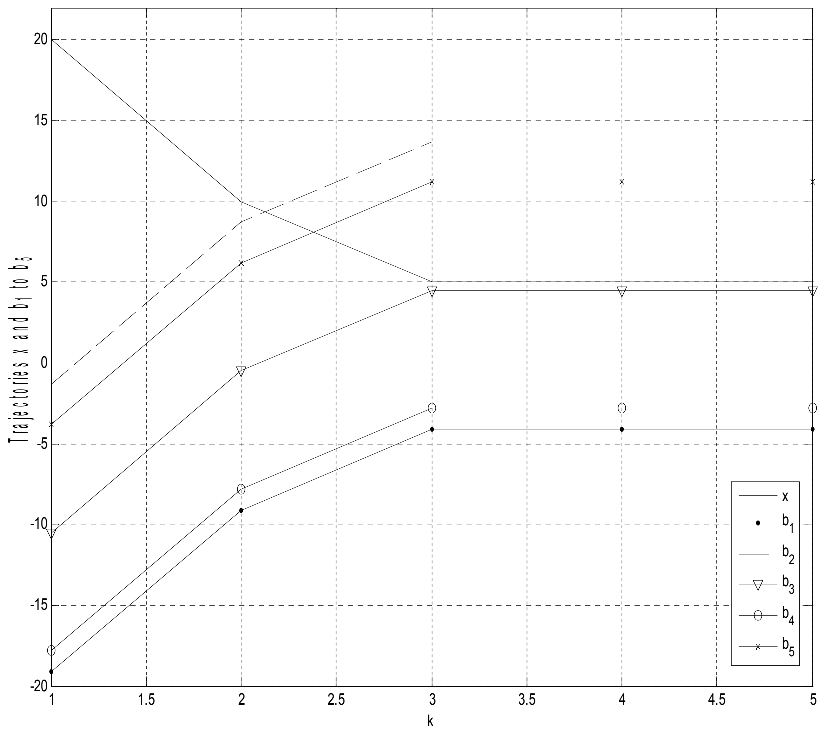

Рис. 1. Траєкторії дискретного часу зсуву $x^{(k)}$ і вихідних сигналів $b_i^{(k)}, i = 1, 2, 3, 4, 5$, які зображають KWTA-властивість моделі, що описується різницевим рівнянням (9) і рівностями (6)

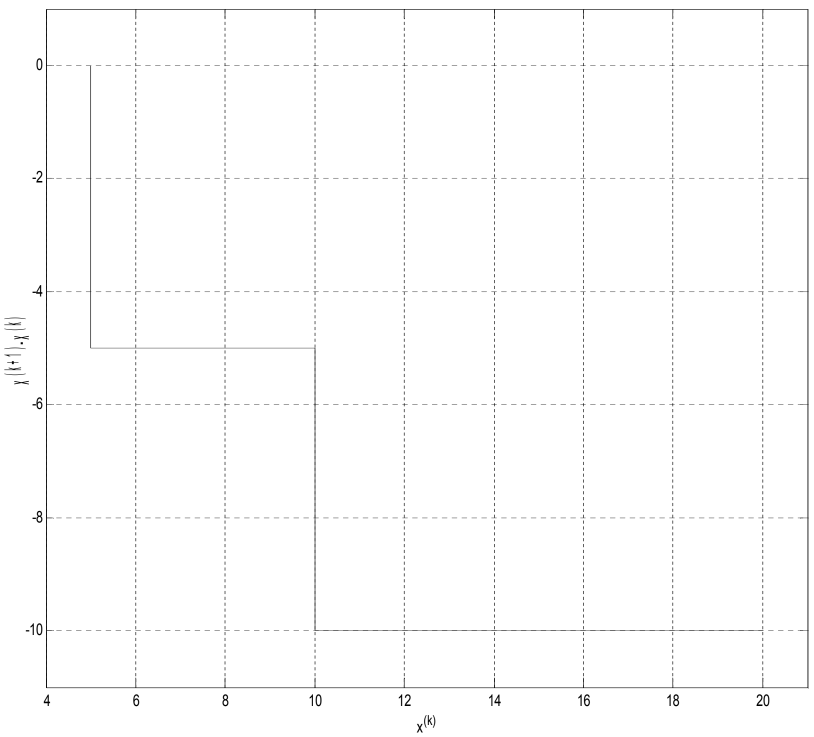

Рис. 2. Фазова крива траєкторії зсуву $x^{(k)}$

Література

[1] Bihn L. N. and Chong , H. C. A neural-network contention controller for packet switching networks // IEEE Trans. on Neural Networks 6 (1995) 1402–1410.

[2] Hu X. and Wang J. An improved dual neural network for solving a class of quadratic programming problems and its k-winners-take-all application // IEEE Trans. on Neural Networks, 19 (2008) 2022–2031.

[3] Kwon T. M. and Zervakis M. A parallel sorting network without comparators: A neural-network approach // in: Proc. Int. Joint Conf. on Neural Networks, Vol. 1 (1992) 701–706.

[4] Lippmann R. P., Gold B. and Malpass M.L. A comparison of Hamming and Hopfield neural nets for pattern classification // MIT Lincoln Laboratory Technical report TR-769 (1987) 1–37.

[5] Liu S. and Wang J. A simplified dual neural network for quadratic programming with its KWTA application // IEEE Trans. on Neural Networks, 17 (2006) 1500–1510.

[6] Persidskii S. K. Problem of absolute stability // Automation and Remote Control, 12 (1969) 1889–1895.

[7] Tymoshchuk P. and Kaszkurewicz E. A Winner-take-all circuit based on second order Hopfield neural networks as building blocks// in: Proc. Int. Joint Conf. on Neural Networks, Vol. II (2003) 891-896.

[8] Tymoshchuk P. and Kaszkurewicz E. A winner-take-all circuit using neural networks as building blocks // Neurocomputing 64 (2006) 375–396.

[9] Urahama K. and Nagao T. K-Winner-take-all circuit with 0(n) complexity // IEEE Trans. on Neural Networks 6 (1995) 776–778.

[10] Yen J. C., Guo J. I. and Chen H.-C. A new k-Winners-take all neural network and its array architecture // IEEE Trans. on Neural Networks 9 (1998) 901–912.

УСТОЙЧИВОСТЬ И СХОДИМОСТЬ К УСТАНОВЛЕННЫМ РЕЖИМАМ ДИСКРЕТИЗИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ KWTA-НЕЙРОННОЙ СХЕМЫ

П.В. Тымощук

Национальный университет "Львивська политехника",
ул. С. Бандеры, 12, Львов, 79013, Украина

Исследуется устойчивость и сходимость к установленным режимам выходных сигналов нейронной схемы типа "K-winners-take-all" (KWTA), предназначенной для идентификации K максимальных среди N неизвестных дискретизированных сигналов, где $1 \leq K < N$. Анализ устойчивости и сходимости выполняется на основе прямого метода Ляпунова с использованием числового ряда. Рассматривается функционирование схемы при незначительных возмущениях ее параметров.Представлены результаты компьютерного моделирования функционирования схемы.

Ключевые слова: устойчивость, сходимость, установленный режим, нейронная схема, идентиффикация, дискретизированный сигнал, прямой метод Ляпунова, числовой ряд, возмущения.

2000 MSC: 62M45

УДК: 004.032.026

STABILITY AND CONVERGENCE TO STEADY STATES OF KWTA-NEURAL CIRCUIT SAMPLED SIGNALS

P.V. Tymoshchuk

National University "Lvivska Politechnika"
12 S. Bandera Str., 79013, Lviv, Ukraine

Stability and convergence to steady states of signals of discrete-time K-winners-take-all (KWTA) neural circuit that identifies K maximal among N unknown signals, where $1 \leq K < N$, are investigated. The stability and convergence analysis is fulfilled on the base of direct Lyapunov method with using numerical row. The circuit functioning in the presence of small variations of its parameters is considered.Computer simulation results of the circuit functioning are given.

Key words: stability, convergence, steady state, neural circuit, identification, sampled signal, Lyapunov direct method,numerical row, perturbation.

2000 MSC: 62M45

УДК: 004.032.026